

Praca Doktorska

mgr inż. Justyna Dziecioł

Analiza możliwości wykorzystania algorytmów uczenia maszynowego w predykcji współczynnika filtracji dla wybranych kruszyw pochodzenia antropogenicznego

Analysis of the possibility of using Machine Learning algorithms in the prediction of the permeability coefficient for selected aggregates of anthropogenic origin

Praca wykonana pod kierunkiem

Promotora
dr hab. inż. Wojciech Sas, prof. SGGW
Centrum Wodne SGGW

oraz Promotora pomocniczego:
dr inż. Andrzej Głuchowski
Centrum Wodne SGGW

Warszawa, rok 2023



Instytut Inżynierii
Lądowej

Oświadczenie promotora pracy

Oświadczam, że niniejsza praca została przygotowana pod moim kierunkiem i stwierdzam, że spełnia warunki do przedstawienia tej pracy w postępowaniu o nadanie stopnia naukowego.

Data...29.06.2023r... Podpis promotora ...*Wojciech Sos*.....

Data...29.06.2023r... Podpis promotora pomocniczego...*Andrzej Gindkowski*.....

Oświadczenie autora pracy

Świadoma odpowiedzialności prawnej, w tym odpowiedzialności karnej za złożenie fałszywego oświadczenia, oświadczam, że niniejsza praca doktorska została napisana przeze mnie samodzielnie i nie zawiera treści uzyskanych w sposób niezgodny z obowiązującymi przepisami prawa, w szczególności ustawą z dnia 4 lutego 1994 r. o prawie autorskim i prawach pokrewnych (Dz.U. 2019 poz. 1231 z późn. zm.).

Oświadczam, że przedstawiona praca nie była wcześniej podstawą żadnej procedury związanej z nadaniem stopnia naukowego.

Oświadczam, że niniejsza wersja pracy jest identyczna z załączoną wersją elektroniczną. Przyjmuję do wiadomości, że praca poddana zostanie procedurze antyplagiatowej.

Data...29.06.2023r... Podpis autora pracy ...*Justyna Dejciot*.....

Streszczenie

Analiza możliwości wykorzystania algorytmów uczenia maszynowego w predykcji współczynnika filtracji dla wybranych kruszyw pochodzenia antropogenicznego

Aktualna złożona sytuacja branży budowlanej stawia wyzwania związane z odpowiedzialnym gospodarowaniem i zarządzaniem zasobami. Odnosi się to w szczególności do dostępności i pozyskiwania materiałów budowlanych. Pozwoliło to w ostatnich latach na intensyfikację badań mających na celu lepsze poznanie i rozwój zastosowań w budownictwie kruszyw antropogenicznych takich jak żuźle wielkopieczowe, żuźle paleniskowe oraz kruszywa betonowe. W niniejszej pracy zaprezentowano wyniki rozważań nad predykcją współczynnika filtracji z zastosowaniem algorytmów uczenia maszynowego. Współczynnik filtracji jest parametrem istotnym z punktu widzenia zastosowania w geotechnice, inżynierii drogowej czy do oceny stateczności skarp. Wykonano laboratoryjne badania współczynnika filtracji oraz właściwości fizycznych badanych kruszyw naturalnych (piaski) i antropogenicznych (żuźel paleniskowy i wielkopieczowy, oraz kruszywo betonowe). Na podstawie zgromadzonej bazy danych wybrano do analizy algorytmy, które spełniały kryteria zastosowalności do tego rodzaju danych. Dalsze modelowanie przeprowadzono z zastosowaniem algorytmów *AdaBoost*, *Random Forest*, *Gradient Boosting*, *Neural Network*, *k-NN*, jako algorytm kontrolny zastosowano regresję liniową. Zastosowano dwie metody podziału próby: 70% - zestaw uczący, 30% - zestaw testowy, oraz metodę walidacji krzyżowej. Obie z zastosowanych metod podziału próby dały porównywalne wyniki analizy błędów oraz dopasowania R^2 , jednak były one mniej optymistyczne dla metody walidacji krzyżowej. Algorytmem, który uzyskał najlepsze rezultaty dopasowani był *AdaBoost*, którego R^2 wynosił od 0.968 do 0.998. Dla wszystkich algorytmów wykonano szereg analiz statystycznych mających na celu sprawdzenie poprawności szacowanych modeli. Na koniec wykonano analizę interpretacji, jej celem było znalezienie cech - właściwości fizycznych kruszyw mających istotny wpływ na predykcję poszczególnych modeli.

Słowa kluczowe – *współczynnik filtracji, predykcja parametrów geotechnicznych, algorytmy uczenia maszynowego, zrównoważony rozwój, gospodarka w obiegu zamkniętym, regresja liniowa, AdaBoost, Random Forest, Gradient Boosting, Neural Network, k-NN.*

Summary

Analysis of the possibility of using Machine Learning algorithms in the prediction of the permeability coefficient for selected aggregates of anthropogenic origin

The current complicated situation of the construction industry poses challenges in terms of responsible management and stewardship of resources. This is particularly true with regard to the availability and acquisition of construction materials. This has allowed, in recent years, to intensify research aimed at better understanding and development of applications in construction of anthropogenic aggregates such as Blast Furnace Slags, Bottom Slags and Concrete Aggregates. This thesis presents the results of considering the prediction of the coefficient of permeability using Machine Learning algorithms. The filtration coefficient is an important parameter for use in geotechnics, road engineering or for evaluating slope stability. Laboratory tests of the coefficient of permeability and physical properties were carried out for the tested natural (sands) and anthropogenic aggregates (Bottom and Blast Furnace Slag, and Concrete Aggregate). Based on the collected database, algorithms that met the criteria for applicability to this type of data were selected for analysis. Further modeling was performed using *AdaBoost*, *Random Forest*, *Gradient Boosting*, *Neural Network*, *k-NN* algorithms; *linear regression* was used as a control algorithm. Two sample allocation methods were used: 70% - teaching set, 30% - test set, and cross-validation method. Both of the sample partitioning methods used gave comparable results for error analysis and R² fit, but they were less optimistic for the cross-validation method. The algorithm with the best fitting results was *AdaBoost*, whose R² ranged from 0.968 to 0.998. A series of statistical analyses were performed for all algorithms to validate the estimated models. Finally, an interpretation analysis was performed, its objective was to find characteristics - physical properties of aggregates that have a significant impact on the prediction of individual models.

Keywords – Coefficient of permeability, geotechnical parameter prediction, Machine Learning algorithms, sustainability, Circular Economy, Linear Regression, AdaBoost, Random Forest, Gradient Boosting, Neural Network, k-NN.

Spis treści

1. Wstęp	11
2. Przegląd literatury.....	16
2.1. Materiały antropogeniczne jako alternatywa w budownictwie	16
2.2. Żużel – geneza i właściwości	19
2.3. Kruszywo betonowe - geneza i właściwości	22
2.4. Współczynnik filtracji	25
2.5. Uczenie maszynowe jako narzędzie predykcyjne wspomagające proces zarządzania	31
2.6. Podsumowanie przeglądu literatury	40
3. Cel, zakres pracy oraz hipotezy.....	42
3.1. Cel pracy.....	42
3.2. Zakres pracy	43
3.3. Hipotezy	45
4. Materiał i metodyka badań.....	46
4.1. Materiał.....	46
4.1.1. Żużel wielkopiecowy	46
4.1.1.1 Właściwości chemiczne	46
4.1.1.2 Właściwości fizyczne	48
4.1.2. Żużel paleniskowy.....	52
4.1.2.1 Właściwości chemiczne	52
4.1.2.2 Właściwości fizyczne	54
4.1.3. Kruszywo betonowe	57
4.1.3.1 Właściwości chemiczne	57
4.1.3.2 Właściwości fizyczne	59
4.2. Metodyka badań	64
4.2.1. Metodyka przygotowania materiału i wykonania badań współczynnika filtracji	64
4.2.2. Metodyka predykcji z wykorzystaniem uczenia maszynowego	69
4.2.2.1 Wybór algorytmów i wprowadzenie do ich zastosowania	69
4.2.2.2 Linear Regression (LR).....	73
4.2.2.3 Artificial Neural Networks (ANN)	75
4.2.2.4 k-Nearest Neighbors (k-NN).....	77
4.2.2.5 Random Forest (RF).....	79
4.2.2.6 Gradient Boosting (GB)	81
4.2.2.7 Adaptive Boosting (<i>AdaBoost</i>) (AB)	83

4.3. Hiperparametry – metody strojenia parametrów algorytmów	84
5. Omówienie i dyskusja wyników	86
5.1. Predykcja współczynnika filtracji dla kruszyw naturalnych	87
5.1.1. Gromadzenie danych	87
5.1.2. Eksploatacja i przygotowanie danych.....	89
5.1.3. Tworzenie i ocena modeli dla próby w podziale 70/30	93
5.1.4. Tworzenie i ocena modeli dla próby dzielonej metodą Cross Validation .	124
5.2. Predykcja współczynnika filtracji dla kruszyw antropogenicznych.....	146
5.2.1. Gromadzenie danych	146
5.2.2. Eksploatacja i przygotowanie danych.....	147
5.2.3. Tworzenie i ocena modeli dla próby w podziale 70/30	154
5.2.4. Tworzenie i ocena modeli dla próby dzielonej metodą Cross Validation .	176
5.3. Dyskusja i interpretacja wyników.....	197
5.3.1. Znaczenie cech.....	199
5.3.2. Objaśnienie predykcji	201
5.3.3. Objaśnienie modelu	205
5.3.4. Wizualizacja z wykorzystaniem drzew decyzyjnych	207
5.3.5. Porównanie wzorów empirycznych z modelowaniem ML	211
6. Wnioski	214
7. Załączniki.....	220
7.1. Słownik pojęć.....	220
7.2. Wybrane biblioteki języków programowania zastosowane w pracy	222
7.2.1. Język programowania R.....	222
7.2.2. Język programowania Python.....	225
8. Spis literatury	228
9. Spis rysunków.....	242
10. Spis tabel.....	245

1. Wstęp

Jednym z kluczowych elementów nowoczesnego podejścia do procesu inwestycyjnego jest projektowanie zrównoważone, uwzględniające etap budowy, użytkowania i końcowego demontażu obiektu. Projektanci, inżynierowie i architekci powinni dążyć do minimalizacji zużycia surowców oraz wykorzystania materiałów o niskim wpływie na środowisko naturalne. Należy również zwracać uwagę na możliwość recyklingu i odzyskiwania surowców z materiałów pochodzących z rozbiórek. Urbanizacja, rozwój przemysłu i działalność człowieka są źródłem powstawania odpadów, gdzie gospodarowanie nimi staje się coraz większym wyzwaniem wraz ze wzrostem wykorzystania materiałów, a także wzrostem złożoności i ich zróżnicowania.

Infrastruktura, taka jak drogi, mosty i budynki, na przestrzeni ostatnich dziesięcioleci rozwijała się w szybkim tempie i odegrała ważną rolę w rozwoju gospodarki, przemysłu oraz komfortu życia ludzi. W rezultacie następuje duże zużycie materiałów budowlanych, które systematycznie rośnie [1]. Budowa i późniejsza eksploatacja budynków zużywa duże ilości zasobów naturalnych, a także odpowiada za znaczną część emisji gazów cieplarnianych [2]. Na przestrzeni lat beton cementowy zyskał status najczęściej używanego materiału sztucznie wytworzonego na świecie. Rocznie na świecie produkuje się 4,1 mld ton cementu [3]. Przemysł cementowy stoi w obliczu wyzwań, takich jak wyczerpujące się zasoby surowców i paliw oraz rosnące obawy związane z ochroną środowiska [4–6]. W obecnych warunkach, globalnie budowa i eksploatacja budynków są przyczyną 50% ogólnej puli emisji CO₂ na świecie. Dynamiczny rozwój infrastruktury budowlanej w ostatnich dekadach spowodował duże zapotrzebowanie na kruszywa niezwiązane. Prognozy wskazują, że po roku 2025 pojawią się ograniczenia w dostępie do złóż i brak wystarczającej produkcji piasków i żwirów, a po roku 2050 kruszyw naturalnych łamanych [7]. Zmniejszające się zasoby kruszyw naturalnych wymusiły poszukiwanie ich substytutów i zamienników [8, 9].

Odpady z sektora budowlanego, tj. około 1/3 ogólnej sumy odpadów, stanowią duże wyzwanie dla zagadnienia zrównoważonej gospodarki odpadami. Wynika to nie tylko z ilości odpadów wytwarzanych podczas prac budowlano-rozbiórkowych, czy przy produkcji przemysłowej, ale także z zanieczyszczeń potencjalnie zawartych w tych produktach [10].

Produkcja stali w 2021 r. wyniosła 1 mld 951 mln t, jest to wzrost o 3,8% w stosunku do roku 2020. W Europie produkcja stali surowej wzrosła o 15%, osiągając poziom ponad 152 mln t [11], który wpłynął jednocześnie na ilość wytwarzanego wraz z tą produkcją żużla wielkopieczowego. Ilość odpadów wytworzonych w sektorze budowlanym w 2021 roku wyniosła 3 504 tys. ton, jednocześnie ilość odpadów nagromadzona na koniec 2021 na składowiskach wynosiła 5 925 tys. ton [12].

Jednocześnie uprzemysłowienie jest główną przyczyną powstawania dużej ilości odpadów. Odpady pochodzące z produkcji przemysłowej i budowlanej stanowią aż 48% całkowitej ilości odpadów produkowanych w Unii Europejskiej. Z tego sama produkcja budowlana stanowi 37.1%, wartość ta utrzymuje się na podobnym poziomie od początku lat 2000 [13]. Około 85% odpadów przemysłowych jest składowanych na wysypiskach [14, 15]. Obecnie świat stoi w obliczu braku dostępności składowisk i ograniczeniu równowagi środowiskowej [16]. Dlatego ważne staje się, aby efektywnie wykorzystać materiały odpadowe i uboczne z przemysłu.

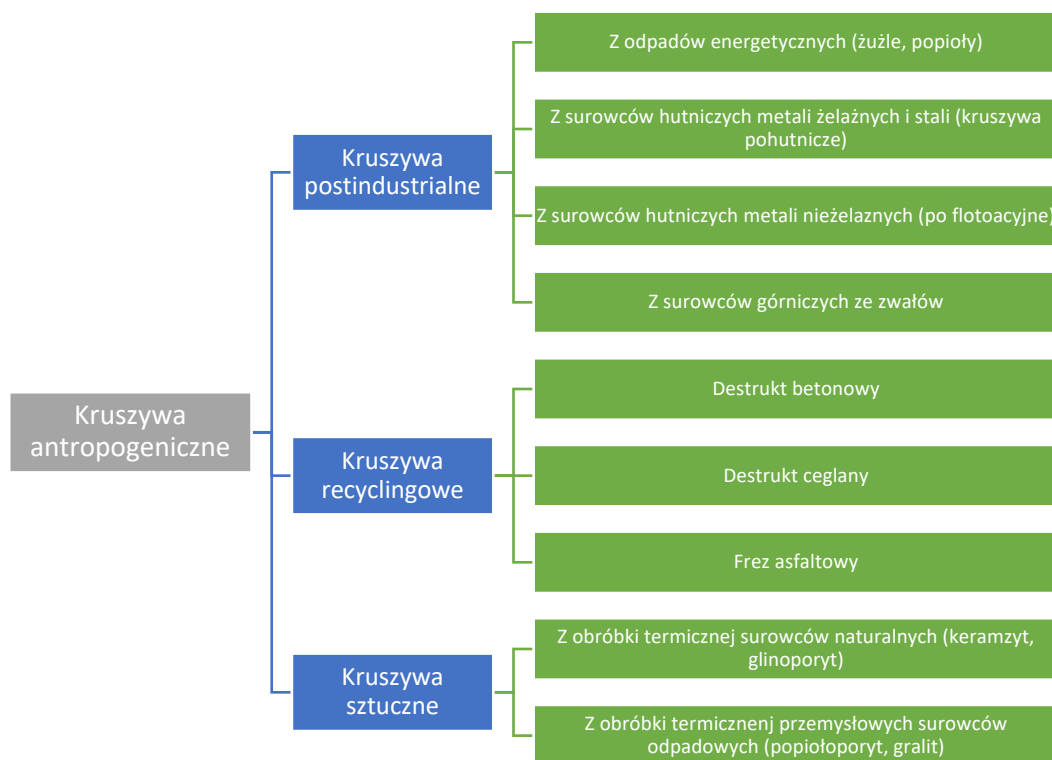
Z punktu widzenia wysoko uprzemysłowionej i rozwiniętej gospodarczo Unii Europejskiej rozwiązania w postaci recyklingu wymagają stałego rozwoju, obecnie podlega mu jedynie 38% wszystkich wytwarzanych odpadów (dane za rok 2020) [13].

Jednak cele gospodarki cyrkularnej w Europie są znacznie bardziej ambitne i koncentrują się na koncepcji „Zielonego Ładu”, strategia skupia się na „przekształceniu UE w sprawiedliwe i prosperujące społeczeństwo żyjące w nowoczesnej, zasobooszczędnej i konkurencyjnej gospodarce, która w 2050 r. osiągnie zerowy poziom emisji gazów cieplarnianych netto i w ramach której, wzrost gospodarczy będzie oddzielony od wykorzystania zasobów naturalnych” [17]. Realizacja tych celów wymaga zwiększonego wykorzystania odpadów i produktów ubocznych, co staje się powszechną praktyką w wielu krajach europejskich, ale również w Japonii czy USA.

Zgodnie ze strategią Komisji UE na rzecz budowy zrównoważonego środowiska, konieczne jest zapewnienie spójności polityki w obszarach: klimatu, oszczędności zasobów, efektywności energetycznej czy gospodarowania odpadami z budowy i rozbiórki [18]. W tym przypadku zarządzanie gospodarką materiałową skupia się na dwóch aspektach recyklingu odpadów (i) poprzez ich ponowne wykorzystanie w materiałach budowlanych oraz (ii) objęciu obiegiem zamkniętym materiałów wydobytych (np. gleby, grunty, kruszywa) i ponowne ich zastosowanie [18]. W związku z obecną polityką ochrony środowiska i jego zasobów oczekiwany jest dalszy wzrost wykorzystania odpadów z recyklingu i produktów poprzemysłowych.

Wobec powyższego, gospodarka odpadami powinna zapewniać odzysk jak największej ilości potencjalnie dostępnych odpadów [19]. Jednym ze sposobów zmniejszania licznych składowisk materiałów antropogenicznych różnego pochodzenia jest ich wykorzystanie w budownictwie, które jest coraz częściej stosowaną alternatywą. Pełnią wiele ról zależnych od ich właściwości i potencjału recydingowego. Wymaga to wiedzy na temat istniejących zasobów budowlanych oraz dostosowania obecnych procesów rozbiórki. Materiał po procesie kruszenia na odpowiednie frakcje jest bardzo często wykorzystywany jako kruszywo w budownictwie ziemnym, a w szczególności w budownictwie drogowym. Odpady przemysłowe oraz produkty uboczne są natomiast coraz częściej wykorzystywane jako materiał wypełniający w konstrukcjach budowlanych [10, 20].

Materiały antropogeniczne stosowane w budownictwie dzieli się na kilka kategorii w zależności od pochodzenia materiału, podział uwzględniający pochodzenie materiałów zaprezentowano na rysunku 1.



Rysunek 1 Schemat podziału kruszyw alternatywnych (opracowanie własne).

Produkty uboczne z przemysłu, takie jak żużel wielkopiecowy, popiół i żużel paleniskowy, popiół drzewny, czy kruszywa betonowe mogą być stosowane jako zamiennik naturalnego kruszywa [15, 19, 21, 22].

W ostatnich latach znacznie wzrosło zainteresowanie tymi materiałami, co przełożyło się na ich wykorzystanie w budownictwie. Aktualnie lepsze poznanie i zagospodarowanie odpadów pochodzących z recyklingu jest jednym z wyzwań nauki. Jest ono ważne wieloaspektowo w odniesieniu do oddziaływania na środowisko, w zastosowaniu inżynierskim w przemyśle budowlanym, ale także jako element oceny cyklu życia (ang. *Life Cycle Assessment* – LCA) [5, 6]. W celu zrównoważenia przemysłu budowlanego należy w optymalny sposób zarządzać wpływem na środowisko (zużycie materiałów i energii), problemami społecznymi (zdrowie i dobrobyt) oraz zobowiązaniami ekonomicznymi (koszty budowy). Produkcja materiałów budowlanych w związku z konsumpcją energii i produkcją CO₂ musi przejść transformację, aby wypełnić cele zrównoważonego rozwoju [23, 24] [25].

Zastosowanie materiałów antropogenicznych jako kruszyw w budowlach ziemnych wiąże się z ich bezpośrednim kontaktem ze środowiskiem gruntowo-wodnym. Dlatego jednym z ważniejszych parametrów, który należy przeanalizować przed zastosowaniem tego rodzaju materiału jest współczynnik filtracji wykorzystywany w projektowaniu i analizie stateczności budowli ziemnych, takich jak wały przeciwpowodziowe, nasypy, fundamenty czy stabilizacja gruntu. Poprawne oszacowanie współczynnika filtracji umożliwia ocenę przepływu wody przez kruszywo antropogeniczne, co jest kluczowe dla zapewnienia trwałości i bezpieczeństwa tych konstrukcji [26, 27]. Jednocześnie współczynnik filtracji ma znaczenie w ocenie i monitoringu zanieczyszczeń wód gruntowych i powierzchniowych. Właściwie określony współczynnik filtracji pozwala na prognozowanie przenikania substancji chemicznych, takich jak zanieczyszczenia z terenów przemysłowych czy składowisk odpadów, przez warstwę kruszywa antropogenicznego i jego wpływ na jakość wód [28].

Kolejną kwestią jaką należy brać pod uwagę, a która stanowi jedno z głównych wyzwań związanych z wtórnym zastosowaniem produktów recyklingowych jest ich różnorodność właściwości fizycznych i mechanicznych. Wpływa to w sposób znaczny na precyzyjną ocenę produktu i możliwości jego aplikacji. Jednocześnie wiąże się z wykonywaniem czaso- i kosztochłonnnych badań laboratoryjnych czy polowych i analiz otrzymanych rezultatów. Może to być jeden z czynników ograniczających zastosowanie kruszyw antropogenicznych w procesie inwestycyjnym. Dlatego istotne jest poszukiwanie metod i narzędzi predykcyjnych umożliwiających sprawne i wiarygodne wyznaczanie istotnych projektowo i inżyniersko parametrów stosowanych kruszyw.

Określenie właściwości materiałów dla sektora zarządzania materiałami budowlanymi powinno dążyć do doboru optymalnych metod, które charakteryzują się mniejszą koszto- i czaso-chłonnością. Jednym z takich narzędzi predykcyjnych są algorytmy uczenia maszynowego (ang. *Machine Learning*), które stosowane są w wielu dziedzinach nauk technicznych i ekonomicznych. W kontekście wyznaczania współczynnika filtracji dla kruszyw antropogenicznych, zastosowanie algorytmów uczenia maszynowego może przynieść wiele korzyści. W tym związanych z wiarygodnością otrzymanych rezultatów w odniesieniu do wzorów empirycznych stosowanych dla kruszyw naturalnych. Praca skupia się na zastosowaniu i doborze odpowiednich algorytmów uczenia maszynowego, w celu przewidywania współczynnika filtracji na podstawie dostępnych danych dotyczących właściwości kruszyw antropogenicznych. Omówione zostaną również techniki przetwarzania danych, mające na celu poprawę jakości predykcji. W pracy posłużono się szeregiem analiz statystycznych pozwalających na ocenę wiarygodności i poprawności procesu predykcji. Zastosowano także technikę interpretacyjną, mającą za zadanie wskazać cechy materiałów istotne z punktu widzenia każdego ze stosowanych algorytmów.

Niniejsza praca przedstawia szczegółowo tematykę predykcji na przykładzie współczynnika filtracji w wybranych kruszywach antropogenicznych oraz zastosowanie i dobór algorytmów uczenia maszynowego w tej grupie materiałów. W pracy poddano ocenie, zastosowanie algorytmów uczenia maszynowego jako narzędzia umożliwiającego szybkie i efektywne przewidywanie współczynnika filtracji, co ma znaczenie dla projektowania infrastruktury, ochrony środowiska i optymalnego wykorzystania kruszyw antropogenicznych w różnych zastosowaniach inżynierskich.

2. Przegląd literatury

2.1. Materiały antropogeniczne jako alternatywa w budownictwie

Zrównoważony rozwój to podnoszenie jakości życia w zdrowym środowisku, który wpływa na poprawę warunków społecznych, ekonomicznych i środowiskowych dla obecnych i przyszłych pokoleń [29]. W ostatnich latach znacząco wzrasta świadomość i nacisk na ochronę środowiska i jego zasobów, co jest konsekwencją jego degradacji, pośrednio wynikającej z działalności przemysłowej człowieka. Ma to wpływ na zaostrzenie przepisów przez Unię Europejską dotyczących utylizacji odpadów i stanowi bodziec do poszukiwania nowych sposobów recyklingu [18, 30]. Pierwszym krokiem w celu określenia cyklu życia materiału jest rozważenie możliwości jego ponownego zastosowania, co pozwala na sformułowanie zrównoważonego charakteru materiału. W tym celu koniecznym jest przeanalizowanie etapów cyklu życia produkty jak: wydobywanie, transport, przetwarzanie surowców, użytkowanie i konserwację wyrobu, a na końcu jego eliminację lub recykling. Jednym z celów zrównoważonego wytwarzania produkcji przemysłowej jest zmniejszenie ilości materiałów wysyłanych na składowiska oraz zmniejszenie ilości odpadów niebezpiecznych po przez budowanie gospodarki o obiegu zamkniętym (ang. *Circular Economy*). Ponowne użycie lub odzysk zapewnia korzyści związane z ochroną środowiska [31, 32]. Na przykład, destrukcja betonowa z rozbiórki po poddaniu go procesowi kruszenia staje się ważnym produktem – kruszywem betonowym recyklingowym, który stanowi bardzo dobry zamiennik kruszyw naturalnych. Kruszywo betonowe ma liczne zastosowania w szczególności jako kruszywo w drogownictwie.

Odpady budowlane w postaci gruzu betonowego poddane recyklingowi stają się destruktem betonowym, który po odpowiednim rozfrakcjonowaniu może być z powodzeniem zastosowany w budownictwie [33–35]. Rafalski [34] opisał możliwości wykorzystania materiałów antropogenicznych w budownictwie drogowym. Kijowski [33] do zastosowań destruktu betonowego zaliczył m.in. rekultywację zdegradowanych terenów, podbudowy nawierzchni drogowych, utwardzanie placów, warstwy ochronne uszczelnień w składowiskach odpadów komunalnych i przemysłowych, utwardzanie dróg leśnych, materiał do budowy wałów przeciwpowodziowych. Zastosowaniem gruntów antropogenicznych do podbudów drogowych w Holandii zajmowali się

Herrador i in. [36], a w Australii, gdzie powszechnie stosuje się destrukty betonowe z domieszką innych materiałów budowlanych jako podbudowę drogową [37]. Możliwość zastosowania destruktu betonowego w budownictwie drogowym można rozpatrywać na przykładzie testów terenowych w Melhus w Norwegii [38] lub podczas licznych testów w USA [39], a także w Polsce [40].

Jednym z głównych parametrów mających wpływ na stosowanie kruszyw antropogenicznych szczególnie w konstrukcjach ziemnych jest współczynnik filtracji. Poprawne szacowanie współczynnika filtracji dla kruszyw antropogenicznych, takich jak żużle czy destrukty betonowe, pozwala na scharakteryzowanie przepuszczalności. Według Bernta [31], prawidłowe wyznaczenie współczynnika filtracji dla kruszyw antropogenicznych, takich jak żużle czy kruszywa betonowe, jest kluczowe z perspektywy projektowania infrastruktury i ochrony środowiska. Badania laboratoryjne Godyń i Dutki [41] dotyczące wykorzystania żużli i popiołów do zastosowań inżynierskich podkreśla znaczenie poprawnego oszacowania współczynnika filtracji w celu skutecznego zarządzania odpadami i minimalizacji ich negatywnego wpływu na środowisko. Jednocześnie precyzyjne określenie tego parametru umożliwi wybór odpowiednich technologii i dobór materiałów, co przyczyni się do optymalizacji procesów inżynierskich związanych z kruszywami antropogenicznymi.

Wtórne zastosowania materiałów antropogenicznych mogą się wzajemnie przenikać tworząc dalsze zastosowania, należy tu jednak pamiętać o ostrożnym i dobrym rozpoznaniu takiego materiału [31, 42–44].

Materiały antropogeniczne cechuje zmienność i niejednorodność w zależności od pochodzenia, miejsca odzysku czy choćby czasu składowania. Aby precyzyjnie określać możliwości zastosowania poszczególnych materiałów recyklingowych ważne jest właściwe wyznaczenie ich parametrów, co ma istotny wpływ na zdolności aplikacyjne. Praktyczne przykłady zastosowania materiałów odpadowych w budownictwie, wraz z oceną ich parametrów fizycznych, mechanicznych i składu chemicznego podają min. Pisarczyk i in. [45] oraz Zabielska – Adamska [46].

1 stycznia 2022 roku zmieniła się definicja odpadów komunalnych z której wyłączone zostały odpady budowlane i rozbiórkowe [47, 48]. Zgodnie z nową ustawą w pkt. 6a w art. 3 ust. 1 ustawy o odpadach [49], przez odpady budowlane i rozbiórkowe należy rozumieć „odpady powstałe podczas robót budowlanych”. Jest to bezpośrednie nawiązanie do pojęcia robót budowlanych zdefiniowanego w ustawie – Prawo budowlane z dnia 7 lipca 1994 r. wraz ze zmianami [50], gdzie określono, że przez roboty budowlane

należy rozumieć budowę, a także prace polegające na przebudowie, montażu, remoncie lub rozbiórze obiektu budowlanego. Żużle są klasyfikowane jako odpady niepalne, wyłączone z art. 48a 1., mówiącego o obowiązku uzyskania pozwoleń na ich składowanie. Tym samym nie wprost określa się je jako odpady obojętne, co pozwala wnioskować o traktowaniu żużli w rozumieniu rozdziału 4 art. 10 jako produktu ubocznego produkcji przemysłowej [51].

O szerokim zastosowaniu gruntów antropogenicznych jako podłoża budowli, a szczególnie o zastosowaniu łupka nieprzepalnego do budowy nasypów przy regulacji rzeki Pszczynki dowiadujemy się z pracy Sękowskiego [52]. Skarżyńska [53] oraz Gruchot [54] podają możliwości zastosowania odpadów powęglowych w budownictwie. Zawisza [55] podaje zastosowanie odpadów hutniczych w budownictwie drogowym.

Pisarczyk i in. [56] w publikacji zestawili przykłady zastosowania gruzu budowlanego do wykorzystania w hydrotechnice oraz w budownictwie drogowym. Na podkreślenie zasługują publikacje wykazujące praktyczne zastosowanie materiałów odpadowych do odbudowy wałów przeciwpowodziowych rzek Odry i Ślęzy [57] oraz gruzu budowlanego do budowli regulacyjnych rzeki Wisły [58]. O zastosowaniu materiałów antropogenicznych w budownictwie drogowym, wraz z wymaganiami dotyczącymi właściwości tych gruntów, dowiadujemy się także z opracowania IBDiM [59].

Temat zastosowania kruszyw żużlowych i betonowych w budownictwie zyskał na znaczeniu w ostatnich latach, jest to niewątpliwie związane z podejmowaniem szeregu działań przez agencje międzynarodowe związane z ochroną środowiska i klimatu. Jedną z nich jest i inicjatywa Unii Europejskiej - Green Deal – Europejski Zielony Ład, która zakłada osiągnięcie neutralności klimatycznej do 2050 r., co ma wiązać się z oddzieleniem wzrostu gospodarczego państw członkowskich od zużywania zasobów naturalnych [60]. Nie będzie to możliwe bez zintensyfikowania działań polegających na odzyskiwaniu i ponownym wykorzystaniu surowców dotychczas uważanych za odpady. Należy dodać, że wszelkie surowce poddawane recyklingowi z uwagi na efektywność ich zastosowania powinny przejść proces selekcji i sortowania. Przyczynia się to do oczyszczenia z materiałów jak szkło, drewno, tkaniny itp. i ujednolicenia materiału wyjściowego co podnosi jego walory. Sortowanie, przekruszanie i przesiewanie materiału na pożądane frakcje pozwala na uzyskanie wartościowych materiałów budowlanych, które przestają być odpadem a stają się zasobem.

Kruszywa recyklingowe jako materiały stosowane w budownictwie ziemnym powinny podlegać monitoringowi pod kątem składu chemicznego, szczególnie w zakresie zawartości metali ciężkich. Biorąc pod uwagę możliwość kumulowania się metali ciężkich w środowisku i ich oddziaływanie nie tylko na florę, ale także faunę ich kontrola przed zastosowaniem kruszywa w gruncie jest niezbędna. Należy tu zaznaczyć, że ostatnie badania wskazują na właściwości remediacyjne żużli i ich zdolność do sorpcji zanieczyszczeń, co dodatkowo wartościuje te materiały środowiskowo [61–63].

Nie jest jednak możliwa kontrola wszystkich parametrów kruszyw antropogenicznych, po pierwsze z uwagi na czas- i kosztochłonność takiego procesu, a po drugie, że nie wpisuje się to w wyzwania związane z polityką gospodarowania cyklem życia produktu. Dlatego szczególnie ważne z punktu widzenia zarządzania odpadami jest poszukiwanie nowych rozwiązań których celem jest predykcja parametrów bazująca na wcześniej zebranej wiedzy z badań polowych i laboratoryjnych. Ponadto źródła normowe takie jak Eurokod 7, określają, że należy stosować metody numeryczne do określania charakterystycznych wartości wytrzymałości budowli ziemnej, oddziaływań i poziomów wody [64].

W istocie kierunkuje to poszukiwanie rozwiązania tych problemów na zastosowanie nowoczesnych narzędzi i technik *ostrożnego szacunku* w oparciu o już posiadaną wiedzę. Jednocześnie algorytmy uczenia maszynowego są obecnie najszybciej rozwijającą się gałęzią analiz predykcyjnych które wpisują się w metodę techniki *ostrożnego szacunku*.

2.2. Żużel – geneza i właściwości

Żużel to produkt uboczny powstający podczas przemysłowych procesów technologicznych. Powstaje jako niemetaliczny produkt uboczny podczas produkcji stali lub energii. W samym 2019 r. wytworzono 114.1 mln ton odpadów przemysłowych, z czego aż 14.3 mln ton stanowią żużle, popioły lotne oraz mieszanki popiołowo-żużlowe. Biorąc pod uwagę odpady wcześniej składowane, które szacuje się na ok. 300 mln ton recykling tych odpadów stanowi duże wyzwanie [65]. Ze względu na wysoki koszt utylizacji jako materiał odpadowy oraz pozytywne cechy żużli z punktu widzenia gospodarki materiałowej, przez większość krajów rozwiniętych zostały one uznane za użyteczny materiał budowlany, a nie odpad przemysłowy [28, 62, 66, 67].

Żużel wielkopiecowy (BFS) po wytopie w wielkim piecu jest w stanie ciekłym wywożony w zbiornikach na hałdy. Podczas procesu chłodzenia następuje krystalizacja

wielu minerałów, głównie krzemianów oraz glinokrzemianów wapnia i magnezu. Zwykle na każdą tonę wyprodukowanego gorącego metalu przypada 200-400 kg płynnego żużla. Żużel wielkopiecowy w temperaturach roboczych powinien być żużlem swobodnie płynącym, aby zapewnić skuteczne oddzielanie żużla od metalu [68–70]. Musi mieć znaczne powinowactwo do składników skały płonnej, aby ułatwić produkcję wybranego metalu [71]. Stopione żelazo i płynny żużel gromadzą się na dnie wielkiego pieca, gdzie stopiony żużel o niższej gęstości tworzy warstwę nad stopionym żelazem. Stopiony żużel jest odprowadzany z pieca jako ciecz przypominająca roztopioną lawę pływającą na wierzchu roztopionego żelaza i może być oddzielony w odpieniaku. Procesy rozkładu krzemianów zachodzą w wyniku przemian fazowych ortokrzemianu wapnia - larnitu. W wyniku tego zachodzą wewnętrzne zmiany w strukturze krystalicznej. Związane jest to ze zmianą objętości, zachodzącą bez zmiany składu chemicznego. Przyjmuje się, że ta faza przemiany trwa od dwóch do sześciu miesięcy, a materiał osiąga fazę ustabilizowaną [68, 71, 72].

W zależności od metod chłodzenia i zestalania roztopionego żużla można wytworzyć trzy ważne rodzaje żużla wielkopiecowego, którymi są żużel granulowany, chłodzony powietrzem i ekspandowany. Granulowany żużel wielkopiecowy (GBFS) otrzymuje się w wyniku szybkiego wygaszania stopionego żużla za pomocą wysokociśnieniowych strumieni wody. Są to szkliste granulki o wielkości cząstek poniżej 5 mm. GBFS jest często stosowany po dalszej obróbce poprzez suszenie, a następnie mielenie na bardzo drobny proszek. Granulowany żużel wielkopiecowy może być stosowany jako bezpośredni zamiennik cementu z różnym współczynnikiem wymiany między 30% a 85% [73–75]. Jeśli stopiony żużel zostanie skierowany do wyrobisk lub zatok ziemnych, gdzie w panujących warunkach atmosferycznych nastąpi zestalenie, utworzy on chłodzony powietrzem żużel wielkopiecowy o strukturze krystalicznej masy skalnej. Chłodzony powietrzem żużel wielkopiecowy jest dość twardym, gęstym materiałem, wykorzystywanym w takich zastosowaniach jak podsypka kolejowa, stabilizacja podłoża drogowego, kruszywo do betonu lub ogólnie wszędzie tam, gdzie wymagane jest nośne podłoże. Żużel ekspandowany produkowany jest przy użyciu urządzenia mechanicznego i stosunkowo niewielkich ilości wody chłodzącej, tworząc lekki, suchy materiał. Stosuje się go na ogół w lekkich blokach budowlanych, w produkcji cegieł, w izolacji oraz jako kruszywo do lekkiego betonu [68, 76–79].

Gęstość objętościowa żużla wielkopiecowego jest mniejsza niż kruszywa naturalnego. Wykazuje właściwości izolacyjne, dobrą odporność ogniową

i wytrzymałość termiczną. Charakteryzuje się większą chłonnością wody niż kruszywa naturalne. Wynika to z jego większej porowatości. W dużej mierze jest to jednak właściwość porowatości zamkniętej, która oznacza brak połączeń między porami. Nie zmniejsza to jednak mrozoodporności żużla wielkopieczowego, która jest stosunkowo wysoka [80–84].

Produkcja żużla wielkopieczowego (BFS) na świecie przekracza kilkadziesiąt milionów ton (ok. 25 mln) rocznie [85]. Żużel wielkopieczowy ma pH o charakterze zasadowym. W żużlu wielkopieczowym można wyróżnić znaczną obecność krzemu, glinu i wapnia. Skład żużla wielkopieczowego, w zależności od obszaru lub miejsca pozyskania, może być zmienny, zwłaszcza pod względem zawartości głównych tlenków, takich jak SiO_2 , Al_2O_3 i CaO . Obecność tych pierwiastków świadczy o zdolności do tworzenia zasadowych wiązań krzemianowych. Biorąc pod uwagę znacznie wyższą zawartość krzemu, glinu i sodu w BFS ma większą zdolność do tworzenia wiązań polimerów krzemianowych [85–88].

Żużel paleniskowy jest jednym z odpadów z przedsiębiorstw produkujących energię ciepłą, który powstaje w procesach spalania pyłu węgla kamiennego. Po ostudzeniu żużel różni się właściwościami w zależności od szybkości chłodzenia, a materiał jest obojętny na wymywanie. Skład chemiczny żużla piecowego to około 50% krzemionki SiO_2 i znaczna ilość tlenku glinu Al_2O_3 [67, 89, 90]. Wyróżnia się dwie główne odmiany. Żużel niewypalony ma ciemnoszary kolor i otwartą strukturę porów. Kruszywo zawiera w różnym stopniu kawałki spalonego węgla, a ziarna są w dużej mierze zeszkłone. Żużel palony ma barwę ceglasczerwoną, a w wyniku spalania węgla powstają duże ilości drobnego kruszywa i spieków twardych. Masa nasypowa żużla paleniskowego wynosi od 700 kg/m^3 do 1100 kg/m^3 , masa objętościowa ziaren od 1200 kg/m^3 do 1800 kg/m^3 , ciężar właściwy $2500\text{--}2700 \text{ kg/m}^3$, porowatość ziaren 30-60%, nasiąkliwość do 20% [91, 92].

Sukcesywnie żużle są przetwarzane jako kruszywo do budowy dróg, stabilizacji gruntu, podbudowy oraz do układania nawierzchni podatnych i półsztywnych. Pomimo tego, do dnia dzisiejszego duża ilość żużli pochodzących z przemysłu jest składowana na hałdach. Wielu naukowców badało wykorzystanie żużla stalowego jako kruszywa w projektowaniu betonu asfaltowego do budowy dróg [34]. Najlepszym sposobem zagospodarowania tego produktu ubocznego jest jego recykling. Prowadzi to do zmniejszenia ilości składowisk przeznaczonych do jego utylizacji, oszczędzając zasoby naturalne [61, 67, 93, 94].

Składowiska żużli wielkopieczowych oraz odpadów paleniskowych są powszechnie uważane za uciążliwe dla środowiska. Do ich głównych negatywnych wpływów na środowisko można zaliczyć wpływ infiltrujących wód ze składowiska na wody podziemne, zmianę jakości wód powierzchniowych przez odprowadzanie do nich infiltrujących wód ze składowisk, zanieczyszczenie powietrza oraz przyległych terenów i roślin pyłem unoszonym z powierzchni składowiska [89, 95]

2.3. Kruszywo betonowe - geneza i właściwości

Beton składa się przede wszystkim z cementu portlandzkiego, kruszywa oraz wody. Beton jest jednym z najpowszechniej stosowanych materiałów budowlanych, którego globalne zużycie zbliża się do 30 miliardów ton rocznie. Tradycyjny beton jest jednym z najbardziej energochłonnych materiałów budowlanych, odpowiedzialnym za około 10% globalnej antropogenicznej emisji dwutlenku węgla [96]. Podczas procesu mieszania wody (H_2O) i cement tworzą pastę cementową, w wyniku reakcji między H_2O a krzemianami wapnia powstaje hydrat krzemianu wapnia, materiał $CaO-SiO_2-H_2O$, który nie ma stałego składu i jest określany jako C-S-H [97]. Wyprodukowanie tony cementu portlandzkiego wymaga około 4 GJ energii, a produkcja klinkieru portlandzkiego uwalnia do atmosfery około 1 tony dwutlenku węgla. W związku z tym jego obciążenie dla środowiska jest znaczące pod względem wykorzystania zasobów i emisji CO_2 [98–100].

Wykorzystanie kruszyw betonowych pochodzących z recyklingu w zastosowaniach budowlanych jest wciąż stosunkowo nową i stale rozwijaną techniką. Buck [101] przypisuje powszechne użycie kruszyw betonowych pochodzących z recyklingu zakończeniu II wojny światowej, kiedy to nastąpiła nadmierna rozbiórka budynków i dróg oraz pojawiła się duża potrzeba zarówno pozbycia się odpadów, jak i odbudowy Europy po wojnie. W latach 70-tych w Stanach Zjednoczonych zaczęto stosować kruszywa betonowe pochodzące z recyklingu w zastosowaniach niekonstrukcyjnych, takich jak materiał wypełniający, fundamenty i podbudowy [101]. Od tego czasu przeprowadzono liczne badania dotyczące możliwości zastąpienia kruszywa naturalnego (NA) w betonie konstrukcyjnym przez kruszywo betonowe pochodzące z recyklingu [98, 102–105].

Kruszywa betonowe z recyklingu otrzymuje się w wyniku procesu kruszenia destruktu betonowego, z wyłączeniem materiałów zbrojenia, destruktu ceglanego

i materiałów miękkich (drewno, szkło, styropian), z których następnie otrzymuje się materiał o uziarnieniu od 0 do 63 mm [106]. Kruszywa betonowe z recyklingu mogą być stosowane jako kruszywo w budownictwie ziemnym. Znajdują one zastosowanie głównie w budownictwie drogowym, w którym ich właściwości geotechniczne (wytrzymałość i odkształcalność) zostały już w dużej mierze rozpoznane [106–108]. Główne właściwości fizyczne kruszywa betonowego z recyklingu to gęstość objętościowa, gęstość właściwa, wilgotność, porowatość i absorpcja wody przez kruszywo, kształt ziarna, skład granulometryczny kruszywa, a także właściwości filtracyjne. Przy wykorzystaniu kruszywa betonowego w drogowych konstrukcjach nasypowych oraz przy projektowaniu zapór i wałów szczególne znaczenie ma współczynnik filtracji. W celu obniżenia kosztów inwestycji i optymalnego zarządzania odpadami zastosowanie prognoz współczynnika filtracji na podstawie właściwości fizycznych materiału jak porowatość lub uziarnienie, zastępuje wykonywanie kosztownych i długotrwałych badań terenowych lub laboratoryjnych [109]. Na przykład, dla kruszyw naturalnych rozwiązania w postaci prognoz przy użyciu wzorów empirycznych jest powszechną praktyką ze względu na budowę tych gruntów które na ogół charakteryzują się obecnością zaokrąglonych ziaren, złożonych głównie z kwarcu i o małej chropowatości. Podobne postępowanie może zostać zastosowane także dla kruszywa betonowego, jednakże należy tu uwzględnić inną budowę ziaren które są bardziej szorstkie i mają nieregularny kształt, co ma znaczący wpływ na przepływ wody przez pory gruntowe [110].

Porowatość i absorpcja wody są powiązаныmi cechami kruszywa. Kruszywa naturalne zazwyczaj mają małą absorpcję wody ze względu na niską porowatość, kruszywo betonowe ma większą porowatość, co pozwala kruszywu zatrzymać więcej wody w porach. Shayan i Xu [111] określili wartości absorpcji wody w zakresie 0,5-1 % dla kruszyw naturalnych i 4-4,7 % dla kruszywa betonowego w stanie nasyconym. Inne badania wykazały różnice, gdzie absorpcja kruszywa betonowego wynosiła 5,6 i 4,9-5,2% w porównaniu do absorpcji kruszywa naturalnego wynoszącej od 1,0 do 2,5% [112, 113]. Metoda produkcji kruszywa betonowego i rodzaj kruszarki, która jest używana w tym procesie, ma wpływ na kształt produkowanego kruszywa betonowego. Kruszywo naturalne ma z reguły kształt nieregularny o gładkich bokach. Początkowo charakteryzowano kruszywo betonowe jako materiał o kształcie nieregularnym, a następnie stwierdzono, że to kruszywo jest bardziej zaokrąglone, kuliste, co wynika ze sposobu kruszenia [113].

Metody recyklingu betonu dzielą się na mechaniczne i mechaniczno-termiczne, najbardziej znane techniki kruszenia to:

- mechaniczne:
 - kruszarka szczękowa,
 - kruszarka udarowa,
 - kruszarka wirnikowa,
 - kruszarka inteligentna,
 - kruszarka szczękowa w połączeniu z kruszarką udarową z pionową zmianą, stożkową lub walcową,
- mechaniczno-termiczne:
 - C2CA (concrete to cement and aggregate) oraz ADR - Advanced dry recovery (mechaniczny i termiczny) [114, 115].

Każda z wymienionych technik i systemów recyklingu ma inną prędkość obrotową, czas trwania kruszenia czy ilość cykli kruszenia a w przypadku metod mechaniczno-termicznych także wydzielania ciepła. Prowadzi to do uzyskania frakcji betonu recyklingowego, który mogą mieć różne właściwości fizykochemiczne [103]. Przekłada się to na różne wielkości ziaren, kształty, teksturę wraz z ilością przylegającej do ziaren zaprawy. Wszystkie te elementy oddziałują na parametry końcowe kruszywa recyklingowego.

Kruszywo betonowe (RCA) stosowane w konstrukcjach ziemnych są zazwyczaj tańsze niż kruszywa naturalne. Ponowne wykorzystanie odpadów budowlanych jest rozwiązaniem przyjaznym dla środowiska. Rosnąca popularność tego materiału przyczynia się do lepszego poznania jego właściwości. Zrozumienie jego ograniczeń i zaleceń dotyczących jego wykorzystania już na etapie projektowania, usprawnia następnie prace budowlane [116]. Kruszywo betonowe z recyklingu jest uważane za materiał bezpieczny dla środowiska, który można stosować w nawierzchniach i konstrukcjach drogowych. Maia i in. [99] przeprowadzili przegląd literatury dotyczących analiz chemicznych RCA z ostatnich kilku lat. Duże znaczenie dla intensywności wymywania pierwiastków ma wartość pH. Im wyższa kwasowość, tym większe wymywanie [28]. Jest to ważna informacja z punktu widzenia praktycznego zastosowania tego materiału.

Porowatość NA i RCA jest różna, w przypadku kruszyw naturalnych wynosi ona około 3%, a dla kruszywa betonowego około 15% [117]. Na powierzchni kruszywa betonowego znajdują się pozostałości zaprawy cementowej, co wpływa na zdolność

kruszywa do wchłaniania wody [118]. W czasie jednej doby, absorpcja wody przez kruszywo betonowe wzrasta o 2,56% [119], co ma znaczenie dla współczynnika filtracji tego materiału i mrozoodporności. Współczynnik filtracji kruszywa pełni podwójną rolę w kontekście odporności na zamarzanie. Z jednej strony kruszywa bardziej porowate są słabsze i łatwo ulegają nasyceniu. Z drugiej strony, bardziej przepuszczalne kruszywo może łatwo zmniejszyć swój stopień nasycenia, co poprawia mrozoodporność [120].

2.4. Współczynnik filtracji

Zarządzanie odpadami budowlanymi, czyli ich optymalny recyding, wymaga między innymi określenia zdolności gruntu lub kruszywa do przepuszczania cieczy pod ciśnieniem, które nazywane jest przepuszczalnością gruntu. Strumień odpadów powstających w procesach przemysłowych oraz z rozbiórek budynków uniemożliwia efektywne określenie właściwości tych gruntów jedynie poprzez metody laboratoryjne lub polowe. Jednocześnie miejscem wykorzystania tych materiałów są budowle ziemne w tym nasypowe konstrukcje drogowe, gdzie informacja na temat przepuszczalności kruszywa jest niezbędna. Przepuszczalność, to cecha gruntu, która zależy od jego uziarnienia, struktury, tekstury i porowatości. Charakteryzuje ją współczynnik przepuszczalności K , niezależny od filtrującej cieczy. W odróżnieniu od współczynnika przepuszczalności K do prognozowania przepływu wody przez ośrodek porowaty stosowany jest współczynnik filtracji k [27]. Współczynnik filtracji przyjmuje jednostki prędkości, takie jak metry na sekundę (m/s) lub centymetry na sekundę (cm/s). Im wyższy współczynnik filtracji, tym większa przepuszczalność i szybszy przepływ wody przez materiał.

Współczynnik filtracji oraz wartość gradientu hydraulicznego są składnikami wzoru Darcy'ego (wzór 1) opisującego podstawowe prawo filtracji [26]:

$$v = k \cdot i \quad (1)$$

gdzie: v – prędkość przepływu wody w czasie [m/s], k – współczynnik wodoprzepuszczalności – stała Darcy'ego, równy prędkości przepływu v przy $i = 1$, [m/s], i – spadek hydrauliczny (liczba niemianowana).

Wzór Darcy'ego pozwala wyznaczyć objętość wody przepływającej przez jednostkową powierzchnię przekroju poprzecznego porowatego materiału pod jednostkowym gradientem hydraulicznym. Darcy podał, że przepływ wody filtrującej przez warstwę danego rodzaju gruntu jest proporcjonalny do straty naporu i odwrotnie

proporcjonalny do miąższości warstwy tego gruntu. Opracował je na podstawie badań piasków, ale posiada on zastosowanie dla gruntów o różnym uziarnieniu. Ponadto jest ważne przy przepływie laminarnym. W przypadku gruntów mało spoistych i spoistych ruch wody następuje po przekroczeniu tzw. początkowego spadku hydraulicznego.

W praktyce zastosowanie współczynnika filtracji w projektowaniu konstrukcji inżynierskich obejmuje m.in.:

- Projektowanie wszelkich systemów odwadniających punktowych i liniowych w postaci studni, drenaży gdzie przy obniżaniu poziomu zwierciadła naturalnego należy określić objętości wód podlegających odprowadzeniu.
- Przy określaniu zasięgu leja depresji powstającego podczas prac odwodnieniowych, który może mieć wpływ na powstanie niekorzystnych zjawisk związanych z osiadaniem gruntu.
- Przy określaniu szczelności wszelkich nasypów ziemnych, a szczególnie piętujących wodę oraz określenia filtracji przez podłoże konstrukcji nasypowych. Związane jest to z bezpieczeństwem pracy konstrukcji. Pozwala także na zaprojektowanie uszczelnień oraz zabezpieczeń konstrukcyjnych.
- Doboru wszelkiego rodzaju filtrów, w tym odwrotnych zapobiegających niekorzystnym zjawiskom występującym przy przepływie wody przez ośrodek porowaty, redukujących wartość gradientów hydraulicznych.
- Współczynnik filtracji odgrywa istotną rolę w inżynierii drogowej, w szczególności w projektowaniu warstw nasypowych konstrukcji drogowych. Pomaga on także określić zdolność drenażową podłoża gruntowego pod warstwami nawierzchni, zapewniając skuteczne usuwanie nadmiaru wody i zmniejszając ryzyko uszkodzeń spowodowanych nadmiernym jego nasyceniem-uplastycznieniem lub przemarzaniem.

W przypadku materiałów nasypowych: gruntów i kruszyw, naturalnych i antropogenicznych, praktyczne i zarazem wymagane wartości gradientów hydraulicznych znajdujemy m.in. w instrukcjach branżowych takich jak: Wały przeciwpowodziowe – wytyczne instruktażowe projektowania [121] oraz WT-4 [122]. Kontakt materiału z wodą wskazuje na konieczność sprawdzenia potencjalnego oddziaływania destruktu betonowego na środowisko gruntowo-wodne [122].

Wiedza o przepuszczalności gruntów jest ważna w różnych praktycznych dziedzinach budownictwa jak: geotechnika, geotechnika środowiskowa, budownictwo

drogowe i kolejowe, odwodnienia budowlane oraz w geologii inżynierskiej i hydrogeologii. W zależności od celów, jakie musi osiągnąć projekt inżynierski, stawiane są warunki, w jakich wyznacza się współczynnik filtracji. Dotyczy to stosowanych gradientów hydraulicznych, przyłożonych naprężeń, oraz wymaganej precyzji jego wyznaczania.

Pazdro [27] podaje szereg metod oznaczania współczynnika filtracji. Wśród nich można wyróżnić:

- metody polowe,
- metody laboratoryjne,
- wykorzystanie wzorów empirycznych.

Metody polowe zazwyczaj wykorzystują otwory wiertnicze. Są wykonywane bezpośrednio w gruncie i są bardzo zbliżone do naturalnych warunków ruchu wody gruntowej [26]. Wśród tradycyjnych metod polowych możemy wyróżnić najważniejsze:

- metodę próbnego pompowania,
- metodę zalewania otworu (metoda Maaga),
- metodę bezpośredniego pomiaru filtracji.

Metoda próbnego pompowania uważana jest za metodę dającą najdokładniejsze wyniki. Pomiary wykonywane są podczas obniżania wody w otworze oraz w zlokalizowanych w pewnej odległości od otworu piezometrach. Wokół studni wytwarza się lej depresyjny. Gdy ruch wody do studni ustali się, mierzony jest wydatek q oraz położenie zwierciadła wody w piezometrach. Parametry te pozwalają obliczyć współczynnik filtracji. Metoda ta jest niestety kosztowna, wymaga zainstalowania w otworze pompy i doprowadzenia energii elektrycznej, ale niezbędna (najlepsza) do właściwego wyznaczenia objętości wody pobieranej podczas prac odwodnieniowych.

Metoda studni chłonnych opiera się na pomiarach obniżania się wody w wykonanym wcześniej orurowanym otworze wiertniczym. Woda dolewana do otworu wsiąka w grunt z prędkością zależną od przepuszczalności gruntu. Maag wykorzystując zasadę powierzchni ekwipotencjalnych podał wzory na obliczenie współczynnika filtracji. W odróżnieniu od metody próbnego pompowania jest ona wykonywana na płytszych głębokościach.

Metoda bezpośredniego pomiaru filtracji [27] znana jest także jako metoda wyznaczania współczynnika filtracji metodami pośrednimi [26]. Metoda ta, zwana indykatorową lub wskaźnikową polega na wprowadzaniu do strumienia wody

podziemnej łatwo rozpoznawalnego wskaźnika i obserwowaniu, w jakim czasie pojawi się on w określonej odległości [27]. Wskaźnik wprowadza się do wody w wykonanym otworze wiertniczym - wskaźnikowym, a obserwację pojawiającego się wskaźnika w innym otworze – obserwacyjnym położonym na kierunku filtracji. Odległość między otworami wynosi od kilku do kilkunastu metrów. Ze względu na rodzaj wprowadzanego wskaźnika różni się metodę: chemiczną, kolorymetryczną, elektrolityczną, potencjału elektrycznego i izotopową. Otwory wiertnicze w zależności od zastosowanego wskaźnika wymagają odpowiedniego wyposażenia zainstalowanego w otworach wskaźnikowym i kontrolnym.

Nowoczesne techniki pomiarowe rozwijane od lat 80-tych zeszłego stulecia pozwalają na obliczenie współczynnika filtracji na podstawie wzorów korelacyjnych związanych z tempem rozpraszania nadwyżki ciśnienia wody w porach w trakcie sondowań. Najbardziej rozpowszechnione są sondowania sondą stożkową (CPT/CPTU (Cone Penetrating Test) z pomiarem ciśnienia wody w porach [123–125], sondowania dylatometryczne dylatometrem Marchettiego (DMT) [126–129], oraz sondą BAT [130, 131].

Klasyczne metody laboratoryjne do pomiaru współczynnika filtracji opierają się na pomiarach objętości wody przepływającej przez grunt lub infiltracji wody w próbkę gruntu [26, 27, 132].

Pierwsza z metod nazywana metodą stałego gradientu [26] - *Constant Head Permeability Test* [132] polega na pionowym przepływie wody przez walcową próbkę gruntu, od dołu do góry próbki, przy zadanym stałym gradiencie hydraulicznym. Współczynnik filtracji można obliczyć stosując prawo Darcy'ego na podstawie wymiarów próbki, pomiarze objętości przepływającej wody w przedziałach czasowych oraz zadanej różnicy poziomów wody na wejściu i na wyjściu wody z próbki. W zależności od konstrukcji aparatu maksymalne stosowane gradienty hydrauliczne nie przekraczają wartości 1.0. Metoda ta jest stosowana w przypadku gruntów przepuszczalnych (niespoistych) o współczynniku filtracji $> 10^{-4}$ cm/sek. [26]. Druga z metod znajduje zastosowanie w przypadku gruntów słaboprzepuszczalnych (spoistych). Polega na infiltracji wody przez górną powierzchnię próbki i przepływie w kierunku pionowym do dołu – *Falling Head Permeability Test* [132] w warunkach zmniejszającego się w czasie gradientu hydraulicznego działającego na próbkę. Ze względu na różne uwarunkowania stosowania tej metody, m.in. konieczność pokonania gradientu początkowego do uruchomienia filtracji w gruntach spoistych, w metodzie tej stosowane

są dużo wyższe wartości gradientów niż w metodzie stałego gradientu. W trakcie badania mierzone są zmiany położenia zwierciadła wody w rurce zainstalowanej nad próbką. Znajomość wymiarów próbki, przekroju rurki pomiarowej i czasu pomiarów w zakresie zadanych gradientów pozwala na policzenie współczynnika filtracji z wyprowadzonego dla tej metody wzoru.

W nowoczesnych laboratoriach badawczych stosuje się bardziej zaawansowane techniki badań m.in. badania w Komorze Rowe'a umożliwiające pomiar współczynnika filtracji w kierunku pionowym i poziomym oraz pomiar współczynnika filtracji w komorach trójosiowego ściskania [133, 134] z wykorzystaniem techniki „flow-pump” [135, 136]. Są to jednak pomiary czaso- i kosztochłonne.

Zarówno metody laboratoryjne jak i polowe powinny być wykonywane w oparciu o aktualnie obowiązujące normy, co pozwala na ustandaryzowanie otrzymanych wyników badań. W Polsce normą obowiązującą przy wykonywaniu laboratoryjnych badań filtracji jest PN-EN ISO 17892-11:2019-05 Rozpoznanie i badania geotechniczne - Badania laboratoryjne gruntów - Część 11: Badania filtracji. Wydana przez Polski Komitet Normalizacyjny [137].

Kolejną metodę wyznaczania współczynnika filtracji stanowią wzory empiryczne. Są one oparte na zależności współczynnika filtracji od uziarnienia i porowatości. Opracowane zostały dla wybranych gruntów niespoistych o określonych krzywych i przedziałach uziarnienia. Z tego względu mają ograniczony zakres stosowania. W większości wzorów występuje w nich średnica d_{10} wraz z mniejszymi odnosząca się do odczytywanej z podziałki uziarnienia średnicy zastępczej ziarna. We wzorach bardziej rozbudowanych występuje też właściwość fizyczna gruntu nazywana porowatością n , charakteryzująca upakowanie ziaren szkieletu gruntowego oraz przekładająca się na objętość porów w gruncie i w rezultacie odzwierciedla stopień zagęszczenia ośrodka.

Pierwsze prace dotyczące pośredniego szacowania przepuszczalności gruntów nieskonsolidowanych opierały się na określonym uziarnieniu. Badania te bazowały na pracy Hazena [138] dla ośrodków o porowatości około 36%, którego wzór (wzór 2) na oszacowanie przepuszczalności w temperaturze 20°C (po przeliczeniu m/d na Darcy) wynosi:

$$k \approx 0.89 * d_{10}^2, \quad (2)$$

Liczne późniejsze opracowania również potwierdzają dodatnią korelację wielkości ziaren z przepuszczalnością i współczynnikiem filtracji [139–143].

Zależności między przepuszczalnością a parametrami ziarnowymi formułuje się w kategoriach średniego wymiaru ziarna, współczynnika klasyfikacji granulometrycznej oraz współczynników kształtu ziarna (dla ośrodków nieskonsolidowanych najbardziej krytyczne są dwa pierwsze). Wpływ kształtu ziaren na wartości przepuszczalności, z uwzględnieniem dwóch zróżnicowanych cech: kulistości i kanciastości, został podjęty prawie sto lat temu [140].

Szacując przepuszczalność tylko na podstawie danych granulometrycznych, nie uwzględnia się zagęszczenia lub upakowania ziaren, co opisują takie cechy fizyczne jak porowatość n , wskaźnik porowatości e i stopnia zagęszczenia I_D . W zakresie szacowania przepuszczalności na podstawie cech granulometrycznych i porowatości Slichter [144] opracował funkcję efektywnej średnicy ziaren.

Wpływ właściwości porowatości na przepuszczalność gruntu jest niejednoznaczny, co zaznaczyli Díaz-Curiel i in. [145], a ich praca wskazała na istnienie negatywnej korelacji pomiędzy właściwością porowatości a przepuszczalnością gruntów.

Na podstawie prac eksperymentalnych opracowano szereg wzorów empirycznych do szacowania współczynnika filtracji. Współczynnik filtracji k można obliczyć na podstawie analizy wielkości ziaren i cząstek gruntu, stosując empiryczne równania odnoszące k do wartości średnic charakterystycznych odczytywanych z krzywej uziarnienia dla analizowanego gruntu. Niektóre z nich zaprezentowano poniżej:

- Hazen [138], zakres zastosowania: $0.1 \text{ mm} < d_{10} < 3 \text{ mm}$, $C_u < 5$ (wzór 3):

$$k = 6 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{g}{v} \cdot [1 + 10 \cdot (n - 0.26)] \cdot d_{10}^2, \quad (3)$$

- Kozeny – Carman [146, 147], zakres zastosowania: $d_{10} < 3 \text{ mm}$ (wzór 4):

$$k = 8.3 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{g}{v} \cdot \left[\frac{n^3}{(1-n)^2} \right] \cdot d_{10}^2, \quad (4)$$

- Terzagi [148], brak zdefiniowanego zakresu zastosowania, dedykowany piaskom gruboziarnistym z ziarnami zaokrąglonymi do kanciastych (wzór 5):

$$k = 0.0084 \cdot \frac{g}{v} \cdot \left[\frac{n-0.13}{\sqrt[3]{1-n}} \right]^2 \cdot d_{10}^2, \quad (5)$$

- Chapuis [149], zakres zastosowania: $0.03 \text{ mm} < d_{10} < 3 \text{ mm}$ (wzór 6):

$$k = 1.5 \cdot d_{10}^2 \cdot \frac{e^3}{1+e} \cdot \frac{1+e_{max}}{e_{max}^3}, \quad (6)$$

- Slichter [150], zakres zastosowania: $0.01 \text{ mm} < d_{10} < 5 \text{ mm}$ (wzór 7):

$$k = 1 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{g}{v} \cdot n^{3.287} \cdot d_{10}^2, \quad (7)$$

- Alyamani i Sen [151], zakres zastosowania nie został zdefiniowany (wzór 8):

$$k = 1300 \cdot [I_0 + 0.025 \cdot (d_{50} - d_{10})]^2, \quad (8)$$

Możliwość zastosowania tych wzorów zależy od rodzaju gruntu, dla którego ma być oszacowany współczynnik filtracji. Ponadto niewiele wzorów daje wiarygodne oszacowania wyników ze względu na trudność uwzględnienia wszystkich możliwych zmiennych w ośrodkach porowatych. Vukovic i Soro [152] zauważyli, że zastosowanie różnych wzorów empirycznych do tego samego materiału ośrodka porowatego może dać różne wartości współczynnika filtracji, które mogą się różnić o nawet kilkadziesiąt procent.

2.5. Uczenie maszynowe jako narzędzie predykcyjne wspomagające proces zarządzania

Uczenie maszynowe służy do lepszego syntetyzowania informacji ukrytych w zbiorach danych. Celem uczenia maszynowego jest wykorzystanie algorytmów do odkrywania zależności między cechami w zbiorach danych, którą można zastosować, aby usprawnić proces podejmowania działań. Określenie „uczenie maszynowe” po raz pierwszy zostało zdefiniowane w czasopiśmie IBM Journal of Research and Development w roku 1959, autorem artykułu, był Arthur Samuel z IBM, badał zastosowanie uczenia maszynowego w grze w warcaby "w celu sprawdzenia faktu, że komputer może być zaprogramowany tak, że nauczy się grać w warcaby lepiej niż osoba, która napisała program” [153].

Dotychczas uczenie maszynowe z sukcesem stosowane było między innymi do:

- Segmentowania klientów pod kątem celowej oferty marketingowej;
- Wykrywania anomalii w działaniu systemów mogące wskazywać na incydenty związane z bezpieczeństwem cybernetycznym;
- Prognozowania sprzedaży produktów na podstawie warunków rynkowych i środowiskowych;
- Rekomendowania kolejnego filmu, który widz może chcieć obejrzeć na podstawie jego wcześniejszych wyborów.

Jest, to tylko kilka przykładów wszechstronnego zastosowania algorytmów uczenia maszynowego. Uczenie maszynowe może okazać się adekwatnym, wartościowym i obniżającym koszty rozwiązaniem w prawie każdej dziedzinie [154–156].

Oto kilka przykładów zastosowania uczenia maszynowego w inżynierii lądowej i zarządzaniu procesem inwestycyjnym:

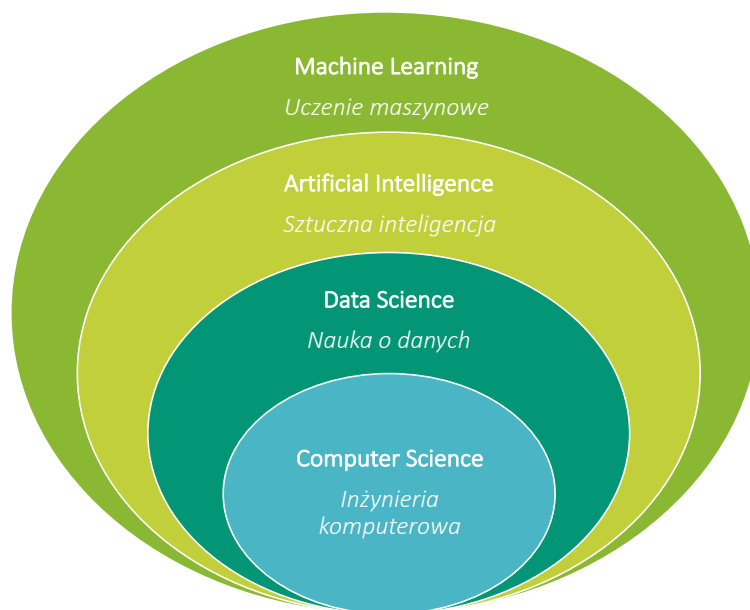
- Algorytmy uczenia maszynowego mogą być stosowane do prognozowania wytrzymałości materiałów takich jak beton, stal czy drewno. Wykorzystując dane o składzie materiałów, parametrach procesu produkcji oraz wynikach badań wytrzymałościowych, można trenować modele uczenia maszynowego do przewidywania wytrzymałości na podstawie nowych danych [157, 158].
- Do analizy danych dotyczących uszkodzeń mostów, budynków czy infrastruktury drogowej. Poprzez trenowanie modeli uczenia maszynowego na podstawie danych dotyczących parametrów konstrukcji, historii obciążeń i informacji o uszkodzeniach, można opracować systemy automatycznej identyfikacji uszkodzeń i monitorowania stanu struktur [159–161].
- Wykorzystanie do prognozowania osiadania gruntu, na podstawie danych geotechnicznych, takich jak rodzaj gruntu, wilgotność czy zawartość części organicznych, modele uczenia maszynowego mogą przewidywać osiadanie gruntu w różnych warunkach, co pomaga przy projektowaniu trwałych konstrukcji [162–164].
- Mogą być wykorzystane do optymalizacji wykorzystania zasobów w procesie inwestycyjnym (materiały, sprzęt, siła robocza itp.). Poprzez analizę danych dotyczących dostępności zasobów, planowanych działań i innych czynników, modele uczenia maszynowego mogą wspomagać decyzje dotyczące alokacji zasobów i minimalizować zużycie materiałów oraz kosztów [165–167].
- Wykorzystane do prognozowania kosztów budowy na podstawie danych historycznych, lokalizacji, rozmiaru projektu, rodzaju budynków można dokładniej oszacować koszty inwestycji i zarządzać budżetem projektu [168–170].

Kluczową cechą uczenia maszynowego jest koncepcja *samouczenia*. Odnosi się ona do zastosowania modelowania statystycznego w celu wykrycia wzorców i poprawy wydajności na podstawie danych i informacji empirycznych. Arthur Samuel opisał to jako zdolność do uczenia się bez wyraźnego zaprogramowania, czyli bez bezpośrednich poleceń programistycznych [153]. Uczenie maszynowe jest silnie uzależnione od wcześniej wprowadzonego rodzaju komend, z użyciem którego maszyny mogą wykonać określone zadanie używając danych wejściowych, zamiast polegać na bezpośrednim poleceniu programistycznym.

Pojęciem często wykorzystywanym w kontekście uczenia maszynowego jest algorytm będący serią precyzyjnych obserwacji, decyzji i instrukcji, które kompilują je,

na konkretne wykonywane działania. Zastosowanie odpowiednich algorytmów uczenia maszynowego, projektuje się w oparciu o konkretny cel jaki ma spełniać [156, 171, 172].

Algorytmy uczenia maszynowego dzielą się na dwa główne typy: (i) nadzorowane i (ii) nienadzorowane. Modele uczenia nadzorowanego (i) to takie, w których model uczenia maszynowego jest oceniany i dostrajany względem jakiejś znanej wielkości. Większość algorytmów uczenia maszynowego to uczenie nadzorowane. Modele uczenia nienadzorowanego (ii) to takie, w których model uczenia maszynowego czerpie wzorce i informacje z danych, podczas gdy sam określa parametr dostrajający znaną wielkość. Są one rzadsze w praktyce, ale są przydatne w nadawaniu kierunku, gdzie szukać danych do dalszej analizy [156, 172].



Rysunek 2 Relacje pomiędzy polami związanymi z przetwarzaniem danych.

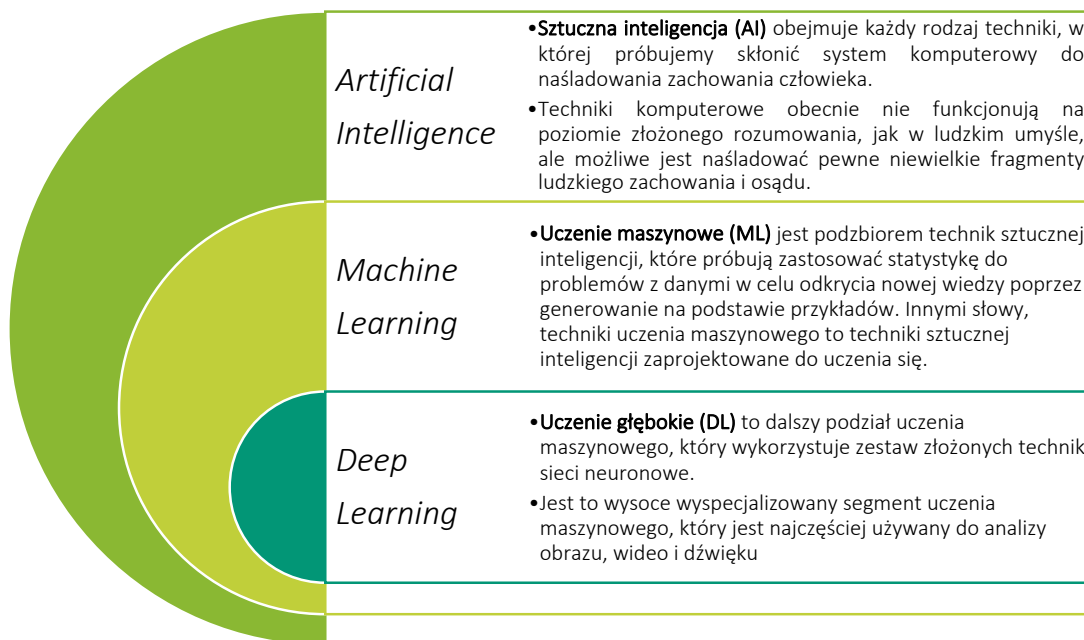
Uczenie maszynowe łączy się z dziedzinami macierzystymi i dyscyplinami siostrzanymi co zostało zaprezentowane na rysunku 2. Niekiedy rozróżnienie dyscypliny może okazać się trudne, zwłaszcza oddzielenie uczenia maszynowego i eksploracji danych (ang. *data mining*).

Uczenie maszynowe, eksploracja danych, sztuczna inteligencja i programowanie komputerowe wchodzi w zakres informatyki (ang. *Computer Science*), która obejmuje wszystko, co jest związane z projektowaniem i używaniem komputerów. W obrębie nauk związanych z informatyką znajduje się kolejna szeroka dziedzina – nauka o danych (ang. *Data Science*). Ta węższa dziedzina obejmuje metody i systemy do wydobywania wiedzy i spostrzeżeń z danych za pomocą komputerów [171–173].

Uczenie maszynowe, kładzie nacisk na przyrostowy proces samouczenia się i automatycznego wykrywania wzorców poprzez doświadczenie wynikające z danych empirycznych. Eksploracja danych jest mniej autonomiczną techniką wydobywania ukrytego charakteru danych której celem jest praca ze zbiorem danych.

Sztuczna inteligencja (ang. *Artificial Intelligence* - AI), to zdolność do prawidłowego interpretowania danych pochodzących z zewnętrznych źródeł w celu wykonania określonego zadania poprzez elastyczne dostosowanie. Jeszcze węższą podgrupą jest sam uczenie maszynowe, który jest jednocześnie doskonałym wstępem do zagadnień sztucznej inteligencji [174–176].

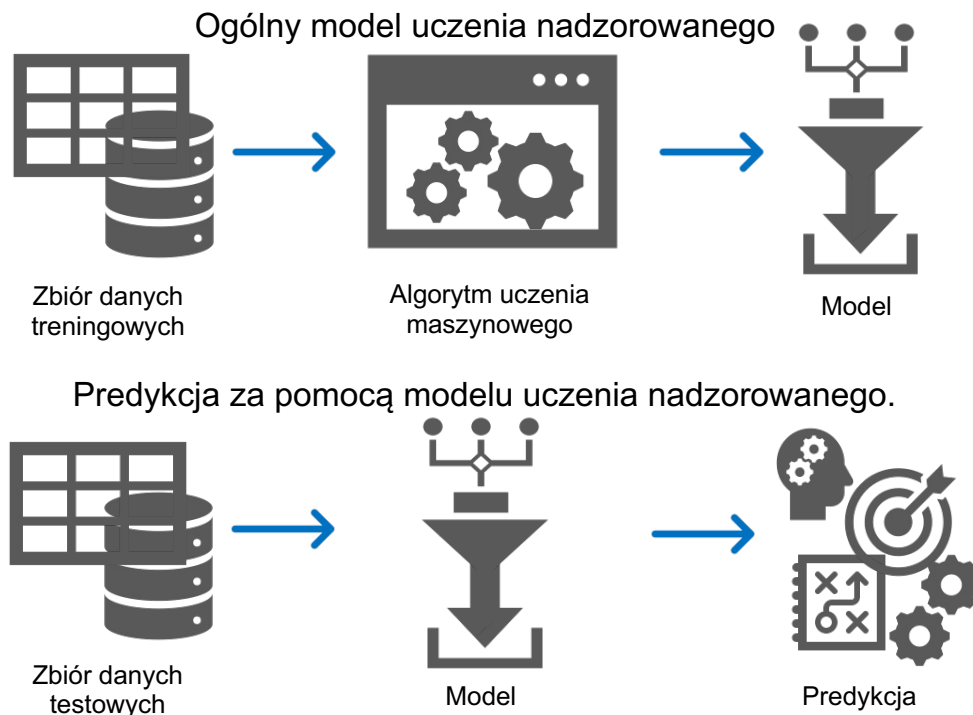
Uczenie maszynowe pokrywa się z eksploracją danych, opartą na odkrywaniu i wydobywaniu wzorców w dużych zbiorach danych. Obie techniki opierają się na metodach wnioskowania, takich jak przewidywanie wyników na podstawie badań empirycznych i rozumowania probabilistycznego. Czerpią z podobnego zasobu metod, w tym analizy składowych głównych, analizy regresji, drzew decyzyjnych czy technik klastrowych (grupowanie). Jednak podczas gdy eksploracja danych skupia się na analizie zmiennych wejściowych w celu przewidzenia nowego wyniku końcowego (wyjściowego), uczenie maszynowe rozszerza się na analizę zarówno zmiennych wejściowych, jak i wyjściowych [175, 177, 178].



Rysunek 3 Relacja między sztuczną inteligencją, uczeniem maszynowym i głębokim uczeniem.

Poza wcześniej opisanymi technikami sztucznej inteligencji oraz uczenia maszynowego istnieje także uczenie głębokie, wykorzystujące złożone techniki sieci

neuronowych (rysunek 3). Na poniższym schemacie (rysunek 4) przedstawiono ogólny model uczenia nadzorowanego, który otrzymuje pewne wartości wejściowe stanowiące zbiór danych treningowych (doświadczalnych), przetwarza je z wykorzystaniem algorytmów uczenia maszynowego i zwraca w postaci modelu. Jest on następnie weryfikowany co do jego skuteczności i wykorzystywany do predykcji danych testowych [179, 180].



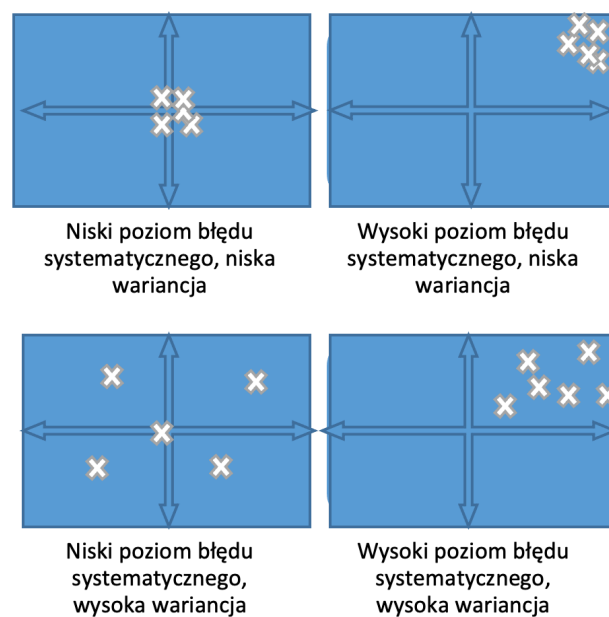
Rysunek 4 Modelowanie i predykcja z wykorzystaniem modelu uczenia nadzorowanego.

W uczeniu maszynowym dane wejściowe są zwykle dzielone na dane treningowe i dane testowe. Zwyczajowo dzieli się je w proporcji 70% dane treningowe i 30% dane testowe, rzadziej jest to stosunek 80% do 20%. Dane treningowe, czyli dane początkowe są wykorzystywane przez algorytm do opracowania modelu. Wykorzystując uczenie maszynowe, model można wytrenować tak, aby automatycznie wykrywał błędy (analizując wcześniejsze iteracje) bez bezpośredniej ingerencji człowieka. Ważne jest, aby nie trenować modelu na danych, które następnie przekazujemy do niego z powrotem w celu przetestowania jego poprawności. Metody dzielenia danych dla celów treningowych i testowych są znane jako techniki próbkowania (ang. *samplingu*). Mogą one występować w wielu postaciach, takich jak celowy podział danych, dobór losowy lub bardziej zaawansowane techniki. Wiele z modeli posiada wbudowane metody pobierania danych, wykonywania na nich określonych operacji, a następnie zapisywania

dostosowanych czynności do struktury danych, która jest używana na danych testowych [154, 175, 177].

Tendencyjność w doborze próby (ang. *Sampling Bias*) jest tym, co dzieje się, gdy dane są próbkowane w taki sposób, że rozkłady danych w próbach nie są zgodne z rozkładami w populacji, z której są pobierane. Zmienność próbki to stopień, w jakim statystyka próbki różni się od populacji. Te cechy można kontrolować, wybierając odpowiedni sposób próbkowania danych. Poziom błąd systematyczny i wariancję z próbkowania danych można przedstawić na cztery sposoby [181, 182]. Rysunek 5 przedstawia cztery grupy - prostokąty, środek każdego z nich to średnia dla populacji. Znaki X reprezentują różne dane z badań (różne próby):

- Niski poziom błędu systematycznego, niska wariancja - Najlepszy scenariusz. Próbki są dość dobrze reprezentatywne dla populacji.
- Wysoki poziom błędu systematycznego, niska wariancja - Próbki są dość spójne, ale nie odzwierciedlają populacji.
- Niski poziom błędu systematycznego, wysoka wariancja - Próbki różnią się znacznie pod względem spójności, ale niektóre mogą być reprezentatywne dla populacji.
- Wysoki poziom błędu systematycznego, wysoka wariancja - Próbki są nieco bardziej spójne, ale raczej nie są reprezentatywne dla populacji.



Rysunek 5 Tendencyjność w doborze próby i wariancja.

Prosta próba losowa jest jednym ze sposobów kontrolowania tendencyjności przy doborze próby z zestawienia zbiorczego. Jest to sytuacja, w której wartości/badania są wybierane losowo z danych w taki sposób, że każdy wiersz ma równą szansę na wybór. Jest to często najlepszy sposób na osiągnięcie równowagi w doborze wartości do zestawów próbek reprezentujących całą populacji lub bazę danych. Zastosowanie prostej próby losowej do tych samych danych dwa razy nazywamy losowaniem ze zwracaniem, eliminowanie wybranych raz danych ze zbioru poddanemu losowaniu to losowanie bez zwracania. Inną metodą próbkowania jest dobór próby metodą klastrową gdzie wybierane są całe warstwy danych z danej grupy/warstwy próby losowej, zamiast wykonywania prostej próby losowej w obrębie warstwy [154, 171, 175, 177, 183].

Algorytmy uczenia nadzorowane są szerzej rozpowszechnione niż algorytmy uczenia bez nadzoru. Występują one w trzech głównych wariantach: regresja, klasyfikacja oraz metoda mieszana łącząca te metody uczenia maszynowego [154, 179, 184]. Poniżej przedstawiono kilka standardowych zadań uczenia maszynowego, które zostały szerzej omówione:

- Klasyfikacja (ang. *Classification*): jest to problem przypisania kategorii do każdego elementu. Liczba kategorii w takich zadaniach jest często mniejsza niż kilkaset, ale w niektórych trudnych zadaniach może być znacznie większa, a nawet nieograniczona jak w OCR - klasyfikacja tekstu czy rozpoznawanie mowy.
- Regresja (ang. *Regression*): polega na przewidywaniu rzeczywistej wartości dla każdego elementu. W regresji skala błędu przewidywania zależy od wielkości różnicy między wartością prawdziwą a przewidywaną, w przeciwieństwie do problemu klasyfikacji, gdzie zazwyczaj nie uwzględnia się bliskości między różnymi kategoriami.
- Ranking (ang. *Ranking*): polega na uczeniu się porządkowania elementów według jakiegoś kryterium. Problemy rankingowe pojawiają się w kontekście projektowania systemów ekstrakcji informacji czy przetwarzania języka naturalnego.
- Klastrowanie (ang. *Clustering*): jest to zagadnienie podziału zbioru elementów na jednorodne podzbiory. Klastrowanie czy też grupowanie jest często wykorzystywane do analizy bardzo dużych zbiorów danych (np. w analizie sieci społecznych, algorytmy klastrowania próbują zidentyfikować naturalne społeczności w ramach dużych grup ludzi).
- Metody Łączone (ang. *Mixed Methods*): algorytmy wykorzystujące łączenie metod

mogą używać regresji, aby wspomóc klasyfikację lub dane mogą być najpierw wzięte jako etykiety i użyte do ograniczenia modeli regresji.

W tabeli 1 zaprezentowano podział metod uczenia algorytmów z uwzględnieniem podziału na rodzaje nadzorowania uczenia algorytmów.

Tabela 1. Modele uczenia maszynowego w podziale rodzaje algorytmów.

Model	Metoda uczenia algorytmu
<i>Supervised learning algorithms /Algorytmy uczenia nadzorowanego/</i>	
k-Nearest Neighbors	Klasyfikacja
Naive Bayes	Klasyfikacja
Decision trees	Klasyfikacja
Linear Regression	Predykcja numeryczna, Regresja
Regression trees	Predykcja numeryczna, Regresja
Neural Networks	Metody łączone
<i>Unsupervised learning algorithms /Algorytmy uczenia bez nadzoru/</i>	
Association Rules	Wykrywanie wzorców
k-Means Clustering	Grupowanie (klastry)
<i>Meta-learning algorithms /Algorytmy meta-uczenia się/</i>	
Boosting	Metody łączone
Random Forest	Metody łączone

Uczenie maszynowe opiera się na procesie generalizacji, czyli wykorzystaniu skończonego zestawu badań empirycznych do przewidywań dotyczących danych spoza tego zestawu. Problem generalizacji jest zwykle formułowany jako wybór algorytmu ze zbioru hipotez. Wybrany algorytm jest używany do predykcji wartości w oparciu o wytrenowany model. Na ogół wysoka zależność między predyktorem a wartością wyjściową nie jest decydująca w przypadku algorytmów predykcyjnych. Kompromis pomiędzy wielkością próbki a złożonością danych odgrywa kluczową rolę w generalizacji. Kiedy rozmiar próbki danych jest stosunkowo mały a zestaw cech zbyt złożony, może prowadzić to do słabej generalizacji, co jest również znane jako przeuczenie. Z drugiej strony, przy zbyt małej próbce danych może nie być osiągnięta wystarczająca dokładność modelu [175, 179, 180, 184, 185].

Projektowanie algorytmów uczących się polega na wyborze zbioru hipotez i właściwego modelu. Ogólnie rzecz ujmując, wybór zbioru hipotez podlega

kompromisowi, który można analizować w kategoriach błędów estymacji. Oceniając wydajność modelu uczenia maszynowego, dokonujemy porównania wartości empirycznych (wartości bazowe do porównania), i danych wyznaczonych z użyciem algorytmu (wartości przewidziane przez model). W tym celu bierzemy dane wyjściowe i dzielimy je na zbiór treningowy i zbiór testowy. Zbiór treningowy zawsze powinien być znacznie większy niż zbiór testowy, tak aby model miał wystarczająco dużo danych do wykorzystania w celach obliczeniowych, do szacowania modelu. Zbiór danych testowych, oszacowanych przez ten sam model, co wcześniej zbiór danych treningowych opatrzony jest błędem predykcji który należy poddać ocenie. Dane testowe mają zmienną zależną - x , i zmienną niezależną - y . Ocenie podlegają dane otrzymane w procesie uczenia - x , w porównaniu do rzeczywistych wartości w zestawie testowym, oszacowanych na podstawie y [186].

Ocena modeli uczenia maszynowego występuje w dwóch formach: tych dla przewidywań opartych na regresji oraz tych opartych na klasyfikacji przewidywania. W przypadku wyjść regresyjnych zwykle otrzymujemy wektory liczb, które porównywane są z danymi testowymi. Można to zrobić za pomocą wielu testów statystycznych, z których jednym z popularnych jest analiza błędu średniokwadratowego, pierwiastkowego błędu średniokwadratowego, średniego błędu bezwzględnego oraz współczynnika determinacji [182, 186, 187].

Inną techniką jest walidacja krzyżowa, która jest techniką statystyczną, dane są dzielone na wiele małych zestawów treningowych i testowych, oceniane niezależnie, a następnie sumowane są ich błędy. Ta praktyka jest dobrym sposobem na zapewnienie statystycznej poprawności modelu uczenia maszynowego.

Aplikacja algorytmów uczenia maszynowego znajduje szerokie zastosowanie w wielu dziedzinach życia, także w inżynierii lądowej. Ilość publikacji w tym zakresie stale rośnie w ostatnich latach, jednak głównie skupiają się one wokół sztucznych sieci neuronowych. W okresie od 2012 do 2022 liczba publikacji naukowych łączących tematykę inżynierii lądowej i sztucznych sieci neuronowych potroiła się. W latach 2011-2015 było to około 2500 publikacji zaś w ciągu tylko dwóch ostatnich lat 2021-2022 liczba ta wyniosła ok. 8000 publikacji [188]. Pozostałe algorytmy uczenia maszynowego nie są jednak tak licznie reprezentowane, a przez to ich znaczenie i użyteczność predykcyjna nie została dobrze rozpoznana. Ponad to, należy zaznaczyć, że artykuły porównawcze analizujące możliwości zastosowania różnych algorytmów do

tego samego zadania predykcyjne stanowią jedynie niewielki ułamek wszystkich opracowań podejmujących tematykę algorytmów uczenia maszynowego.

Analiza zaistniałej sytuacji stała się jedną z inspiracji i przesłanek do powstania niniejszej pracy.

2.6. Podsumowanie przeglądu literatury

Poniżej podsumowano najważniejsze informacje płynące z przeglądu literatury:

- Zrównoważony rozwój, który obejmuje aspekty społeczne, ekonomiczne i środowiskowe, stał się priorytetem, co wskazuje rosnąca świadomość społeczna i nacisk na ochronę środowiska. Unia Europejska wprowadza bardziej rygorystyczne przepisy dotyczące utylizacji odpadów, co stymuluje poszukiwanie nowych sposobów recyklingu.
- Analiza cyklu życia materiałów, uwzględniająca etapy takie jak wydobycie, transport, przetwarzanie surowców, użytkowanie i konserwacja wyrobu, a także eliminacja lub recykling, jest kluczowym krokiem w ocenie zrównoważonego charakteru materiałów. Redukcja ilości materiałów wysyłanych na składowiska i zmniejszenie ilości odpadów niebezpiecznych stanowi ważny cel zagadnienia zarządzania odpadami.
- Materiały antropogeniczne, takie jak żużle i beton z rozbiórki, mają zmienny skład, który zależy od pochodzenia, miejsca odzysku i czasu składowania. Dlatego istotne jest dokładne określenie parametrów tych materiałów recyklingowych, które mają wpływ na ich zastosowanie.
- W kontekście inicjatyw takich jak Europejski Zielony Ład, wykorzystanie kruszyw recyklingowych w budownictwie nabiera coraz większego znaczenia. Kontrola składu chemicznego i zawartości metali ciężkich w kruszywach recyklingowych jest ważna ze względu na ochronę środowiska.
- Żużel, będący produktem ubocznym w przemyśle, został uznany za użyteczny materiał budowlany, a nie za odpad przemysłowy. Istnieją różne rodzaje żużla, takie jak żużel wielkopiecowy i żużel paleniskowy, które znajdują zastosowanie w różnych dziedzinach budownictwa.
- Składowiska żużli wielkopiecowych i odpadów paleniskowych są uważane za szkodliwe dla środowiska, dlatego właściwe zarządzanie tymi odpadami jest niezbędne.

- Tradycyjna produkcja betonu przyczynia się do dużej emisji dwutlenku węgla i zużywa znaczne ilości energii. Wykorzystanie kruszyw betonowych pochodzących z recyklingu staje się coraz bardziej popularne, a ich właściwości geotechniczne zostały już częściowo zbadane co jednak nie jest wystarczające do pełnego zarządzania tym materiałem w budownictwie.
- Uczenie maszynowe jest wykorzystywane do analizowania zbiorów danych w celu lepszego syntetyzowania ukrytych informacji. Polega na wykorzystaniu algorytmów do odkrywania zależności między cechami danych, co pozwala usprawnić proces podejmowania decyzji i działania w różnych dziedzinach w tym w zarządzaniu procesem inwestycyjnym.
- Strumień odpadów powstających w procesach przemysłowych oraz z rozbiórek budynków wzrasta corocznie. Uniemożliwia efektywne określenie właściwości tych gruntów tradycyjnymi metodami. Przykładem takiej właściwości jest przepuszczalność gruntu która ściśle zależy od uziarnienia, porowatości i kształtu ziaren.
- Uczenie maszynowe jest szeroko wykorzystywane do analizy danych i odkrywania ukrytych informacji. W przypadku niniejszej pracy, algorytmy uczenia maszynowego będą wykorzystane do wyznaczenia współczynnika filtracji, w gruntach antropogenicznych w celu właściwego zarządzania materiałami antropogenicznymi.

3. Cel, zakres pracy oraz hipotezy

3.1. Cel pracy

Celem pracy jest udowodnienie, że algorytmy uczenia maszynowego znajdują zastosowanie użytkowe w wyznaczaniu parametrów geotechnicznych dla potrzeb zarządzania odpadami, co w pracy zaprezentowano na przykładzie wyznaczenia współczynnika filtracji k . Dotychczasowe podejście oparte o wzory empiryczne nie pozwala na osiągnięcie zadowalających rezultatów, tj. powszechnego zastosowania kruszyw antropogenicznych w budownictwie [189–191]. Szacowanie współczynnika filtracji w oparciu o dotychczas stosowane wzory empiryczne, wiąże się z powstawaniem znacznych błędów obliczeniowych. Powoduje to, że wyniki otrzymywane w ten sposób nie są wiarygodne [192]. Poszukiwanie nowych rozwiązań i możliwości w zagadnieniu zarządzania odpadami skłania do rozważenia nowego podejścia w tym zakresie i próby zastosowania algorytmów uczenia maszynowego jako narzędzia predykcyjnego do określania współczynnika filtracji. Uczenie maszynowe jest stale rozwijającą się dziedziną, a algorytmy rozwiązują coraz skuteczniej złożone problemy regresji i klasyfikacji. W naukach związanych z inżynierią lądową rozwiązanie problemów predykcyjnych z wykorzystaniem algorytmów uczenia maszynowego zyskuje coraz większe zainteresowanie i jest aprobowane do stosowania na przykład, przy projektowaniu konstrukcji ścian oporowych, lub identyfikacji czynników wpływających na wytrzymałość na ścinanie i wartości efektywnego kąta tarcia wewnętrznego φ' [193, 194].

W pracy skupiono się na doborze właściwego algorytmu uczenia maszynowego, pozwalającego jak najdokładniej oszacować współczynnik filtracji. Zaprezentowano różne algorytmy do wyznaczania współczynnika filtracji w gruntach antropogenicznych – kruszywach betonowych, żużla wielkopieczowego i żużla paleniskowego.

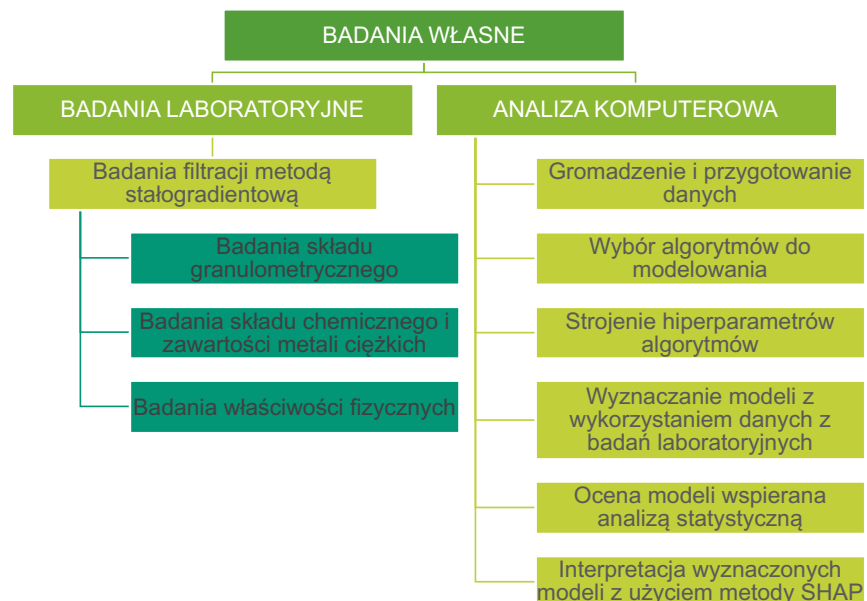
Szczegółowa analiza eliminacyjna poszczególnych wyników pracy z algorytmami uczenia maszynowego pozwoliła na ich preselekcję, a późniejsza analiza statystyczna wyników na wybór algorytmu o najlepszej odporności modelu na obserwacje odstające od ogólnej tendencji wyników.

Podsumowując szczegółowymi celami niniejszej pracy są:

- Zweryfikowanie użyteczności algorytmów uczenia maszynowego w wyznaczaniu parametrów geotechnicznych, w pracy zaprezentowanego na przykładzie wyznaczania współczynnika filtracji.
- Określenie czy możliwa jest skuteczna predykcja współczynnika filtracji dla gruntów antropogenicznych w oparciu o te same właściwości materiału jak dla gruntów naturalnych.
- Wybór właściwego algorytmu uczenia maszynowego, pozwalającego jak najdokładniej oszacować współczynnik filtracji.
- Wybór algorytmu uczenia maszynowego, pozwalający na dokładniejszą predykcję współczynnika filtracji w porównaniu do dotychczas stosowanych wzorów empirycznych.
- Dobór analiz statystycznych wspomagających proces wyboru i weryfikacji wiarygodności modelu.
- Interpretacja funkcjonowania algorytmu pozwalająca na określenie cech mających największy wpływ na model.

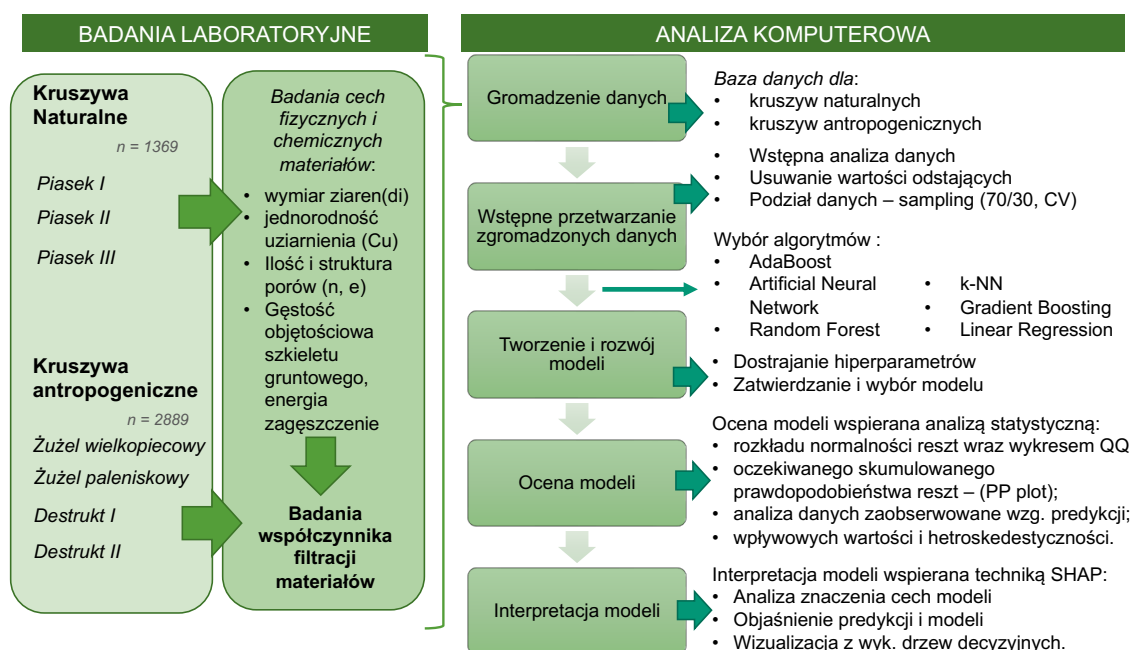
3.2. Zakres pracy

Zakres pracy objął badania własne, które dzieliły się na etap badań laboratoryjnych i etap analizy komputerowej. Szczegółowy schemat zaprezentowano na rysunku 6:



Rysunek 6 Schemat badań własnych wykonanych w ramach niniejszej pracy.

W pierwszej kolejności wykonano badania laboratoryjne kruszyw naturalnych i antropogenicznych, które dotyczyły badania cech fizycznych i chemicznych, badania współczynnika filtracji. Pozwoliło to utworzyć bazy danych dla kruszyw naturalnych i antropogenicznych, które w kolejnych etapach podlegały dalszej analizie komputerowej. Rozpoczęto od wstępnego przetwarzania zgromadzonych danych, usuwania wartości odstających i wyboru metody podziału próby. Przed rozpoczęciem tworzenia modeli dokonano wyboru algorytmów spełniających ogólne kryteria do zastosowania do posiadanych zbiorów danych. Tworzenie modeli poprzedziło dostrajanie hiperparametrów (parametr charakterystyczny dla danego algorytmu). W kolejnym etapie tworzono, rozwijano i zatwierdzono wybór modelu powstałego na bazie konkretnego algorytmu. Następnie przeprowadzono ocenę modeli wspartą analizą statystyczną. W kolejnym kroku skupiono się nad interpretacją modeli z użyciem techniki SHAP. Dzięki niej przeanalizowano jakie cechy miały wpływ na predykcję modelu, objaśniono predykcję i model oraz z wizualizowano funkcjonowanie cech z wykorzystaniem drzew decyzyjnych. Szczegółowy zakres zaprezentowano na rysunku 7.



Rysunek 7 Szczegółowy zakres pracy.

3.3. Hipotezy

Hipoteza główna:

- Możliwa jest racjonalna predykcja współczynnika filtracji dla kruszyw antropogenicznych przy zastosowaniu algorytmów uczenia maszynowego z wykorzystaniem parametrów opisujących właściwości fizyczne – uziarnienie i stosunki objętościowe gruntu.

Hipotezy pomocnicze:

- Możliwe jest wyznaczenie konkretnego algorytmu uczenia maszynowego najdokładniej dopasowanego do wartości obserwowanych, który ściślej prognozuje wartość współczynnika filtracji niż dotychczas stosowane metody empiryczne.
- Zastosowanie parametrów charakteryzujących uziarnienie i stosunki objętościowe gruntu (gęstość objętościowa, wskaźnik porowatości i stopień zagęszczenia) umożliwia prognozowanie wartości współczynnika filtracji zarówno dla kruszyw antropogenicznych jak i gruntów naturalnych.

4. Materiał i metodyka badań

4.1. Materiał

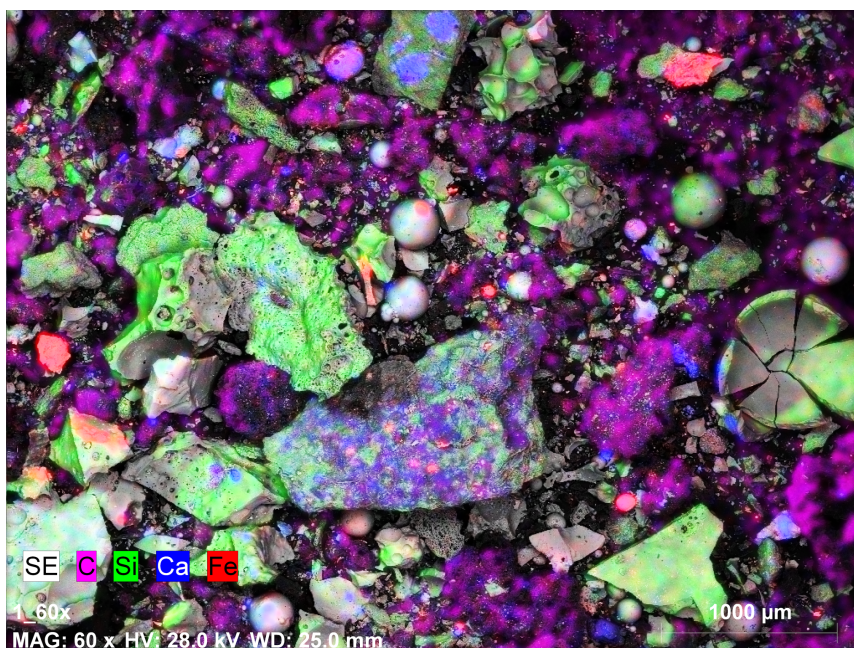
Materiały wykorzystane do badań współczynnika filtracji reprezentują stosowane w budownictwie kruszywa: naturalne – piasek oraz antropogeniczne – żużel wielkopiecowy, żużel paleniskowy oraz kruszywo betonowe. Dla potrzeb pracy wykonano szereg badań mających na celu określenie parametrów badanych gruntów i kruszyw pod względem ich cech fizycznych oraz chemicznych (materiały antropogeniczne). Pogłębiona analiza cech badanych materiałów posłużyła do charakterystyki do celów porównawczych w przypadku rozbudowywania bazy danych czy zakresu parametrów zaangażowanych do modelu. Dla lepszego rozpoznania właściwości chemicznych (oddziaływanie środowiskowe) oraz fizycznych wybranych kruszyw posłużono się badaniami obrazowania z wykorzystaniem Skaningowego Mikroskopu Elektronowego - SEM, rentgenowską spektroskopią energodispersyjną (EDS) umożliwiającą poprzez mikroanalizę rentgenowską analizę składu chemicznego powierzchni próbki. Ponadto zbadano zawartość metali ciężkich z wykorzystaniem spektroskopii atomowej, wykonano badania uziarnienia wraz z oceną sufozyjności, badania gęstości właściwej, gęstości objętościowej szkieletu gruntowego i mrozoodporności w celu uzupełnienia dostępnej wiedzy na temat właściwości tych materiałów.

4.1.1. Żużel wielkopiecowy

Żużel wielkopiecowy wykorzystany do badań pochodzi z huty stalowniczej (lokalizacja huty zastrzeżona przez producenta). W kolejnych podrozdziałach zestawiono wyniki badań dotyczące właściwości chemicznych i fizycznych badanego materiału.

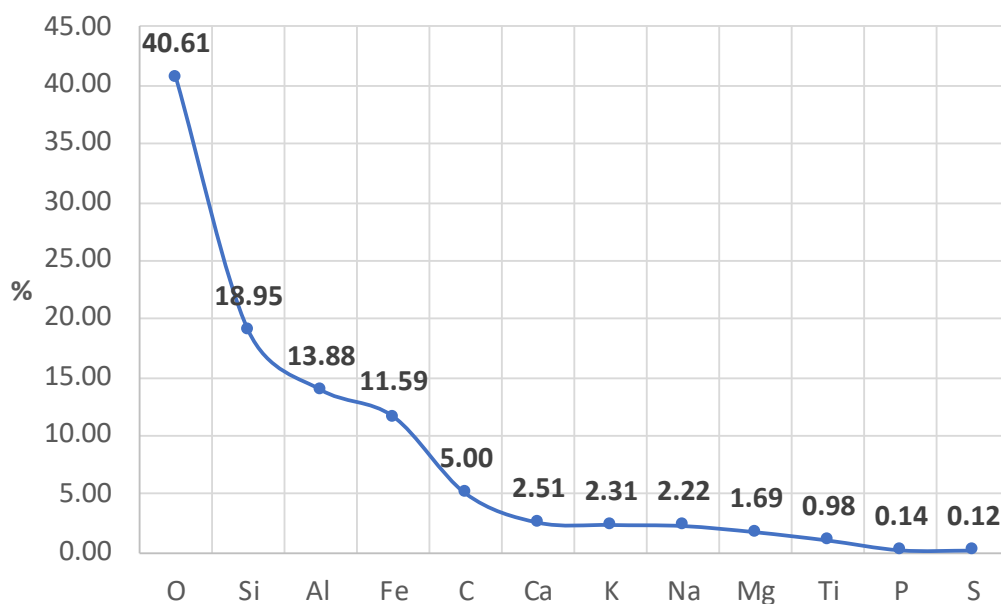
4.1.1.1 Właściwości chemiczne

Określono ogólne cechy składu chemicznego, wykazując strukturę badanego materiału na mapie rozkładu pierwiastków (rysunek 8). Zdjęcie wykonano w przybliżeniu 60 krotnym, a powierzchniowy skład pierwiastkowy został opisany kolorami, które przypisano konkretnym pierwiastkom. Na rysunku 8 zaobserwowano znaczące ilości węgla oraz krzemu, a w mniejszym stopniu obecność żelaza oraz wapnia.



Rysunek 8. Żużel wielkopiecowy – zdjęcie EDS.

Dokładny skład chemiczny badanego żużla wielkopiecowego przedstawiono na rysunku 9. Głównymi składnikami żużla wielkopiecowego są krzem, glin i żelazo. Przeanalizowano pH (badanie wykonane zgodnie z normą PN-ISO 10390:1997 [195]) materiału i określono je na 9.63 (odczyn zasadowy). Z punktu widzenia środowiskowego alkaliczne pH jest ważnym czynnikiem wzmacniającym proces solidyfikacji (stabilizacji) i zapobieganiu wymywaniu potencjalnie toksycznych pierwiastków (PTE).



Rysunek 9. Żużel wielkopiecowy – skład chemiczny..

W tabeli 2 zamieszczono informacje o zawartości metali ciężkich w badanym żużlu wielkopieczowym. Wszystkie stężenia mieszczą się w normie zawartej w załączniku do rozporządzenia Ministra Środowiska z dnia 9 września 2002 r. (poz. 1359) [196]. Porównując otrzymane wyniki z normą i korelując to z informacją dotyczącą pH (badanie wykonane zgodnie z normą PN-ISO 10390:1997 [195]), materiału można uznać badany materiał jako bezpieczny dla środowiska i przydatny inżyniersko do recyklingu w przemyśle budowlanym.

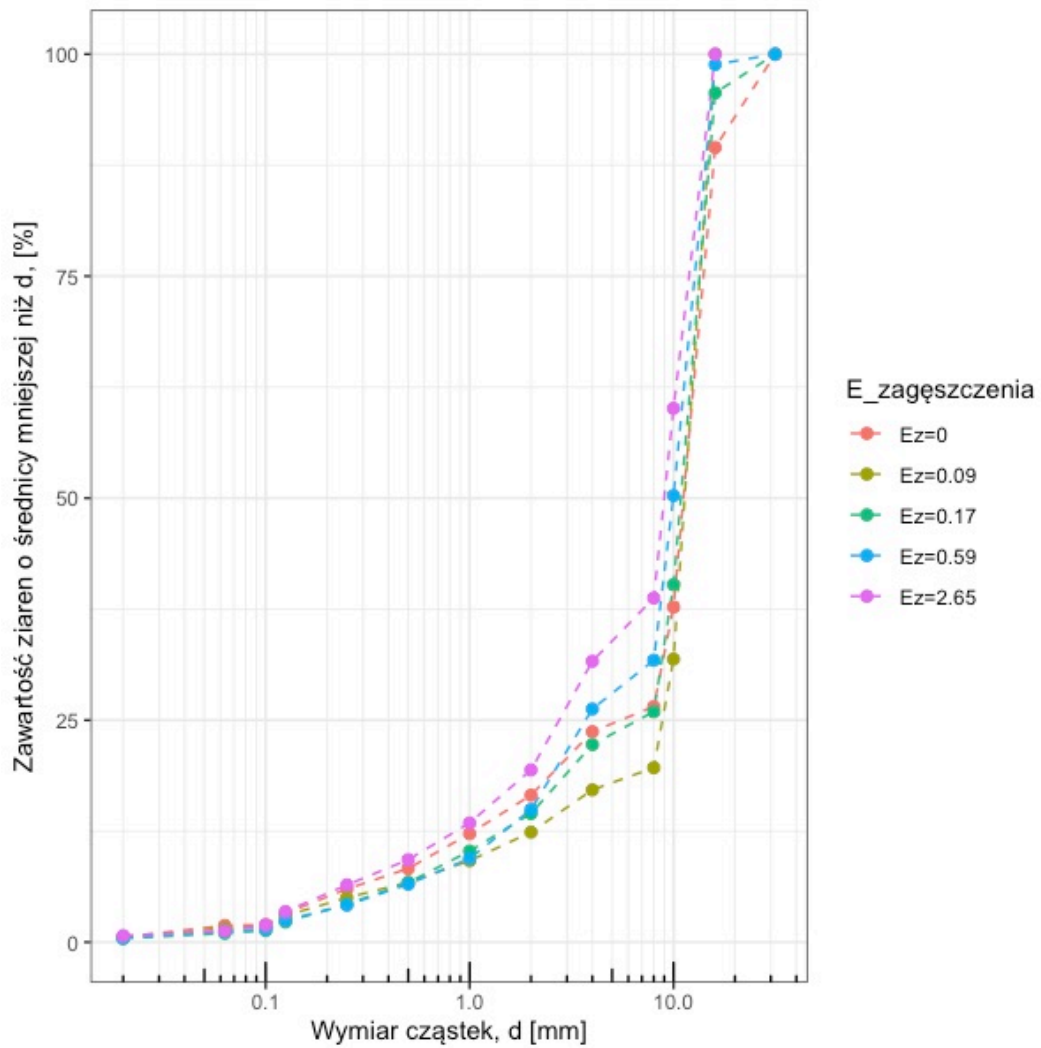
Tabela 2. Zawartość metali ciężkich w żużlach wielkopieczowych.

Pierwiastek	Jednostka	Norma*	Żużel wielkopieczowy
Cynk	mg/kg	1000	123.32
Miedź	mg/kg	600	42.16
Nikiel	mg/kg	300	34.19
Kadm	mg/kg	15	0.8
Ołów	mg/kg	600	20.01
Rtęć	mg/kg	30	8.71

* Załącznik do rozporządzenia Ministra Środowiska z dnia 9 września 2002 r. (poz. 1359) [196]

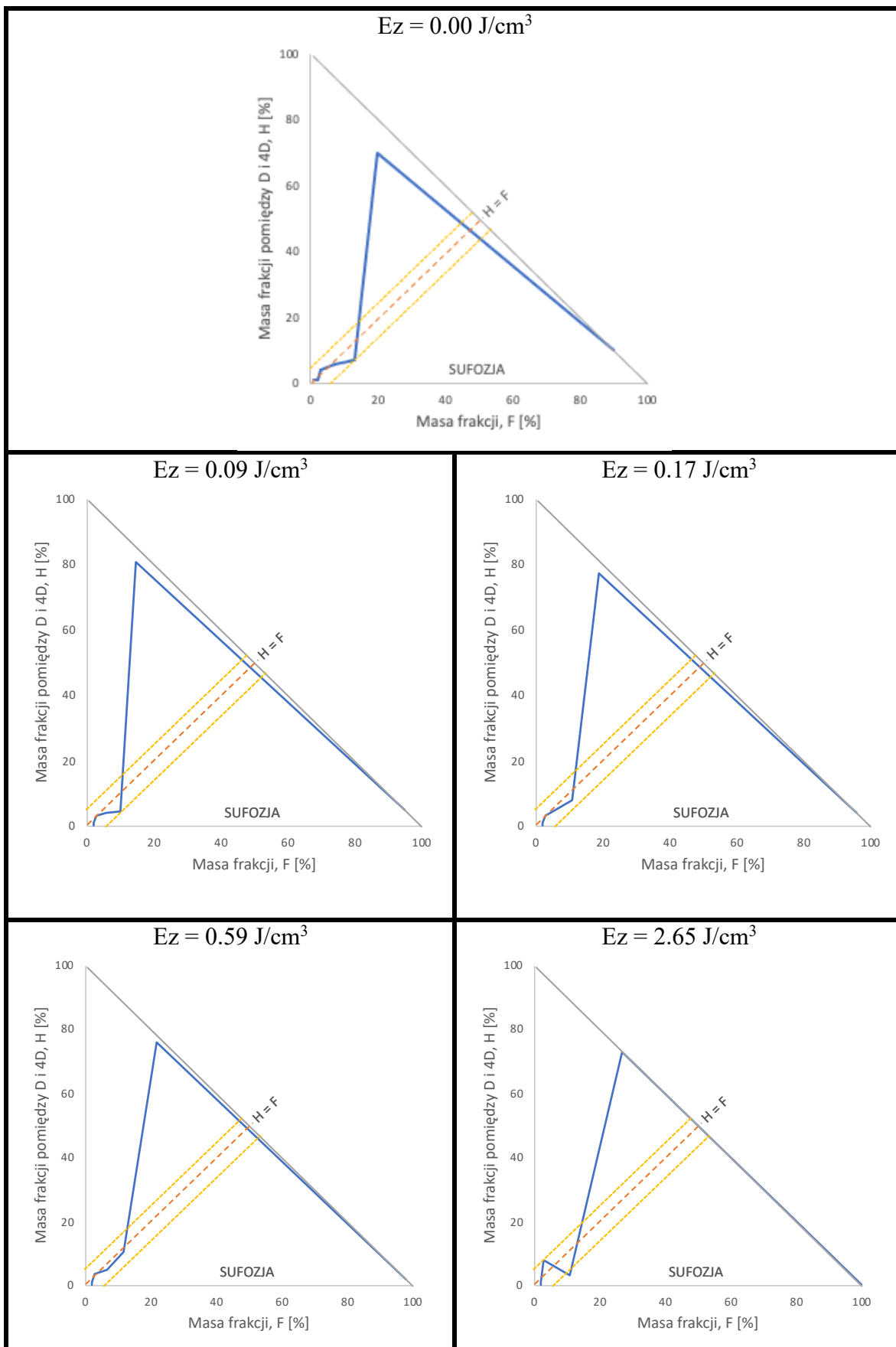
4.1.1.2 Właściwości fizyczne

Przed przystąpieniem do badań zasadniczych, dotyczących wyznaczenia współczynnika filtracji wykonano analizę uziarnienia materiału zgodnie z normą ASTM D6913 / D6913M-17 [197]. Materiał do badań pozyskiwano z wykonanych wcześniej badań zagęszczalności metodą Proctora. Poszczególne próby Proctora wykonano z zastosowaniem różnych energii zagęszczania (Ez). Poniżej na rysunku 10 zaprezentowano krzywe uziarnienia materiału przy zastosowaniu różnej energii zagęszczenia w odniesieniu do krzywej uziarnienia materiału bazowego.



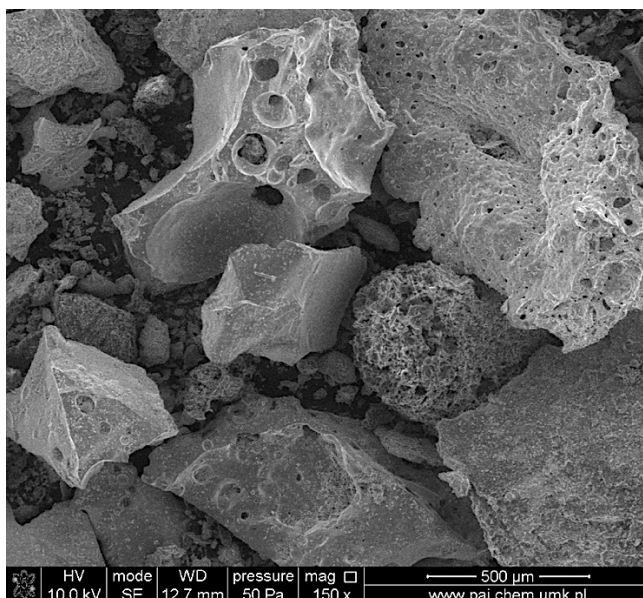
Rysunek 10. Żużel wielkopiecowy – krzywe uziarnienia.

Na rysunku 11 zaprezentowano wyniki analizy sufozyjności badanego żużla wielkopiecowego na materiałach z próbek o różnej energii zagęszczania. Do analizy wykorzystano metodę Kenney-Lou [198, 199]. Na podstawie analizy określono materiał jako niesufozyjny, gdzie analizowane masy frakcji znajdują się powyżej strefy granicznej sufozyjności.



Rysunek 11. Żużel wielkopieczowy – wykresy określające wewnętrzną stabilność kruszywa.

W celu zweryfikowania przydatności materiału jako kruszywa stosowanego w sektorze budowlanym, a szczególnie drogownictwie zweryfikowano jego właściwości mrozoodporne. Badanie przeprowadzono zgodnie z normą PN-EN 1367-1:2007 [200]. Dla badanego żuźla wielkopieczowego uzyskano 3.0% ubytek masy dla badanej frakcji.



Rysunek 12. Żużel wielkopieczowy – zdjęcie SEM.

Żużel wielkopieczowy charakteryzuje się dużą porowatością, co można zaobserwować na obrazach z mikroskopu elektronowego (SEM) (rysunek 12). Oprócz znacznej porowatości żuźla wielkopieczowego zaobserwować można obecność drobnych frakcji występujących powierzchniowo. Gęstość właściwa żuźla wielkopieczowego wynosi 2.4 g/cm^3 , co jest wartością typową dla tego rodzaju kruszywa. Pozostałe istotne parametry fizyczne zawarto w tabeli 3.

Tabela 3. Właściwości fizyczne – żużel wielkopieczowy.

Parametr	Symbol [Jednostka]	Żużel
Gęstość objętościowa	$\bar{\rho}_d \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right]$	0.9235
Gęstość właściwa	$\bar{\rho}_s \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right]$	2.3462
Porowatość	$\bar{n} [-]$	0.61
Wskaźnik porowatości	$\bar{e} [-]$	1.58
Współczynnik filtracji	$\bar{k} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$	0.02884

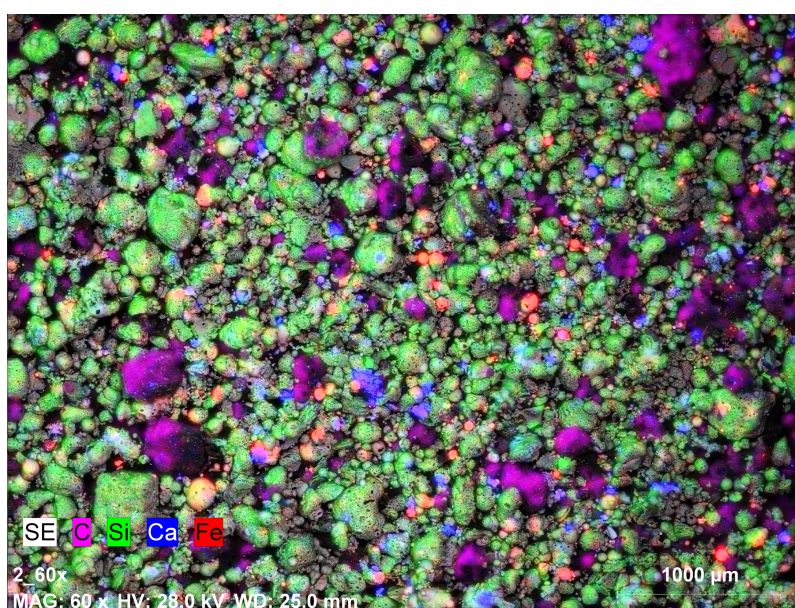
Średnica zastępcza	$\overline{d}_{10}[mm]$	1.55
Średnica zastępcza	$\overline{d}_{30}[mm]$	7.46
Średnica zastępcza	$\overline{d}_{60}[mm]$	11.62
Wskaźnik jednorodności	$\overline{C}_u[-]$	7.48
Wskaźnik krzywizny uziarnienia	$\overline{C}_c[-]$	3.08
Material		kilkufrakcyjny

4.1.2. Żużel paleniskowy

Żużel paleniskowy wykorzystany do badań pochodzi z jednej z elektrociepłowni (lokalizacja elektrociepłowni zastrzeżona przez producenta). Poniżej zestawiono wyniki badań dotyczące właściwości chemicznych i fizycznych badanego materiału.

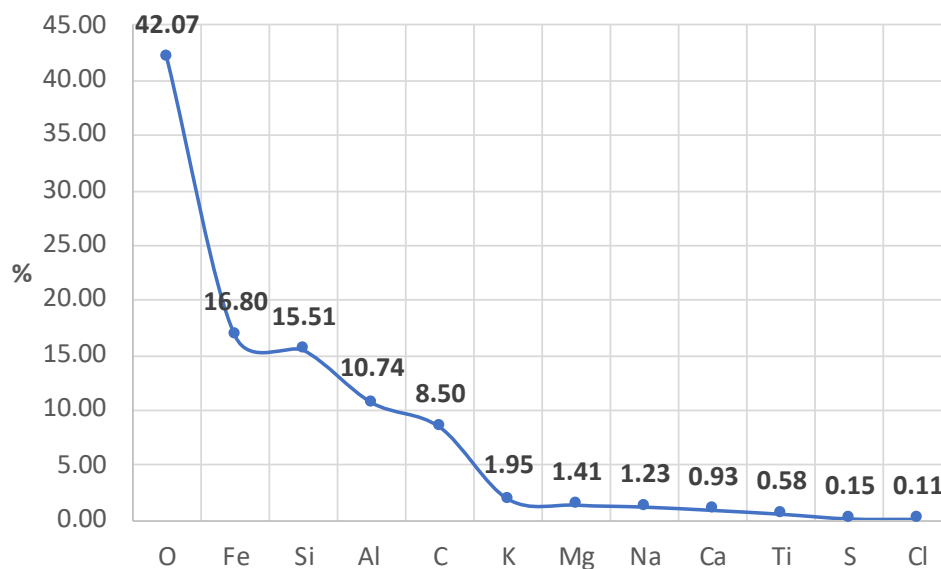
4.1.2.1 Właściwości chemiczne

Mapę rozkładu pierwiastków na powierzchni badanego żużla paleniskowego zaprezentowano na rysunku 13. Zdjęcie wykonano w przybliżeniu 60 krotnym, a powierzchniowy skład pierwiastkowy został opisany kolorami, które przypisano konkretnym pierwiastkom. Na rysunku 13 dostrzec można znaczące ilości krzemu oraz węgla. W mniejszym stopniu dostrzec można obecność wapnia oraz żelaza.



Rysunek 13. Żużel paleniskowy – zdjęcie EDS.

Procentowy skład poszczególnych pierwiastków znajduje się na rysunku 14. Głównymi składnikami żużla paleniskowego są żelazo, krzem, glin i węgiel. Wartość pH (badanie wykonane zgodnie z normą PN-ISO 10390:1997 [195]) materiału określono na 8.92 (odczyn zasadowy).



Rysunek 14. Żużel paleniskowy – skład chemiczny.

Zawartość metali ciężkich w badanym żużlu paleniskowym zaprezentowano w tabeli 4. Stężenia metali są niższe od wskazanych w rozporządzeniu Ministra Środowiska [196]. Na podstawie zaprezentowanych informacji dotyczących stężeń metali ciężkich oraz wartości pH (badanie wykonane zgodnie z normą PN-ISO 10390:1997 [195]) materiału należy uznać badany materiał jako bezpieczny dla środowiska i przydatny inżyniersko do recyklingu w przemyśle budowlanym.

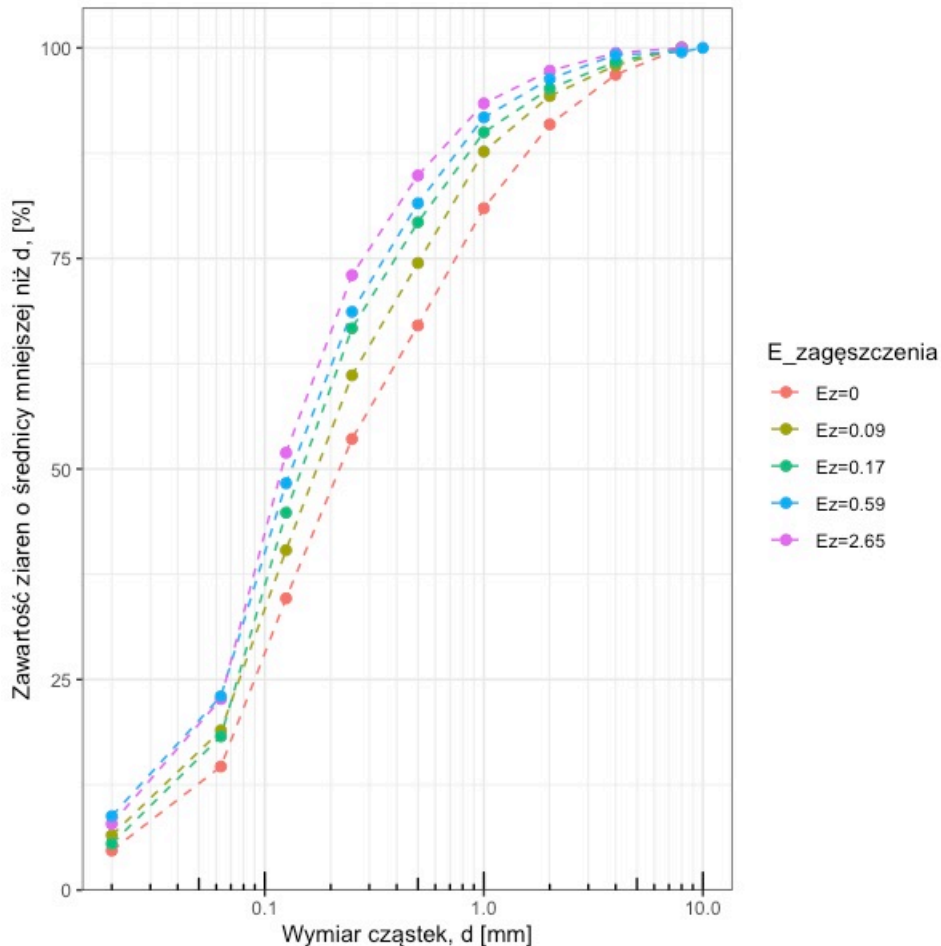
Tabela 4. Zawartość metali ciężkich w żużlach paleniskowych.

Pierwiastek	Jednostka	Norma*	Żużel paleniskowy
Cynk	mg/kg	1000	70.05
Miedź	mg/kg	600	25.26
Nikiel	mg/kg	300	23.25
Kadm	mg/kg	15	1.33
Ołów	mg/kg	600	8.7
Rtęć	mg/kg	30	1.04

* Załącznik do rozporządzenia Ministra Środowiska z dnia 9 września 2002 r. (poz. 1359) [196]

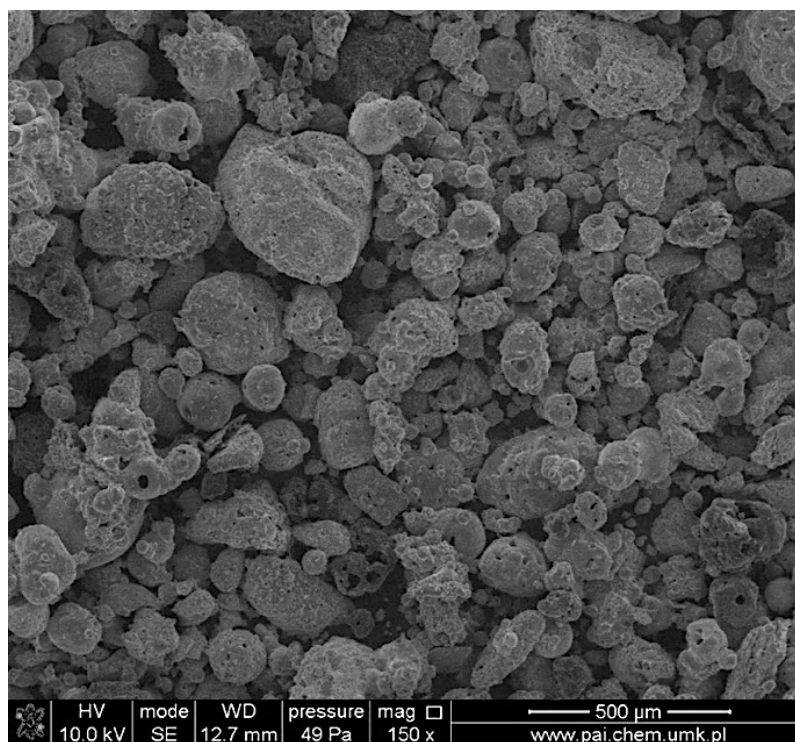
4.1.2.2 Właściwości fizyczne

Na wykresie 15 znajdują się krzywe uziarnienia [197] uwzględniające, analogicznie jak w przypadku żużla wielkowiecowego zastosowanie różnych energii zagęszczenia żużla paleniskowego (rozdz. 4.1.1).



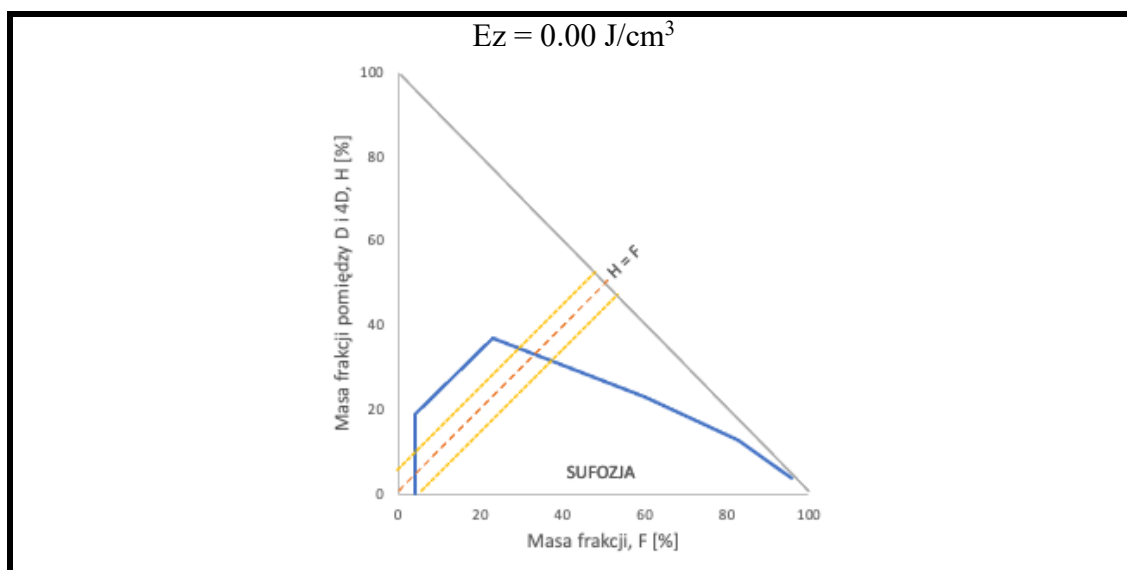
Rysunek 15. Żużel paleniskowy – krzywe uziarnienia.

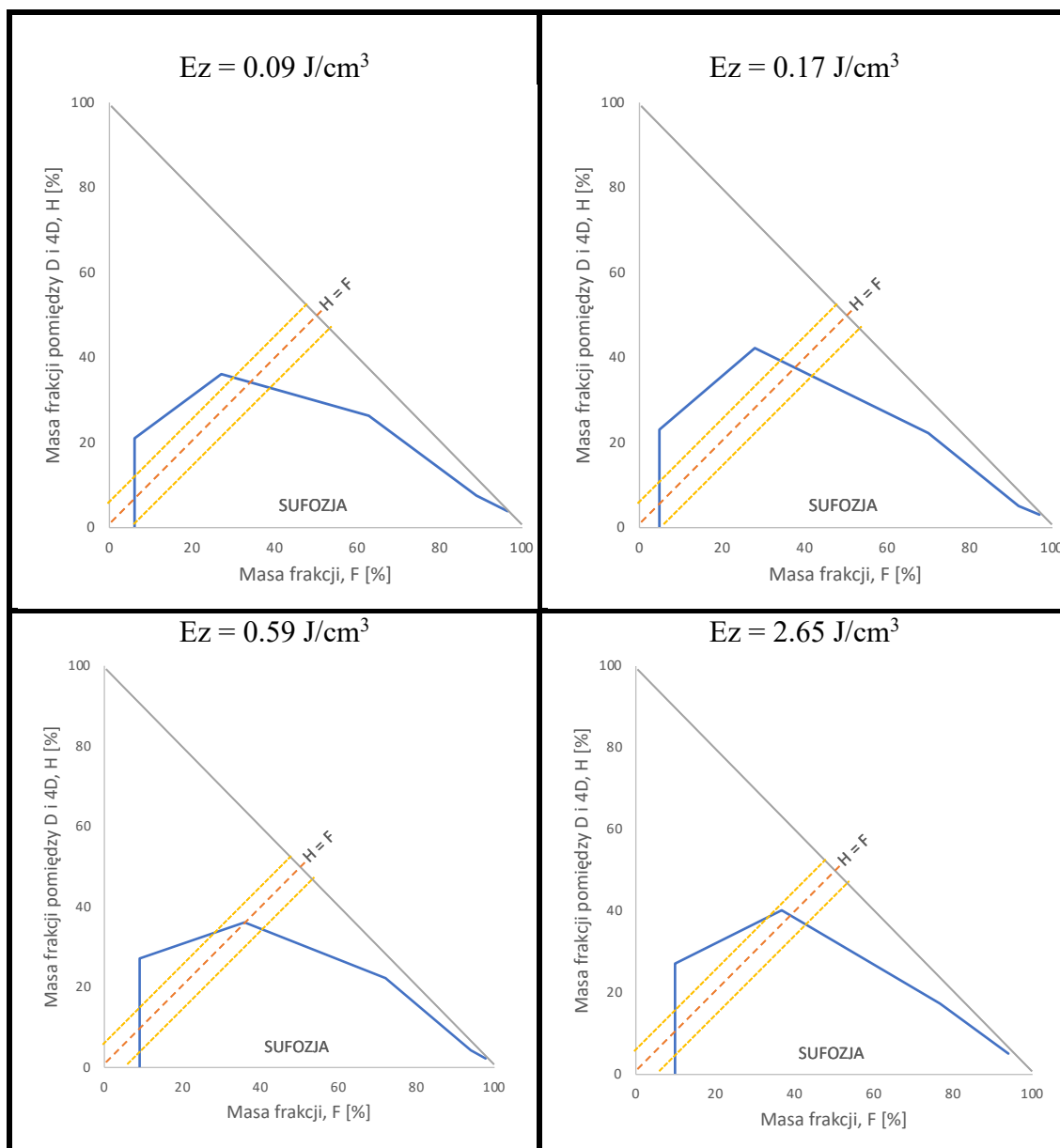
W celu zweryfikowania przydatności materiału jako kruszywa stosowanego w sektorze budowlanym, a szczególnie drogownictwie pod względem właściwości fizycznych zweryfikowano jego właściwości mrozoodporne. Badanie przeprowadzono zgodnie z normą PN-EN 1367-1:2007 [200]. Dla badanego żużla paleniskowego uzyskano 6.53% ubytek masy dla badanej frakcji. Na tej podstawie materiał można zakwalifikować jako przydatny do zastosowania w budownictwie. Zdjęcie SEM badanego materiału zaprezentowano na rysunku 16.



Rysunek 16. Żużel paleniskowy – zdjęcie SEM.

Na rysunku 17 zaprezentowano wynik analizy sufozyjności badanego żużla paleniskowego. Na podstawie wykonanej analizy można określić materiał jako częściowo sufozyjny analizowane masy frakcji znajdują się częściowo poniżej strefy granicznej sufozyjności. Wraz ze wzrostem energii zagęszczania zaobserwowano zmniejszenie sufozyjność badanego materiału.





Rysunek 17. Żużel paleniskowy – wykresy określające wewnętrzną stabilność kruszywa.

Gęstość właściwa żużla paleniskowego wynosi 2.0 g/cm^3 , co jest wartością typową dla tego rodzaju kruszywa. Pozostałe istotne parametry fizyczne badanych żużli paleniskowych zawarto w tabeli 5.

Tabela 5. Właściwości fizyczne – żużel paleniskowy.

Parametr	Jednostka	Żużel paleniskowy
Gęstość objętościowa	$\bar{\rho}_d \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right]$	0.9437
Gęstość właściwa	$\bar{\rho}_s \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right]$	2.0133
Porowatość	$\bar{n} [-]$	0.53
Wskaźnik porowatości	$\bar{e} [-]$	1.14

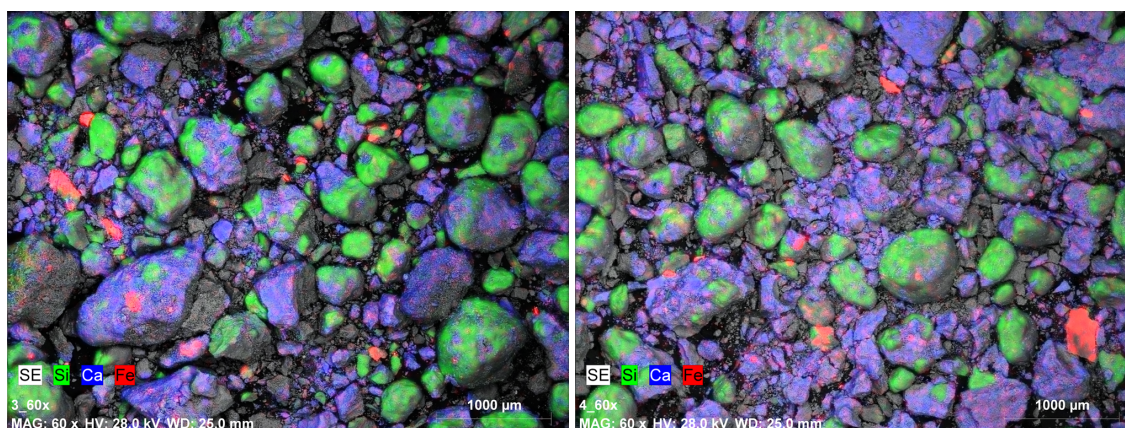
Współczynnik filtracji	$\bar{k} \left[\frac{m}{s} \right]$	0.01376
Średnica zastępcza	$\bar{d}_{10} [mm]$	0.03
Średnica zastępcza	$\bar{d}_{30} [mm]$	0.08
Średnica zastępcza	$\bar{d}_{60} [mm]$	0.29
Wskaźnik jednorodności	$\bar{C}_u [-]$	8.39
Wskaźnik krzywizny uziarnienia	$\bar{C}_c [-]$	0.66
Materiał		kilkufrakcyjny

4.1.3. Kruszywo betonowe

Kruszywo betonowe wykorzystane w badaniach pochodzi z prac rozbiórkowych remontowanej nawierzchni drogowej oraz z odpadów betonowych powstałych podczas realizacji prac badawczych w Katedrze Inżynierii Budowlanej.

4.1.3.1 Właściwości chemiczne

Zdjęcia mapowania rozkładu pierwiastków na powierzchni materiałów przedstawiono na rysunku 18. Zdjęcie wykonano przy przybliżeniu 60 krotnym, a powierzchniowy skład pierwiastkowy został opisany kolorami, które przypisano konkretnym pierwiastkom. Na rysunku 18 zarówno dla kruszywa betonowego I jak i II dostrzec można znaczące ilości krzemu oraz wapnia, w mniejszych ilościach występuje żelazo.

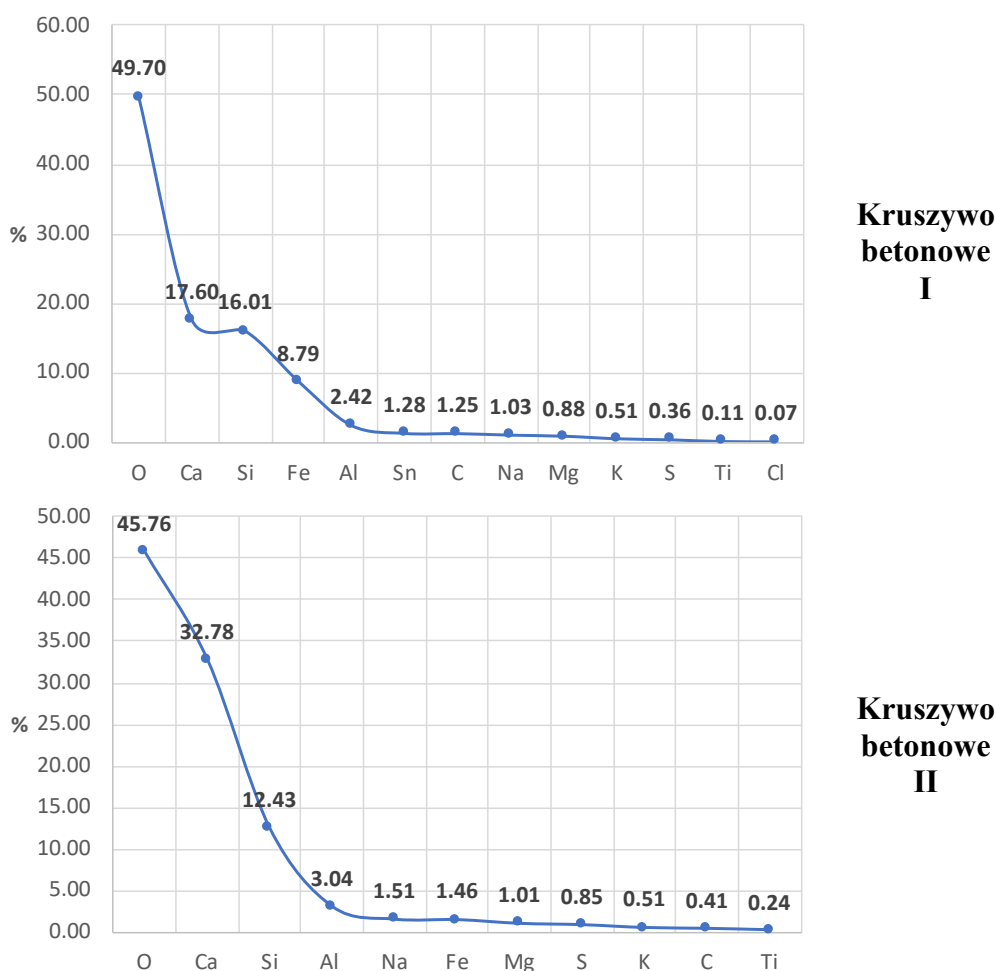


Kruszywo betonowe I

Kruszywo betonowe II

Rysunek 18 Kruszywo betonowe I oraz II – zdjęcia EDS.

Porównując skład chemiczny (rysunek 19) obu kruszyw betonowych można zaobserwować wysoką zawartość dwóch głównych pierwiastków typowych dla tego rodzaju materiału – krzemu i wapnia. Na kolejnym miejscu w przypadku kruszywa betonowego I znalazło się żelazo - 8.79% a w przypadku kruszywa betonowego II – glin – 3.04%.



Rysunek 19. Kruszywo betonowe I i II – skład chemiczny.

Zawartość metali ciężkich (tabela 6) w obu kruszywach betonowych pozwala sądzić, że materiał jest bezpieczny środowiskowo i pod tym względem nadaje się do recyklingu w sektorze budowlanym. Stężenia metali są niższe od wskazanych w rozporządzeniu Ministra Środowiska [196]. Badanie poziomu pH (badanie wykonane zgodnie z normą PN-ISO 10390:1997 [195]) materiału i określiło jego wysokość na 9.63 dla kruszywa betonowego I oraz 9.21 dla kruszywa betonowego II. Na podstawie zaprezentowanych informacji dotyczących stężeń metali ciężkich oraz wartości pH (odczyn zasadowy) materiału należy uznać badany materiał jako bezpieczny dla środowiska i przydatny inżyniersko do recyklingu w przemyśle budowlanym.

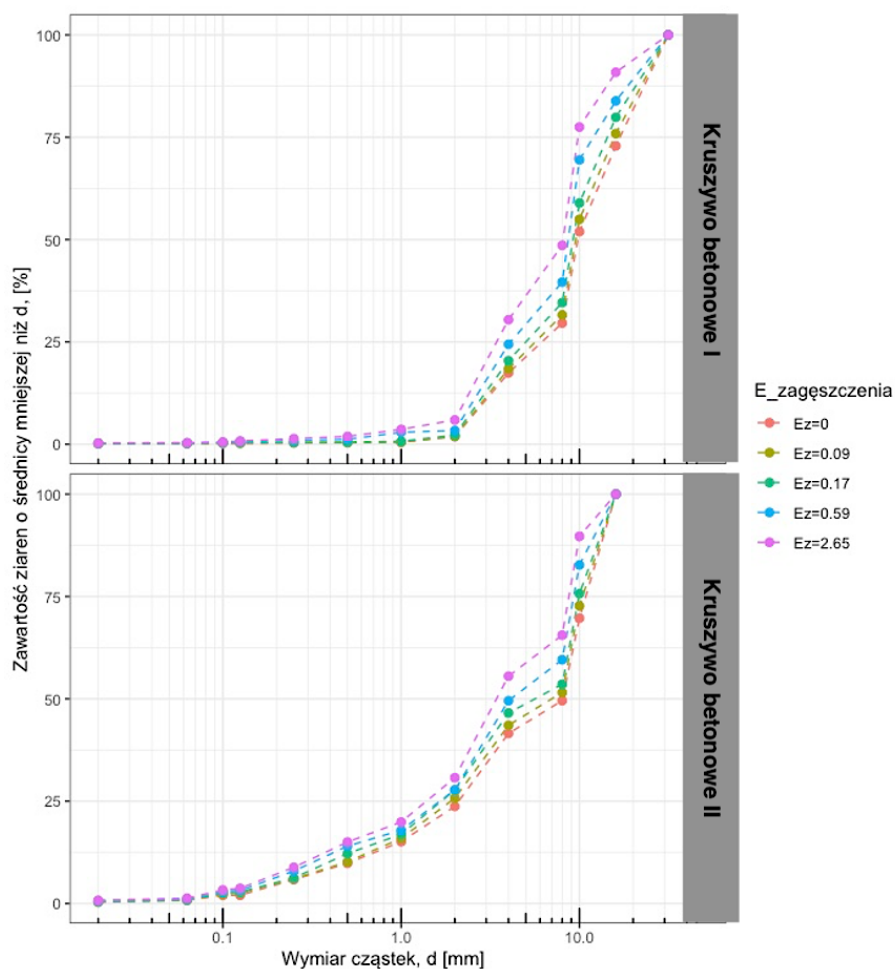
Tabela 6. Zawartość metali ciężkich w kruszywie betonowym I i II.

Pierwiastek	Jednostka	Norma*	Kruszywo betonowe I	Kruszywo betonowe II
Cynk	mg/kg	1000	91.19	117.8
Miedź	mg/kg	600	54.21	37.67
Nikiel	mg/kg	300	5.75	3.1
Kadm	mg/kg	15	2.26	2.64
Ołów	mg/kg	600	20.37	23.82
Rtęć	mg/kg	30	4.94	5.24

* Załącznik do rozporządzenia Ministra Środowiska z dnia 9 września 2002 r. (poz. 1359) [196]

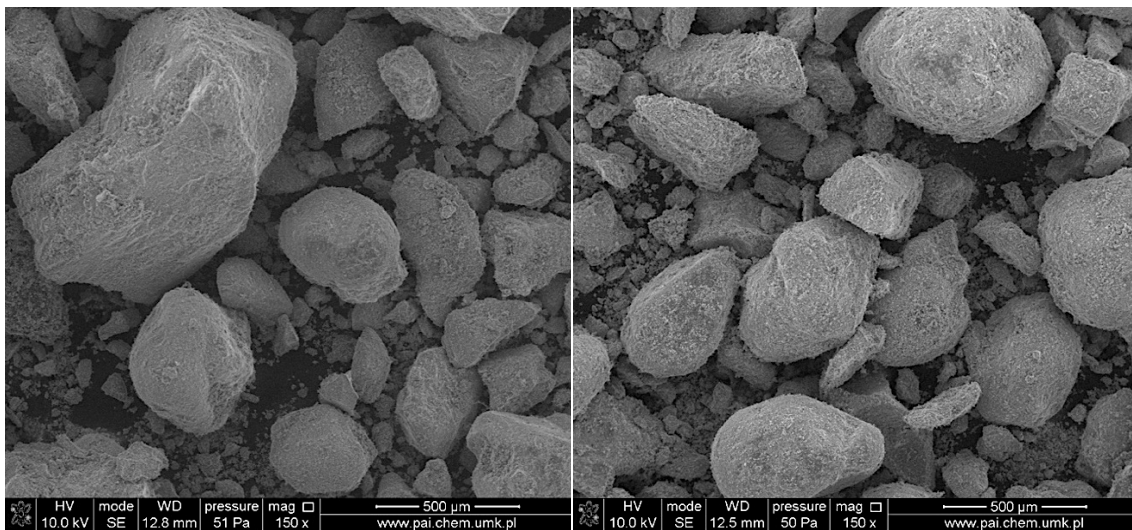
4.1.3.2 Właściwości fizyczne

Krzywe uziarnienia uwzględniające różne energie zagęszczenia podczas przygotowywania próbek do analiz [197] zaprezentowano dla kruszyw na rysunku 20.



Rysunek 20 Kruszywa betonowe I oraz II – krzywe uziarnienia.

W celu sprawdzenia przydatności materiału jako kruszywo stosowane w sektorze budowlanym, a szczególnie drogownictwie zweryfikowano jego właściwości mrozoodporne. Badanie przeprowadzono zgodnie z normą PN-EN 1367-1:2007 [200]. Mrozoodporność wynikająca z utraty masy frakcji 8-16mm przed i po badaniu w komorze mrozoodporności dla kruszywa betonowego I wyniosła 1.62%, a dla kruszywa betonowego II 4.22%. Zdjęcie SEM badanego materiału zaprezentowano na rysunku 21. W przypadku destruktu II kształt ziaren ma ostrzejsze obrysy krawędzi ziaren a na powierzchni znajduje się więcej zaprawy cementowej.

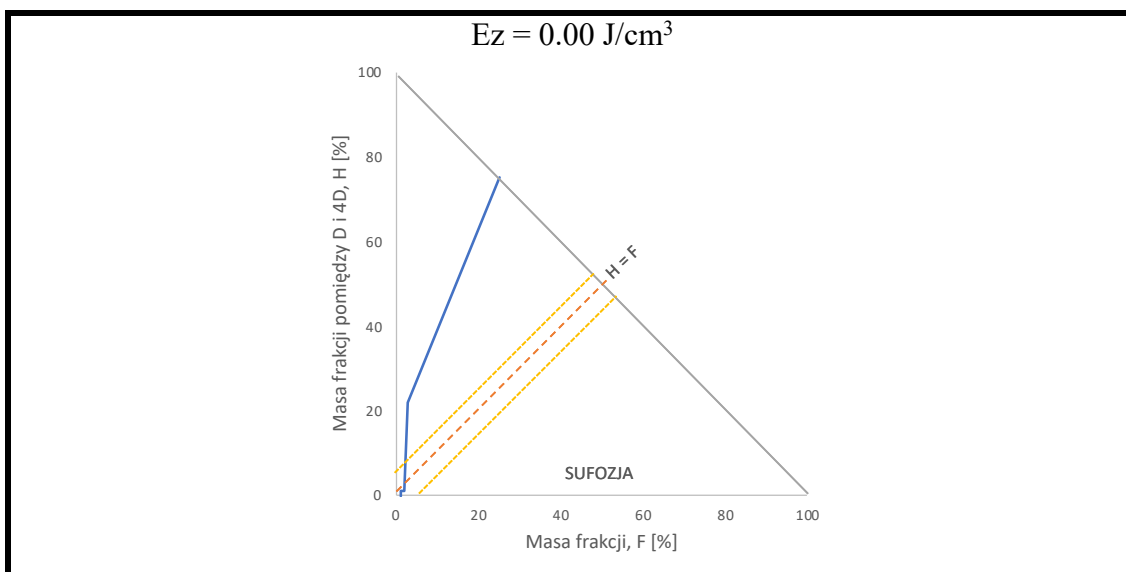


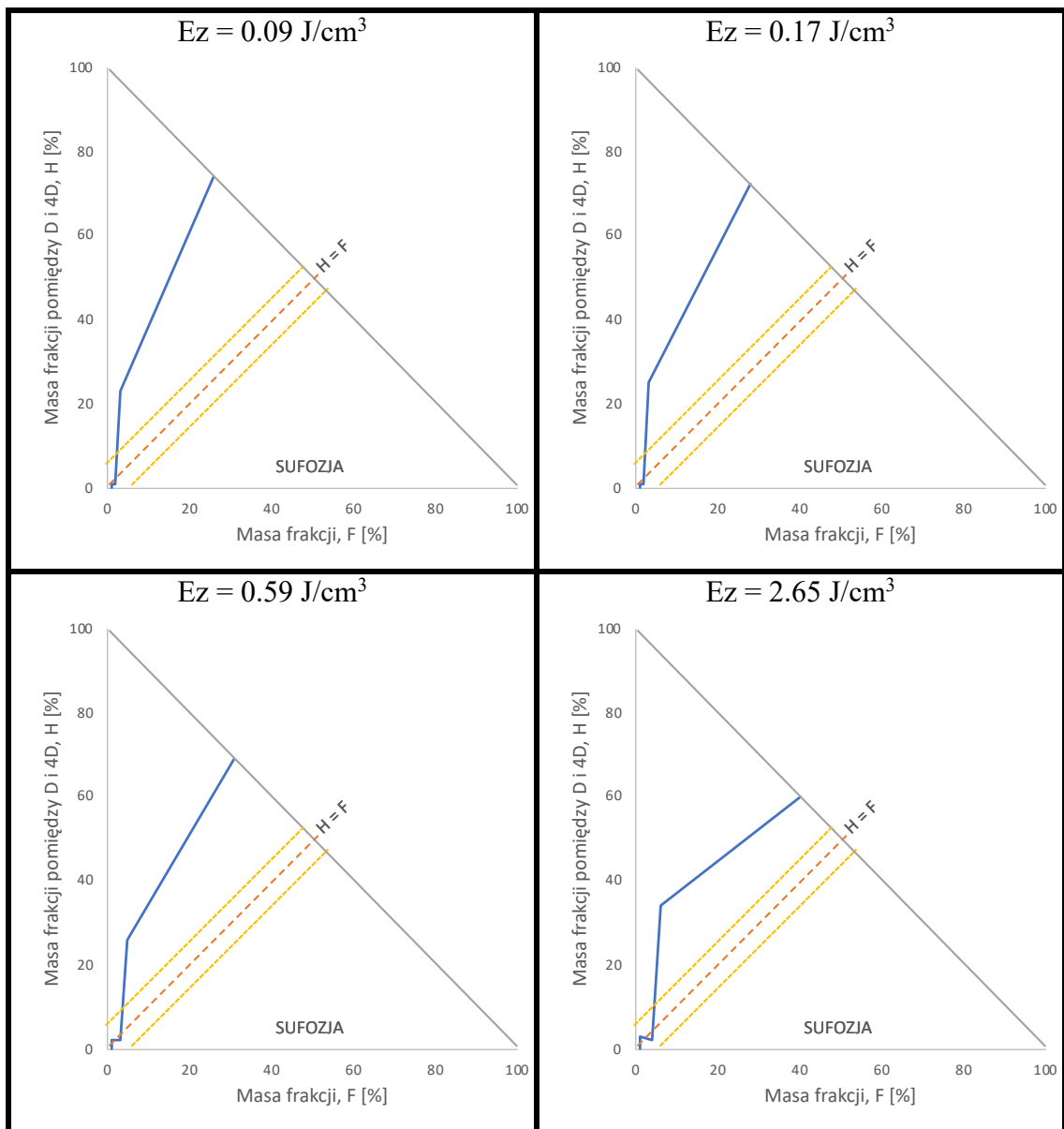
Kruszywo betonowe I

Kruszywo betonowe II

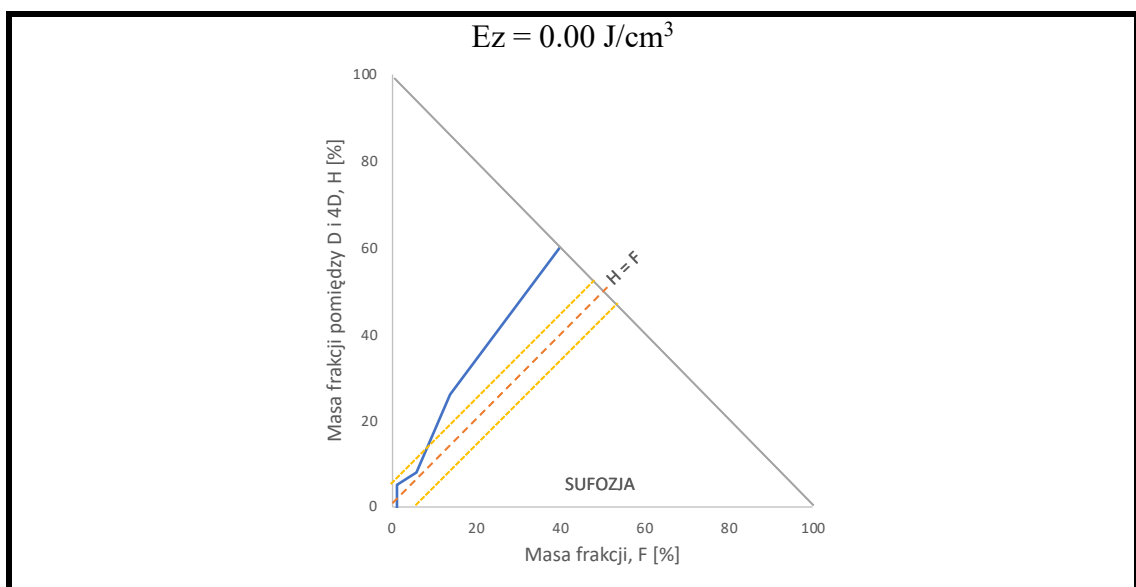
Rysunek 21 Zdjęcia SEM – Kruszywa betonowego I oraz II.

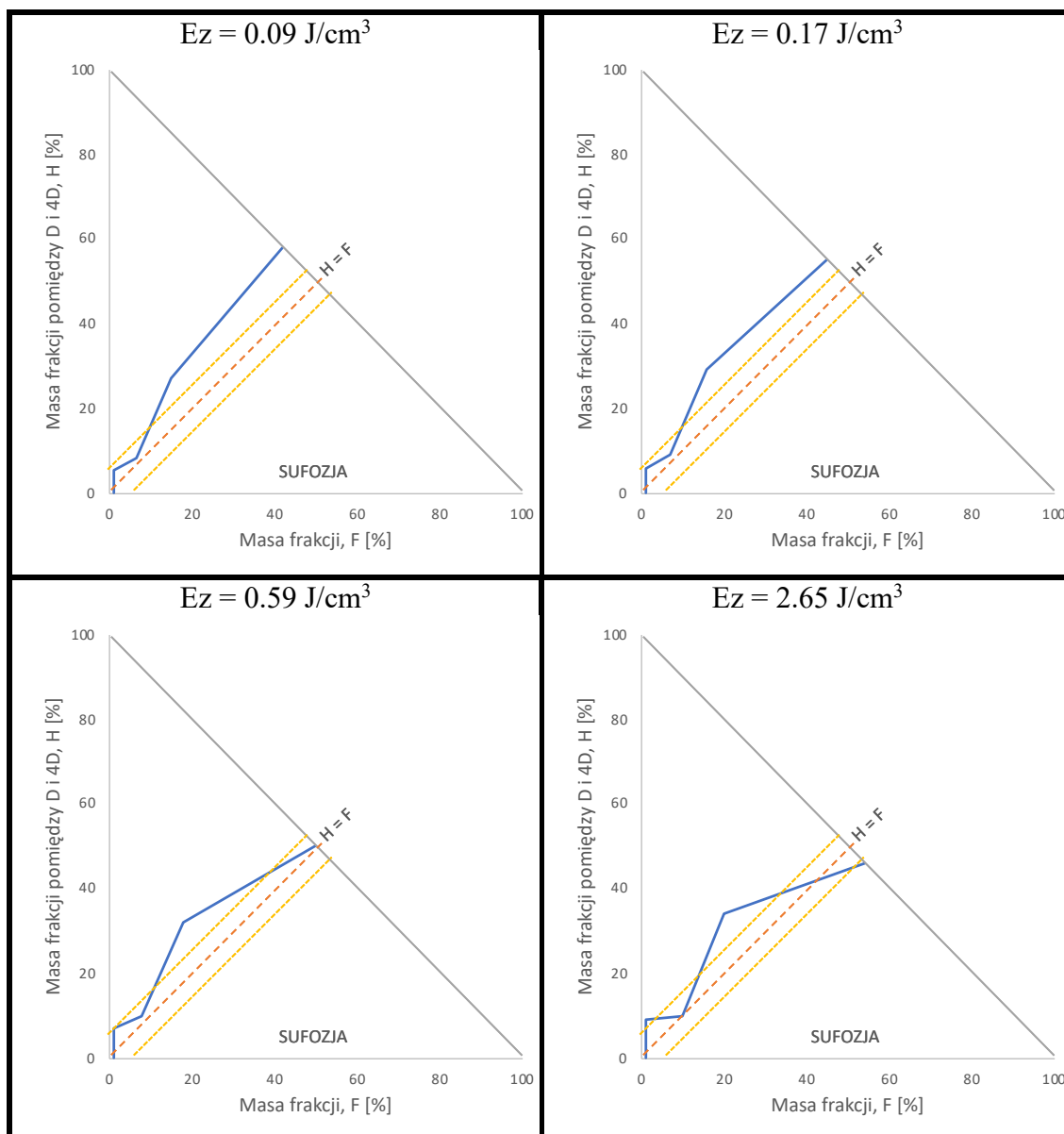
Na rysunkach 22 i 23 zaprezentowano wynik analizy sufozyjności badanych kruszyw betonowych. Na podstawie ich analizy można określić materiały jako niesufozyjne, analizowane masy frakcji znajdują się powyżej strefy granicznej sufozyjności.





Rysunek 22. Wykresy określające wewnętrzną stabilność kruszywa – Kruszywo betonowe I.





Rysunek 23. Wykresy określające wewnętrzną stabilność kruszywa – Kruszywo betonowe II.

Gęstość właściwa kruszywa betonowego I wynosi 2.6 g/cm^3 , a kruszywa betonowego II wynosi 2.5 g/cm^3 . Pozostałe parametry fizyczne zestawiono w tabeli 7 – dla kruszywa betonowego I oraz tabeli 8 dla kruszywa betonowego II.

Tabela 7. Właściwości fizyczne – Kruszywo betonowe I.

Parametr	Jednostka	Kruszywo betonowe I I
Gęstość objętościowa	$\bar{\rho}_a \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right]$	1.3618
Gęstość właściwa	$\bar{\rho}_s \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right]$	2.585
Porowatość	$\bar{n} [-]$	0.47

Wskaźnik porowatości	$\bar{e}[-]$	0.94
Współczynnik filtracji	$\bar{k} \left[\frac{m}{s} \right]$	0.02645
Średnica zastępcza	$\bar{d}_{10}[mm]$	2.87
Średnica zastępcza	$\bar{d}_{30}[mm]$	6.98
Średnica zastępcza	$\bar{d}_{60}[mm]$	11.08
Wskaźnik jednorodności	$\bar{C}_u[-]$	3.86
Wskaźnik krzywizny uziarnienia	$\bar{C}_c[-]$	1.53
Material		kilkufrakcyjny

Tabela 8. Właściwości fizyczne – Kruszywo betonowe II.

Parametr	Jednostka	Kruszywo betonowe II
Gęstość objętościowa	$\bar{\rho}_d \left[\frac{g}{cm^3} \right]$	1.4306
Gęstość właściwa	$\bar{\rho}_s \left[\frac{g}{cm^3} \right]$	2.53
Porowatość	$\bar{n}[-]$	0.43
Wskaźnik porowatości	$\bar{e}[-]$	0.82
Współczynnik filtracji	$\bar{k} \left[\frac{m}{s} \right]$	0.02422
Średnica zastępcza	$\bar{d}_{10}[mm]$	0.44
Średnica zastępcza	$\bar{d}_{30}[mm]$	2.41
Średnica zastępcza	$\bar{d}_{60}[mm]$	8.53
Wskaźnik jednorodności	$\bar{C}_u[-]$	19.30
Wskaźnik krzywizny uziarnienia	$\bar{C}_c[-]$	1.55
Material		kilkufrakcyjny

4.2. Metodyka badań

Badania współczynnika filtracji zostały przeprowadzone w pierwszej fazie na kruszywie naturalnym w drugiej na kruszywach antropogenicznych – żuźlach i kruszywach betonowych. W drugim etapie opisano metodykę prowadzenia badań predykcyjnych prowadzonych z wykorzystaniem algorytmów uczenia maszynowego. Przeanalizowane zostały różne aktualnie dostępne algorytmy uczenia maszynowego, na podstawie analizy zalet i wad poszczególnych algorytmów zaproponowano algorytmy do dalszej analizy. Pokróćce scharakteryzowano każdy z zarekomendowanych algorytmów i opisano mechanizm jego działania. W ostatnim podrozdziale tej części opisano sposoby doboru hiperparametrów potrzebnych go właściwej predykcji modelu.

4.2.1. Metodyka przygotowania materiału i wykonania badań współczynnika filtracji

Badania współczynnika filtracji wykonane zostały w dwóch etapach. Etap pierwszy obejmował badania gruntów naturalnych – piasków o zróżnicowanym uziarnieniu i zagęszczeniu rozpoznanych jako piaski drobne i piaski średnie. Krzywe uziarnienia badanych piasków wraz z charakteryzującymi je właściwościami fizycznymi przedstawiono w rozdziale 5, podrozdziale 5.1.2. Etap drugi obejmował badania kruszyw antropogenicznych o uziarnieniu zbliżonym do uziarnienia piasków.

Badania kruszyw antropogenicznych obejmowały cztery rodzaje materiałów:

1. Żużel wielkopiecowy pozyskany z jednej z hut stalowniczych w Polsce,
2. Żużel paleniskowy pozyskany z jednej z elektrocieplowni w Polsce,
3. Kruszywo betonowe pozyskane z prac rozbiórkowych remontowanej nawierzchni drogowej,
4. Kruszywo betonowe (sezonowane) z odpadów betonowych powstałych podczas realizacji prac badawczych w Katedrze Inżynierii Budowlanej.

W rozdziale 4 przedstawiono krzywe uziarnienia kruszyw antropogenicznych oraz zestawiono uśrednione wyniki badań dotyczące właściwości chemicznych i fizycznych badanego materiału. Krzywe uziarnienia żużla wielkopiecowego przedstawiono w podrozdziale 4.1.1.2, żużla paleniskowego w podrozdziale 4.1.2.2, kruszywa betonowego w podrozdziale 4.1.3.2.

Dla każdego z materiałów: naturalnych piasków oraz kruszyw antropogenicznych przygotowano wstępnie materiał wyjściowy o masie 30 kg dla piasków oraz 60 - 70 kg dla każdego z kruszyw antropogenicznych. Miało to na celu zabezpieczenie materiału o powtarzalnej wyjściowej krzywej uziarnienia, co było szczególnie ważne dla kruszyw antropogenicznych podatnych na zjawisko kruszenia, zarówno przed przystąpieniem do wykonania próby Proctora, jak i przed formowaniem próbek zasadniczych do badań współczynnika filtracji. Każdy z materiałów przed przystąpieniem do kolejnych badań podlegał wymieszaniu. W celu zapewnienia właściwej symulacji warunków występujących w zagęszczanych warstwach drogi lub nasypu dla zastosowanych w pracy gruntów (kruszyw) naturalnych – piasków oraz kruszyw antropogenicznych, zastosowano metodę zagęszczania Proctora [150].

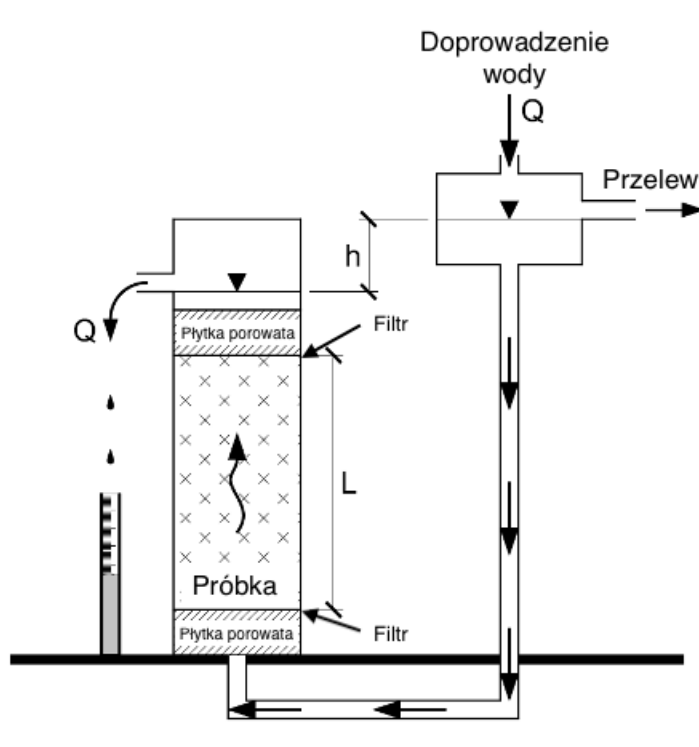
Dla materiałów wykonano badania zagęszczalności z zastosowaniem następujących energii zagęszczania 0.09, 0.17, 0.59 oraz 2.65 J/cm³. Badania z energią zagęszczania 0.59 oraz 2.65 J/cm³ odpowiadają energii normalnej i zmodyfikowanej próby Proctora. Dla badań z energią zagęszczania 0.09 oraz 0.17 J/cm³ ustalono wcześniej warunki zagęszczania dotyczące ilości uderzeń na warstwę. Dodatkową motywacją do przeprowadzenia badań laboratoryjnych na tych poziomach energii zagęszczania było zróżnicowanie bazy danych w zakresie przedziałów analizowanego uziarnienia kruszyw antropogenicznych. Takie wartości energii zagęszczenia mogą wystąpić podczas błędów w procesie zagęszczania kruszyw na budowie.

Po przygotowaniu materiału pod względem składu granulometrycznego i przeprowadzeniu badań zagęszczalności ustalono warunki przygotowywania próbek zasadniczych do badań filtracji. Wynik badań zagęszczalności dla kruszyw antropogenicznych wskazywał na niejednoznaczność w stosunku do wartości wilgotności optymalnej. Możliwym powodem takiego stanu rzeczy jest relatywna równomierność uziarnienia, która podobnie do piasków o tym samym uziarnieniu powoduje niejednoznaczność w interpretacji wilgotności optymalnej, raczej wskazując na przedział wilgotności (charakter krzywych zagęszczalności zbieżny z charakterystyką zagęszczalności piasków). Do każdego z badań współczynnika filtracji przygotowywano próbkę bezpośrednio w cylindrze badawczym. Poszczególne próbki dla każdego z kruszyw przygotowywano przy różnej gęstości szkieletu gruntowego.

Próbki odpowiadały warunkom materiału usypanego na luźno ($E_z=0$) oraz przygotowanych z energią zagęszczania odpowiadającą energii zagęszczania Proctora 0.09, 0.17, 0.59 oraz 2.65 J/cm³.

Analizowane kruszywa antropogeniczne jak i grunty (kruszywa) naturalne - piaski zostały poddane badaniom współczynnika filtracji metodą stałogradientową [137] w specjalnie przygotowanym dla potrzeb pracy stanowisku umiejscowionym w jednej z pracowni Centrum Wodnego SGGW.

Permeametr (rysunek 24) [201] zbudowany jest z cylindra wykonanego z tworzywa sztucznego. Wymiary cylindra wynosiły: wysokość $L = 0,285$ m, średnica $d = 0,110$ m. Na końcach cylindra znajdują się połączenia do dwóch zbiorników doprowadzającego i odprowadzającego wodę z próbki. Wysokość zbiornika doprowadzającego wodę do próbki utrzymywano na stałym poziomie a wysokość zbiornika odprowadzającego wodę z próbki ulegała zmianie w celu uzyskania żądanego gradientu hydraulicznego. Różnica w wysokości między zwierciadłem wody doprowadzonej do próbki a jej odpływem wywołała zjawisko przepływu wody przez próbkę gruntu. Całkowita objętość odpływu wody z próbki Q była mierzona w ustalonym interwale czasowym t zgodnie z zaleceniami literaturowymi [28, 202, 203].



Rysunek 24. Schemat ideowy permeamtru.

Równanie (wzór 9) służy do wyznaczenia współczynnika filtracji.

$$k = \frac{Q}{i \cdot L \cdot A} \quad (9)$$

gdzie: k - jest współczynnikiem filtracji, Q - całkowity odpływ, i - gradient hydrauliczny, L - wysokość cylindra, A - pole powierzchni cylindra.

Zastosowane gradienty w badaniach współczynnika filtracji są zgodne z wytycznymi branżowymi zawartymi w: Wały przeciwpowodziowe – wytyczne instruktażowe projektowania [121] oraz WT-4 2010.

Przy projektowaniu wartości gradientów hydraulicznych zastosowanych podczas badań nad współczynnikiem filtracji, szczególnie dla kruszyw antropogenicznych, wykorzystano doświadczenia własne [28, 62, 63]. Zarówno stanowisko do badań współczynnika filtracji, jak i procedura przygotowywania próbki do badań (zagęszczanie) i wykonywanie pomiarów były kilkakrotnie modyfikowane i kalibrowane przed przystąpieniem do badań głównych. Miało to na celu wyeliminowanie często popełnianych błędów, zgodnie z wytycznymi Chapuis [110]. W trakcie badań zweryfikowano podane przez Chappuisa'a następujące kwestie:

- (1) Przygotowywanie próbek do badań (zagęszczanie) wykonano bezpośrednio w cylindrze do badań przepuszczalności zgodnie z przyjętymi parametrami zagęszczania uzyskanymi podczas badań Proctora. Zagęszczanie próbek przeprowadzono przy wilgotności zbliżonej do optymalnej w celu osiągnięcia maksymalnej gęstości szkieletu gruntowego. Dodatkową uwagę poświęcono procesowi zagęszczania materiału w strefie kontaktowej z formą (ściankami) cylindra.
- (2) Podczas pomiarów założono, że stopień nasycenia próbki w badaniach przepuszczalności, S_r , musi być równy 1. Aby rozwiązać ten problem, po zainstalowaniu próbki w permeametrze, napełniano ją wodą z prędkością zbliżoną do 1mm/min od dołu próbki.
- (3) Konstrukcja permeametry pozwoliła na uniknięcie w trakcie badania hydraulicznych strat w układzie ze względu na stały poziom zewnętrznego i wewnętrznego zwierciadła wody w zbiornikach. Wypływ mierzony był na rurze odpływowej, której przekrój podczas badań nigdy nie był całkowicie wypełniony.
- (4) Próbką w formie do badań filtracji zabezpieczona była od góry i od dołu bibułą filtracyjną. Filtr zainstalowany na wypływie wody z próbki zapobiegały wymywaniu drobnych cząsteczek szkieletu materiału badawczego: piasku i kruszyw antropogenicznych. Ponadto, makroskopowo oceniano mętność wody na odpływie.
- (5) Wymiary cylindra, a szczególnie jego średnica pozwoliła na spełnienie warunku maksymalnego wymiaru ziarna badanego kruszywa, który zawierał się

w zakresie 5 – 10 krotności wymiarów cylindra do wymiarów ziarna. W przypadku dwóch materiałów stosunek średnicy cylindra do średnicy maksymalnego ziarna wynosił około 10, dla dwóch pozostałych wynosił powyżej 5. W tym drugim przypadku należy zaznaczyć, że dotyczyło to niewielkiej zawartości procentowej frakcji powyżej 10 mm w całej masie próbki.

- (6) Wymiary cylindra do badań filtracji odpowiadają warunkowi jak dla badań wytrzymałościowych w komorach trójosiowego ściskania. Wysokość cylindra jest ponad dwukrotnie większa niż jego średnica. Takie rozwiązanie pozwoliło na zminimalizowanie zjawiska uprzywilejowanego przepływu wody w gruncie na styku ze ściankami cylindra. Pozwoliło także na wykluczenie powstania gradientów krytycznych po przekroczeniu których, następuje ruch burzliwy.
- (7) Współczynnik filtracji badano stosując gradienty hydrauliczne typowe dla budowli piętrzących wodę lub stosowanych w ziemnych konstrukcjach nasypowych, które wynosiły 0.08, 0.14, 0.20, 0.27, 0.33, 0.39, 0.46, 0.52, 0.58, 0.65, 0.71, 0.77, 0.84, 0.90, 0.96 i 1,02. Zasadniczy pomiar rozpoczynano upewniając się, że przepływ jest już ustalony, tzn. po ustabilizowaniu się trzech kolejnych odczytów różniących się nie więcej niż 2%. Następnie przeprowadzono zasadnicze pomiary w przedziałach czasowych wynoszących 60 sekund każdy, uśredniając wynik otrzymany z pięciu pomiarów przy danym gradiencie.
- (8) Następujące po sobie etapy badania współczynnika filtracji w jednej próbce gruntu/kruszywa obejmowały zwiększenie gradientu do kolejnej wartości wymienioną w punkcie (7). Podczas kolejnego badania przeprowadzano procedurę podaną w punkcie (7).
- (9) Zastosowane najmniejsze gradienty pozwoliły na wypełnienie warunku przekroczenia gradientu początkowego. Maksymalne gradienty nie przekroczyły gradientu krytycznego dla uruchomienia ruchu burzliwego, co zostało sprawdzone na etapie badań wstępnych.

Uzyskane z badań laboratoryjnych dane pomiarowe pozwoliły na obliczenie współczynnika filtracji dla kruszyw naturalnych – piasków oraz kruszyw antropogenicznych. Wyniki badań posłużyły jako baza danych dla predykcji współczynnika filtracji z użyciem algorytmów uczenia maszynowego co zostało opisane w rozdziale 5.

4.2.2. Metodyka predykcji z wykorzystaniem uczenia maszynowego

4.2.2.1 Wybór algorytmów i wprowadzenie do ich zastosowania.

Najczęściej wykorzystywanymi algorytmami uczenia maszynowego stosowanymi do rozwiązań zadań predykcyjnych w oparciu o mechanizm regresji są: *Linear Regression* (LR), *Neural Network* (NN), *k-Nearest Neighbors* (k-NN), *Random Forest* (RF), *Gradient Boosting* (GB), *Adaptive Boosting - AdaBoost* (AB), *Naive Bayes* (NB) oraz *Support Vector Machines* (SVM). Aby móc określić potencjał przydatności danego algorytmu dla dalszych badań sporządzono zestawienie mocnych i słabych stron poszczególnych algorytmów (tabela 9).

Tabela 9. Mocne i słabe strony algorytmów Machine Learning.

Linear Regression	MOCNE STRONY
	<ul style="list-style-type: none">• Dobre wyniki dla prostych problemów regresji,• Wysoka dokładność, gdy jest stosowany do zależności liniowych,• Powszechne podejście do modelowania danych numerycznych,• Do modelowania prawie każdej relacji/zależności,• Zapewnia oszacowanie zarówno wielkości, jak i siły związków pomiędzy cechami i wynikiem.
	SŁABE STRONY
	<ul style="list-style-type: none">• Niewystarczająco elastyczny, aby uchwycić bardziej złożone problemy,• Przyjmuje silne założenia dotyczące danych,• Forma modelu musi być wcześniej określona,• Działa tylko z cechami numerycznymi, więc dane klasyfikacyjne wymagają dodatkowego przygotowania,• Wymaga pewnej wiedzy z zakresu statystyki, aby zrozumieć model.
Neural Network (Artificial)	MOCNE STRONY
	<ul style="list-style-type: none">• Może być stosowany do problemów klasyfikacji lub regresji,• Zdolność do modelowania bardziej złożonych wzorców,• Przyjmuje niewiele założeń dotyczących relacji leżących u podstaw danych.

SŁABE STRONY

- Bardzo intensywne obliczeniowo i powolne uczenie, szczególnie jeśli topologia sieci jest złożona,
 - Bardzo podatna na „nadmierne przeuczenie” danych uczących,
 - Skutkuje złożonym modelem typu „black box”, który jest trudny do zinterpretowania.
-

k-Nearest Neighbors MOCNE STRONY

- Prosty i skuteczny,
 - Nie przyjmuje żadnych założeń dotyczących rozkładu danych,
 - Szybka faza szkolenia.
-

SŁABE STRONY

- Nie tworzy modelu, ograniczając możliwość zrozumienia, jak cechy są związane z klasą,
 - Wymaga wyboru odpowiedniego klasyfikatora (wartości k),
 - Cechy nominalne i brakujące dane wymagają dodatkowego przygotowania.
-

Random Forest MOCNE STRONY

- Uniwersalny model, który dobrze radzi sobie z większością problemów analitycznych,
 - Może obsługiwać dane „zazumione” lub brakujące, jak również cechy kategoryczne lub ciągłe,
 - Wybiera tylko najważniejsze cechy;
 - Może być stosowany na danych z bardzo dużą liczbą cech lub przykładów.
-

SŁABE STRONY

- W przeciwieństwie do drzewa decyzyjnego, model nie jest łatwo interpretowalny.
-

Gradient Boosting MOCNE STRONY

- Często zapewnia bardzo wysoką dokładność predykcyjną,
- Duża elastyczność - może optymalizować na różnych funkcjach strat i zapewnia kilka opcji dopasowania hiperparametrów, które sprawiają, że dopasowanie funkcji jest bardzo elastyczne,

- Nie wymaga wstępnego przetwarzania danych - często działa świetnie z wartościami kategorii i numerycznymi,
- Obsługuje brakujące dane - imputacja nie jest wymagana.

SŁABE STRONY

- *Gradient Boosting* będą kontynuowały poprawę do momentu zminimalizowania wszystkich błędów. Może to spowodować nadmierne podkreślenie wartości odstających i spowodować „przeszacowanie” modelu. Aby to zneutralizować, należy użyć walidacji krzyżowej.
- Kosztowne obliczeniowo - *Gradient Boosting* często wymagają wielu drzew (>1000), co może być czasochłonne.
- Duża elastyczność powoduje, że wiele parametrów wchodzi w interakcje i mocno wpływa na zachowanie podejścia (liczba iteracji, głębokość drzewa, parametry regularyzacji, itp.) wymaga to przeszukiwania dużej siatki podczas dostosowania parametrów.
- Mniej interpretowalne, choć można to łatwo rozwiązać za pomocą różnych narzędzi (zmienna ważności, wykresy częściowych zależności, itp.).

Adaptive Boosting (Adaboost)

MOCNE STRONY

- Niewiele parametrów,
- Łatwy do wdrożenia,
- Jawny wybór cech,
- Odporny na „przeuczenie” (przy niskim poziomie „szumu”),
- Bardzo dobrze sprawdza się w praktyce.

SŁABE STRONY

- Wymaga określenia warunku zakończenia,
- Wrażliwość na „zaszumione” dane i wartości skrajne,
- Musi być dostosowany do obsługi zadań wieloklasowych.

Naive Bayes

MOCNE STRONY

- Proste, szybkie i bardzo skuteczne,
 - Dobrze radzi sobie z „szumami” i brakującymi danymi,
 - Wymaga stosunkowo mało przykładów do szkolenia, ale działa dobrze również z bardzo dużą liczbą przykładów,
 - Łatwo uzyskać szacunkowe prawdopodobieństwo dla predykcji.
-

SŁABE STRONY

- Opiera się na często błędnym założeniu, że cechy są równie ważne i niezależne,
 - Nie jest idealna dla zbiorów danych z wieloma cechami numerycznymi,
 - Szacowane prawdopodobieństwa są mniej wiarygodne niż przewidywane klasy.
-

Support Vector Machines (SVM)

MOCNE STRONY

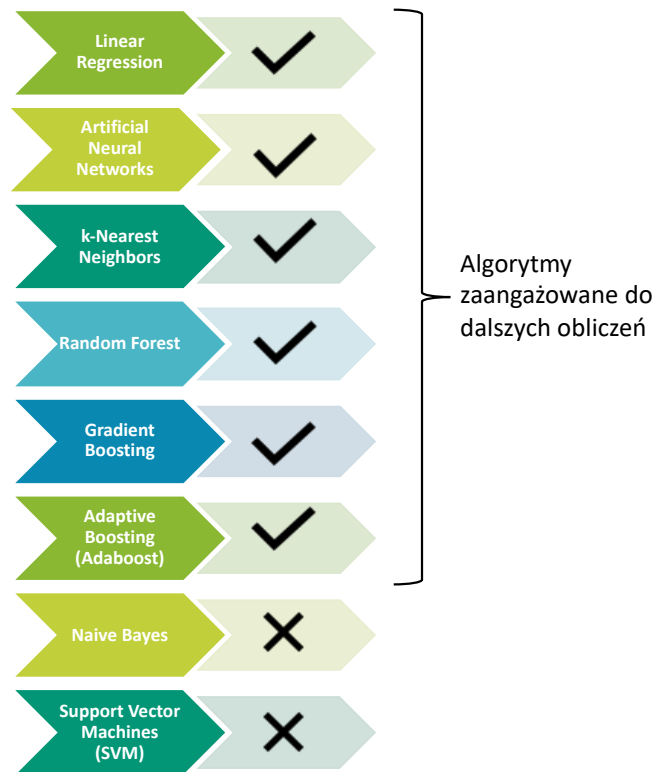
- Może być stosowany do klasyfikacji lub numerycznych problemów predykcyjnych,
 - Nie jest nadmiernie podatny na wpływ „zazumionych” danych i nie jest zbyt podatny na „przeuczenie”,
 - Może być łatwiejszy w użyciu niż sieci neuronowe, szczególnie ze względu na istnienie kilku dobrze wspieranych algorytmów SVM,
 - SVM jest stosunkowo wydajna pod względem pamięci.
-

SŁABE STRONY

- Algorytm SVM nie jest odpowiedni dla dużych zbiorów danych.
 - SVM nie działa zbyt dobrze, gdy zbiór danych ma więcej „szumu”, tj. klasy docelowe nakładają się na siebie.
 - W przypadkach, gdy liczba cech dla każdego punktu danych przekracza liczbę próbek danych treningowych, SVM będzie osiągał gorsze wyniki.
 - Ze względu na to, że klasyfikator wektora wsparcia działa poprzez umieszczenie punktów danych, powyżej i poniżej hiperpłaszczyzny klasyfikacyjnej, nie ma probabilistycznego wyjaśnienia dla klasyfikacji.
-

Biorąc pod uwagę wymienione wady i zalety poszczególnych algorytmów zdecydowano się wykluczyć algorytmy Naive Bayes (NB) oraz Support Vector Machines (SVM) (rysunek 25). Naive Bayes (NB) mając na uwadze, że nie jest to algorytm dobry dla zbiorów danych z wieloma cechami numerycznymi, z jakim mamy tu do czynienia. Ważnym czynnikiem decydującym o rezygnacji z tego modelu było także to, że szacowane prawdopodobieństwa są mniej wiarygodne niż przewidywane klasy. Algorytm Support Vector Machines (SVM) odrzucono mając na względzie to, że nie jest on właściwy dla dużych zbiorów danych (rzędu kilkuset, w przypadku zebranych danych z badań materiałów antropogenicznych analizie podlega ponad 2500 wyników badań).

Innymi czynnikami była słaba odporność algorytmu na dane znajdujące się poza hiperpłaszczyzną klasyfikacji oraz na nakładające się klasy docelowe. Algorytm *Linear Regression* zdecydowano się pozostawić jako odniesienie dla otrzymywanych wyników predykcji.



Rysunek 25. Algorytmy wybrane do dalszej analizy.

Krótką charakterystyka i metodyka algorytmów wybranych do dalszej analizy została zawarta w kolejnych rozdziałach.

4.2.2.2 Linear Regression (LR)

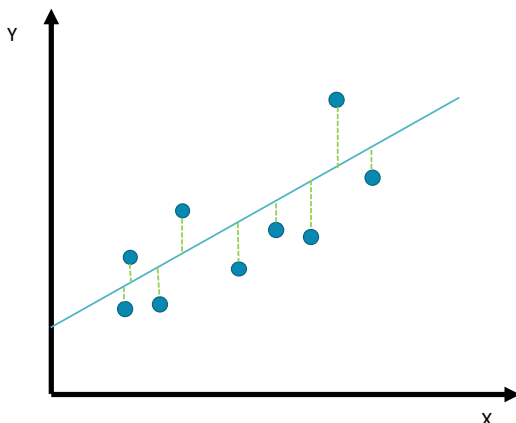
Linear Regression - regresja liniowa jest jedną z najprostszych metod podejścia do problemów regresji. Termin „liniowy” odnosi się do liniowej zależności modelu od jego parametrów. W przypadku, gdy mamy do czynienia z pojedynczą zmienną x , model stosowany w regresji liniowej (wzór 10) przyjmuje postać:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + e, \quad (10)$$

gdzie: β_0 - punkt przecięcia osi OY, β_1 - nachylenie, e - reszta lub błąd [204, 205].

Analiza regresji jest prostą techniką przewidywania nieznannej zmiennej przy użyciu posiadanych już wyników. Na rysunku 26 znajduje się przykład prezentujący zależności

w ramach opisywanej metody uwzględniający obecność wartości rezydualnych (reszt) [204, 205].



Rysunek 26. Schemat funkcjonowania modelu LR.

Technicznym terminem dla linii regresji jest hiperpłaszczyzna, przyjmująca w przestrzeni dwuwymiarowej postać linii trendu. Celem regresji liniowej jest podzielenie danych w sposób, który minimalizuje odległość między hiperpłaszczyzną a obserwowanymi wartościami. Oznacza to, że rysując linię prostopadłą z hiperpłaszczyzny do każdego punktu danych na wykresie, łączna odległość każdego punktu byłaby równa najmniejszej możliwej odległości do hiperpłaszczyzny. Odległość między linią najlepszego dopasowania a obserwowanymi wartościami nazywana jest rezydualiem, wartością resztową lub błędem, a im bliżej tych wartości znajduje się hiperpłaszczyzna, tym dokładniejsze są przewidywania modelu [175, 204–206].

Ważnym elementem regresji liniowej jest nachylenie, które można obliczyć w stosunku do hiperpłaszczyzny. Wzrost losowej zmiennej, pociąga za sobą zmianę drugiej zmiennej o średnią wartość oznaczoną przez hiperpłaszczyznę. Nachylenie jest więc pomocne przy formułowaniu predykcji względem kolejnych zmiennych niezależnych.

Wielokrotna regresja liniowa jest prostą regresją liniową z więcej niż jedną zmienną niezależną. Punkt przecięcia OY jest nadal wyrażony jako β_0 , ale teraz istnieje wiele niezależnych zmiennych (reprezentowanych jako $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$) i każda z nich ma swój współczynnik ($b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$) [175, 207, 208].

Podobnie jak w przypadku prostej regresji liniowej, różne sumy wartości X i Y (w tym wartości podniesione do kwadratu) z danych treningowych są wykorzystywane do rozwiązywania dla wartości β_0 (punktu przecięcia Y) i β (wartości współczynnika). Po zbudowaniu modelu z wykorzystaniem wartości X i Y z danych treningowych, formuła

regresji liniowej wielokrotnej może być wykorzystana do dokonania predykcji (Y) z wykorzystaniem wartości zmiennych niezależnych X z danych testowych (do oceny dokładności). Wybór zmiennych wiąże się z ustaleniem ich liczby i istotności.

Należy wziąć pod uwagę, że dodanie większej liczby zmiennych pomaga uwzględnić więcej potencjalnych czynników kontrolujących wzorce w danych. Jednak jest to zasadne tylko wtedy, gdy zmienne są istotne i posiadają pewną korelację, liniowy związek ze zmienną zależną. Rozszerzenie zbioru zmiennych niezależnych tworzy również więcej związków do analizy. W wielokrotnej regresji liniowej nie tylko zmienne niezależne są potencjalnie związane ze zmienną zależną, ale są również potencjalnie związane ze sobą. Jeśli między dwiema zmiennymi niezależnymi istnieje silna korelacja liniowa, może to prowadzić do zagadnienia zwanego wieloliniowością. Kiedy dwie zmienne niezależne są silnie skorelowane, mają tendencję do znoszenia się nawzajem i dostarczają modelowi mało lub wcale unikalnych informacji [209–211].

Może to spowodować, że gdy jedna zmienna rośnie, druga maleje i odwrotnie. Kiedy obie zmienne są używane do przewidywania zmiennej zależnej, jedna skutecznie znosi drugą. W konsekwencji warto włączyć jedną z tych zmiennych do modelu, lecz włączenie obu zmiennych będzie nieprzydatne. Aby uniknąć kwestii wieloliniowości, należy weryfikować związek między każdą kombinacją zmiennych niezależnych na przykład z wykorzystaniem *pairplot* (macierz zależności między zmiennymi) lub wyniku korelacji (*heatmap*). Podsumowując, celem regresji liniowej wielokrotnej jest to, aby wszystkie zmienne niezależne były skorelowane ze zmienną zależną, ale nie ze sobą [209, 212, 213].

4.2.2.3 Artificial Neural Networks (ANN)

Artificial Neural Networks, czyli sztuczne sieci neuronowe (ANN) znane również jako sieci neuronowe, to popularna technika uczenia maszynowego służąca do analizy danych poprzez sieć warstw decyzyjnych. Nazewnictwo tej techniki zostało zainspirowane strukturalnym podobieństwem algorytmu do ludzkiego mózgu. Mózg zawiera połączone ze sobą neurony z dendrytami, które otrzymują sygnały wejściowe. Z tych wejść neuron wytwarza sygnał elektryczny na wyjściu aksonu i wysyła te sygnały poprzez terminale aksonu do innych neuronów. Podobnie, sztuczne sieci neuronowe składają się z połączonych ze sobą funkcji decyzyjnych, zwanych węzłami, które oddziałują ze sobą poprzez krawędzie odpowiednik aksonu. Węzły sieci neuronowej są podzielone na warstwy i na ogół zaczynają się od szerokiej bazy danych. Ta pierwsza warstwa składa się z surowych danych wejściowych (wartości numeryczne, tekst, mogą

to być także piksele obrazu lub dźwięk) podzielonych na węzły. Każdy węzeł wejściowy wysyła następnie informacje do następnej warstwy węzłów poprzez krawędzie sieci [214–216].

Każda krawędź w sieci ma przypisaną numeryczną wagę, która może być zmieniana na podstawie doświadczenia. Jeśli suma połączonych krawędzi spełnia ustalony próg, znany jako funkcja aktywacji, aktywuje to neuron w następnej warstwie. Jeśli suma połączonych krawędzi nie spełnia ustawionego progu, funkcja aktywacji zwraca negatywny rezultat. Co więcej, wagi przypisane do każdej krawędzi są unikalne, co oznacza, że węzły aktywują się w różny sposób, co uniemożliwia im uzyskanie tego samego rozwiązania. Używając uczenia nadzorowanego, przewidywane wyniki modelu są porównywane z rzeczywistym wynikiem empirycznym pochodzącym z zebranych prawdziwych danych. Celem modelu uczącego jest zmniejszenie wartości błędu, aż przewidywania modelu będą ściśle odpowiadać prawidłowym wartościom. Osiąga się to poprzez stopniowe dostosowywanie wag sieci do momentu uzyskania najniższej możliwej wartości błędu. Ten szczególny proces szkolenia sieci neuronowej nazywany jest propagacją wsteczną. Zamiast poruszać się od danych wejściowych do danych wyjściowych, tak jak na ogół działa sieć, propagacja wsteczna toczy się w odwrotnym kierunku [181, 217–220].

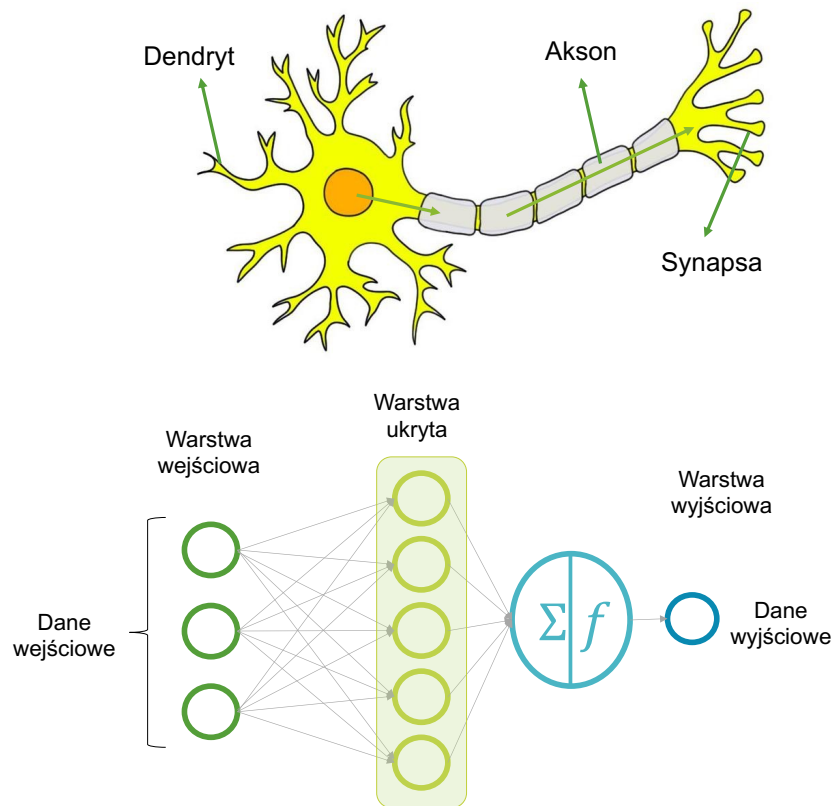
Istnieje wiele technik składania węzłów sieci neuronowej, najprostszą metodą jest sieć typu *feed-forward*, w której sygnały płyną tylko w jednym kierunku bez powtarzania. Podstawową formą sieci neuronowej typu *feed-forward* jest perceptron, który został zdefiniowany w latach 50. przez profesora Franka Rosenblatta [221].

Perceptron został zaprojektowany jako funkcja decyzyjna do przyjmowania danych wejściowych w celu uzyskania binarnego wyjścia. Jego struktura składa się z jednego lub więcej węzła wejściowego w warstwie wejściowej, procesora i jednego węzła wyjścia w warstwie wyjściowej. Dane wejściowe są wprowadzane do procesora (neuronu), przetwarzane, a następnie generowana jest dana wyjściowa [221, 222].

Perceptron obsługuje jedno z dwóch potencjalnych wyjść binarnych, "0" lub "1". Wyjście "1" uruchamia funkcję aktywacji, natomiast "0" nie. Podczas pracy z większą siecią neuronową z dodatkowymi warstwami, wyjście "1" może być skonfigurowane tak, aby przekazać wyjście do kolejnych warstw.

Typowa sieć neuronowa (rysunek 27) może być podzielona na warstwę wejściową, ukrytą i wyjściową. Dane są najpierw odbierane przez warstwę wejściową, gdzie wykrywane są cechy. Następnie warstwa ukryta (lub warstwy ukryte) analizuje

i przetwarza cechy wejściowe, a ostateczny wynik jest przedstawiany jako warstwa wyjściowa. Warstwy środkowe są uważane za ukryte, ponieważ, podobnie jak ludzki wzrok, niejawnie przetwarzają obiekty pomiędzy warstwą wejściową i wyjściową.



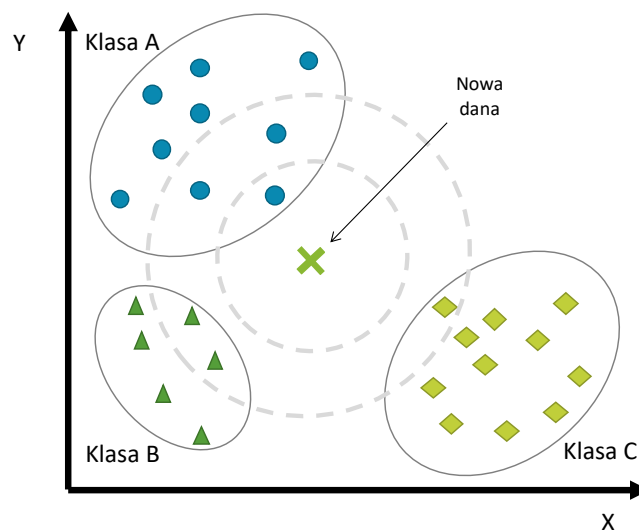
Rysunek 27. Schemat funkcjonowania modelu ANN w odniesieniu do neuronu biologicznego.

Sieci neuronowe dzielą dane na warstwy i przetwarzają warstwy ukryte, aby uzyskać ostateczne wyjście. W miarę dodawania kolejnych warstw ukrytych do sieci, poprawia się również zdolność modelu do analizowania złożonych wzorców. Dlatego też modele z dużą liczbą warstw są często określane jako głębokie uczenie (ang. *Deep Learning*), aby wyróżnić ich głębsze i lepsze zdolności przetwarzania [179, 180].

4.2.2.4 k-Nearest Neighbors (k-NN)

Inną popularną techniką klasyfikacji w uczeniu maszynowym jest *k-najbliższych sąsiadów* (algorytm *k-NN*). Jako algorytm uczenia nadzorowanego, *k-NN* klasyfikuje nowe punkty danych na podstawie ich położenia względem pobliskich punktów danych (rysunek 28). Używając *k-NN*, możemy przewidzieć kategorię nowego punktu danych na podstawie jego położenia względem istniejących punktów danych [223–225]. Najpierw jednak musimy ustalić wartość K , aby określić, ile punktów danych chcemy użyć do sklasyfikowania nowego punktu danych. Jeśli przyjmiemy K równe 3, algorytm *k-NN*

analizuje pozycję nowego punktu danych w odniesieniu do trzech najbliższych punktów danych (sąsiadów). W wyniku wyboru trzech najbliższych sąsiadów otrzymujemy dwa punkty danych klasy B i jeden punkt danych klasy A, proces wyboru przedstawiono na rysunku 28. Określony przez K (3), predykcja modelu dla określenia kategorii nowego punktu danych to klasa B, ponieważ zwraca on dwóch z trzech najbliższych sąsiadów [226–228].



Rysunek 28. Schemat funkcjonowania modelu k -NN.

Wybrana liczba zidentyfikowanych sąsiadów, określona przez K , ma kluczowe znaczenie dla określenia wyników. Dlatego dla prawidłowego wyznaczenia modelu jest określenie liczby istotnych K . Ustawienie zbyt małej wartości K doprowadzi do błędnej klasyfikacji, a zbyt wysokie spowoduje zmniejszenie efektywności algorytmu jednocześnie wydłużając czas analizy. Ustawienie K jako liczbę nieparzystą pomoże wyeliminować ewentualność błęd uczenia i uzyskania nieważnego wyniku [225, 228, 229].

Biorąc pod uwagę, że skala poszczególnych zmiennych ma duży wpływ na wynik działania k -NN, zbiór danych zwykle wymaga przeskalowania w celu znormalizowania wariancji. Algorytm k -NN najlepiej sprawdza się w przypadku zmiennych ciągłych, gorzej w przypadku zmiennych binarnych choć obecność takich zmiennych w zbiorze nie dyskwalifikuje algorytmu [227, 228]. Algorytm k -NN charakteryzuje jego dokładny predykcji oraz szeroka stosowalność jednak, przechowywanie całego zbioru danych, obliczanie odległości między każdym nowym punktem danych ze zbioru i porównywanie ze wszystkimi istniejącymi punktami danych stanowi duże obciążenie dla zasobów obliczeniowych. Ma to odzwierciedlenie w długości czasu trwania analizy i z tego

powodu k - NN zasadniczo nie jest zalecany do analizy dużych zbiorów danych. Inną wadą jest to, że zastosowanie k - NN do danych wielowymiarowych z dużą liczbą cech może być trudne. Pomiar wielu odległości między punktami danych w przestrzeni wielowymiarowej również obciąża zasoby obliczeniowe przez co trudniejsze staje się przeprowadzenie dokładnej klasyfikacji.

4.2.2.5 Random Forest (RF)

W niektórych przypadkach sieci neuronowe nie spełniają swojej roli, a drzewa decyzyjne stają się alternatywną metodą. Duża ilość danych wejściowych i zasobów obliczeniowych wymaganych do uczenia sieci neuronowej jest wadą każdej próby rozwiązania wszystkich problemów uczenia maszynowego. Innym mankamentem sieci neuronowych jest dylemat *czarnej skrzynki*, która ukrywa strukturę decyzyjną modelu. Drzewa decyzyjne, z drugiej strony, są przejrzyste i łatwe do interpretacji. Drzewa decyzyjne pracują na mniejszych ilościach danych i zużywają mniej zasobów obliczeniowych. Te zalety sprawiają, że drzewa decyzyjne są popularną alternatywą dla wdrażania sieci neuronowej w mniej złożonych przypadkach [230–232].

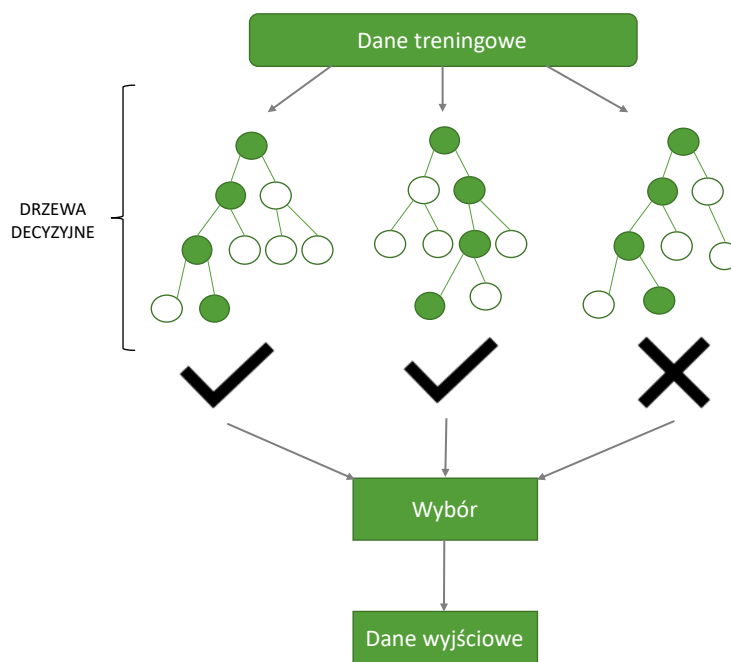
Drzewa decyzyjne są wykorzystywane przede wszystkim do rozwiązywania problemów klasyfikacyjnych. Jednak mogą być użyte jako modele regresji do przewidywania wyników liczbowych. Drzewa klasyfikacyjne przewidują wyniki kategoryczne używając zmiennych numerycznych i kategorycznych jako danych wejściowych, natomiast drzewa regresyjne przewidują wyniki numeryczne używając zmiennych numerycznych i kategorycznych jako danych wejściowych. Drzewa decyzyjne mogą być wyświetlane graficznie i są łatwe do wyjaśnienia dla osób nie będących ekspertami co jest zaletą ich stosowania w przypadku chęci dotarcia do osób nie pracujących na co dzień z tego typu analizą danych [232–234].

Drzewa decyzyjne rozpoczynają się od węzła głównego, który jest punktem wyjścia, po którym następują podziały tworzące gałęzie, zwane również brzegami. Gałęzie następnie łączą się z liśćmi, zwanymi również węzłami, które tworzą punkty decyzyjne. Proces ten jest powtarzany przy użyciu punktów danych zebranych w każdym nowym liściu (węźle). Ostateczna kategoryzacja jest tworzona, gdy liść nie generuje już żadnych nowych gałęzi i powstaje tak zwany węzeł końcowy [235–238].

Zaczynając najpierw od węzła głównego, drzewa decyzyjne analizują dane poprzez podział danych na podzbiory, z węzłem dla każdej wartości zmiennej. Celem jest, aby drzewo było jak najmniejsze, czyli posiadało jak najmniej poziomów. Osiąga się to

poprzez wybór zmiennej, która optymalnie dzieli dane na jednorodne grupy, w taki sposób, że minimalizuje poziom entropii (wariancji danych wśród różnych klas) danych w kolejnej gałęzi. Węzły gromadzą jak najwięcej zmiennych tej samej klasy, na podstawie entropii, zwanej też wartością informacyjną. Przy użyciu wyrażenia logarytmicznego o podstawie 2, entropia jest obliczana na podstawie kompozycji punktów danych znalezionych w każdym węźle [230, 239, 240].

Rozwinięciem techniki drzew decyzyjnych jest *Random Forest* – lasy losowe (rysunek 29). Blisko spokrewnione także z *baggingiem* (metoda optymalizacji algorytmu uczenia maszynowego) Obie techniki polegają na zasadzie zastosowania wielu drzew decyzyjnych i wykorzystują próbkowanie *bootstrapowe* (technika agregacji wyników wielu szacowań modeli) do randomizacji danych, *lasos losowe* sztucznie ograniczają wybór zmiennych poprzez ograniczenie liczby zmiennych rozważanych dla każdego podziału. Oznacza to, że algorytm nie może rozważyć wszystkich n zmiennych przy każdym podziale [241–243].



Rysunek 29. Schemat funkcjonowania modelu RF.

W przypadku metody *baggingu*, drzewa decyzyjne często wyglądają podobnie, ponieważ używają tej samej zmiennej na początku swojej struktury decyzyjnej w celu zmniejszenia entropii. Oznacza to, że przewidywania drzew decyzyjnych są silnie skorelowane i bliższe pojedynczemu drzewu decyzyjnemu pod względem ogólnej wariancji. *Lasy losowe* rozwiązują tę kwestię poprzez arbitralny podział do analizy ograniczonego podzbioru zmiennych, co daje innym zmiennym większą szansę na

wybrani, a poprzez uśrednienie unikalnych i nieskorelowanych drzew decyzyjnych, ostateczna struktura decyzyjna jest mniej zmienna i najczęściej bardziej wiarygodna. Ponieważ model jest uczony przy użyciu podzbioru zmiennych mniejszego niż faktycznie dostępny, lasy losowe są uważane za technikę uczenia słabo nadzorowanego [244].

Zalecanym punktem wyjścia dla dalszej optymalizacji jest 100-150 drzew decyzyjnych. Lasy losowe dobrze sprawdzają się dla uzyskiwaniu szybkiego modelu wzorcowego.

4.2.2.6 Gradient Boosting (GB)

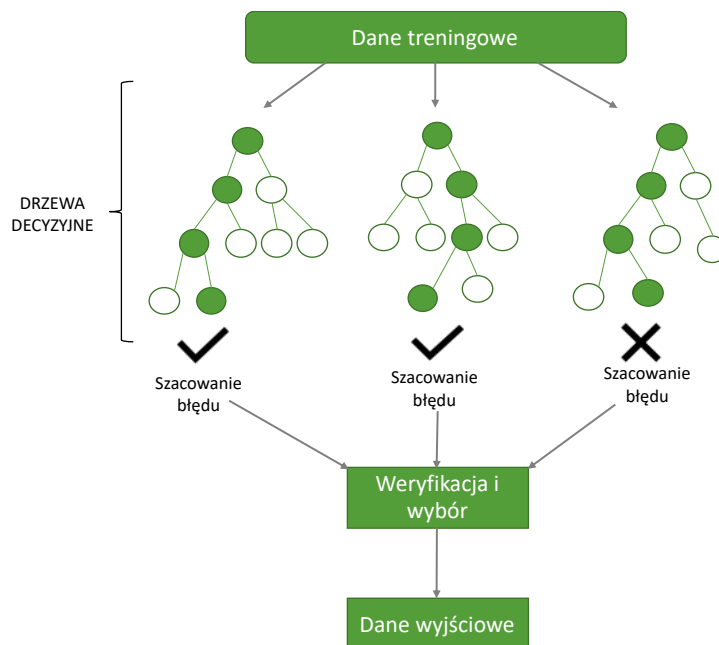
Algorytmy *bootstrapowe* zostały wprowadzone przez społeczność zajmującą się uczeniem maszynowym [245–247] dla problemów klasyfikacji. Polega na łączeniu "słabych" modeli w jeden "silny" model. Określenie "słaby" oznacza, że początkowy model jest słabym predyktorem i być może minimalnie lepszym od przypadkowego domysłu. Natomiast "silny" model jest uważany za wiarygodny predyktor wartości docelowej. Koncepcja rozwijania silnych uczących ze słabych jest osiągnięta poprzez dodawanie wag do drzew decyzyjnych w oparciu o błędnie sklasyfikowane przypadki w poprzednim drzewie decyzyjnym.

Friedman i in. [248] wprowadzili statystyczny punkt widzenia na metodę *boosting*, łącząc algorytm *boostingu* z koncepcjami funkcji straty. Friedman rozszerzył metodę *boosting* na regresję, wprowadzając metodę *Podwyższania gradientu* (GBM) [249]. Metoda GBM może być postrzegana jako numeryczny algorytm optymalizacyjny, którego celem jest znalezienie modelu addytywnego, minimalizujący funkcję straty. Zatem algorytm GBM iteracyjnie dodaje na każdym kroku nowe drzewo decyzyjne (tj. *słaby uczący*), najlepiej redukujące funkcję straty. Dokładniej, w regresji, algorytm zaczyna od inicjalizacji modelu przez pierwsze przypuszczenie (zwykle nowe drzewo decyzyjne), które maksymalnie zmniejsza funkcję straty (która dla regresji jest średnim kwadratowym błędem), a następnie w każdym kroku nowe drzewo decyzyjne jest dopasowywane do bieżącej reszty i dodawane do poprzedniego modelu, aby zaktualizować resztę. Algorytm kontynuuje iterację aż do osiągnięcia maksymalnej liczby iteracji, podanej przez użytkownika. Proces ten jest nazwany *stage wise*, co oznacza, że w każdym nowym kroku drzewa decyzyjne dodane do modelu w poprzednich krokach nie są modyfikowane. Poprzez powyższą metodę model jest uszczegóławiany w rejonach, w których odnotowywane są najwyższe wartości funkcji strat względem wartości obserwowanych [250–254].

Zamiast wybierać losowe kombinacje zmiennych, *Gradient Boosting* (rysunek 30) wybiera zmienne, które poprawiają dokładność predykcji z każdym nowym drzewem. Drzewa decyzyjne rosną więc sekwencyjnie, ponieważ każde drzewo jest tworzone z wykorzystaniem informacji pochodzących z poprzedniego drzewa, a nie niezależnie. Błędy popełnione w danych uczących są rejestrowane, a następnie stosowane do kolejnej rundy danych treningowych. W każdej iteracji do danych treningowych dodawane są wagi w oparciu o wyniki poprzedniej iteracji. Większa waga jest stosowana do wartości, które były nieprawidłowo przewidywane z danych szkoleniowych, a wartości, które były prawidłowo przewidywane, otrzymują mniej uwagi. Wcześniejsze iteracje, które nie dają dobrych wyników i które być może błędnie klasyfikują dane, mogą być następnie poprawione w kolejnych iteracjach. Proces ten jest powtarzany aż do uzyskania oczekiwanego poziomu błędu. Ostateczny wynik otrzymuje się wtedy ze średniej ważonej łącznych predykcji uzyskanych z każdego drzewa decyzyjnego [255–259].

Boosting łagodzi również problem przepełnienia i robi to przy użyciu mniejszej liczby drzew niż *lasy losowe*. Podczas gdy dodawanie większej liczby drzew do lasu losowego zwykle pomaga zrównoważyć nadmierne dopasowanie, ten sam proces może spowodować nadmierne dopasowanie w przypadku boostingu i należy zachować ostrożność, gdy dodawane są nowe drzewa.

Po wdrożeniu, przewidywania z modelu uczącego decyzyjnego mogą być generowane szybko i dokładnie za pomocą tego algorytmu, a poza głębokim uczeniem, boosting jest jednym z najbardziej popularnych algorytmów w uczeniu maszynowym

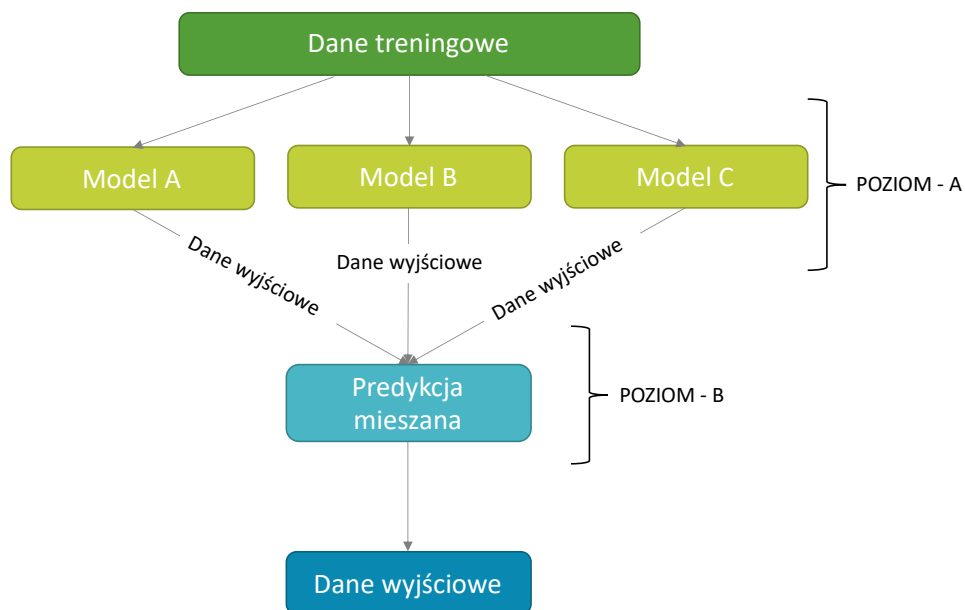


Rysunek 30. Schemat funkcjonowania modelu GB.

4.2.2.7 Adaptive Boosting (*AdaBoost*) (AB)

AdaBoost (skrót od Adaptive Boosting) jest zaprojektowany dla problemów klasyfikacji i jest drugim po *Gradient Boostingu* przykładem modelu sekwencyjnego. Równoległe modele sekwencyjne pracują współbieżnie i zmniejszają błąd poprzez uśrednianie [242, 260].

AdaBoost (rysunek 31) ma na celu połączenie kilku *słabych cech uczących* w jedną silną cechę uczącą. *AdaBoost* koncentruje się na słabych cechach uczących, które często są drzewami decyzyjnymi z tylko jednym podziałem i są powszechnie nazywane pniami decyzyjnymi. Pierwszy pień decyzyjny w *AdaBoost* zawiera obserwacje, które są ważone jednakowo. Wcześniejsze błędy są korygowane, a obserwacjom, które zostały sklasyfikowane błędnie, przypisuje się większą wagę niż innym obserwacjom, które nie miały błędu w klasyfikacji. Algorytmy z *AdaBoost* są wykorzystywane w procedurach regresji i klasyfikacji. Błąd zauważony w poprzednich modelach jest korygowany za pomocą wag, aż do uzyskania predyktora o żądanej dokładności [261–264].



Rysunek 31. Schemat funkcjonowania modelu AB.

AdaBoost demonstruje ogólny aspekt, polegający na rozszerzaniu ekspresyjności predyktorów liniowych poprzez nakładanie ich na inne funkcje. *AdaBoost* wywodzi się z teoretycznego pytania, czy efektywne słabe uczenie się może być "wzmocnione" i w efekcie wpłynie na wystąpienie silnego uczenia się. Pytanie to zostało postawione przez Kearnsa i Valianta w 1988 roku [265] i rozwiązane w 1990 roku przez Roberta Schapire'a [247]. Jednak zaproponowany mechanizm nie był zbyt praktyczny. W 1995 roku Robert Schapire i Yoav Freund [245] zaproponowali algorytm *AdaBoost*, który był

pierwszą praktyczną implementacją metody boostingu. Ten prosty i elegancki algorytm zyskał ogromną popularność, a praca Freunda i Schapire'a została doceniona licznymi nagrodami. Choć boosting powstał jako problem czysto teoretyczny, doprowadził do powstania popularnych i szeroko stosowanych algorytmów [246, 266].

4.3. Hiperparametry – metody strojenia parametrów algorytmów

Większość technik uczenia maszynowego wymaga ustawienia jednego lub więcej parametrów przed rozpoczęciem procesu uczenia. Te parametry, znane jako hiperparametry, mają duże znaczenie dla budowy modelu i jego wydajności. Na przykład, w przypadku metody k - NN , należy ustawić hiperparametr k przed konstruowaniem modelu. W zależności od używanych narzędzi, takich jak pakiety przeznaczone dla środowiska programowania R lub biblioteki Python, dobór optymalnych wartości hiperparametrów odbywa się na podstawie zdefiniowanej funkcji celu [267, 268].

W uczeniu maszynowym, proces doboru hiperparametrów jest niezbędny dla osiągnięcia optymalnej wydajności modelu. Polega on na identyfikacji i ustawianiu odpowiednich wartości hiperparametrów przed budową modelu. Strojenie hiperparametrów może być również nazywane strojeniem parametrów [268, 269].

Podczas tworzenia modelu uczenia maszynowego, ważne jest odpowiednie zdefiniowanie architektury modelu. W tym celu można wykorzystać funkcje *preprocessingowe* algorytmów, które pomogą w eksploracji i rekomendacji optymalnych parametrów architektury. Parametry, które definiują architekturę modelu są określane jako hiperparametry i dlatego ten proces poszukiwania idealnej struktury modelu jest określany jako *strojenie hiperparametrów* [270].

Hiperparametry, które są wykorzystywane przez algorytmy uczenia maszynowego to między innymi takie, które pozwalają na określenie:

- cech wielomianowych w modelu liniowym;
- maksymalną głębokość dopuszczalną dla drzewa decyzyjnego;
- minimalna liczba próbek wymaganych w węźle liścia w drzewie decyzyjnym;
- ile drzew należy uwzględnić w lesie losowym;
- ile neuronów należy uwzględnić w warstwie sieci neuronowej;
- ile warstw należy uwzględnić w sieci neuronowej [268, 270, 271].

Hiperparametry nie są parametrami modelu i nie mogą być bezpośrednio trenowane z danych. Parametry modelu są uczone podczas procesu uczenia, gdy optymalizujemy funkcję straty. Podczas gdy parametry modelu określają, w jaki sposób przekształcić dane wejściowe w dane wyjściowe, hiperparametry określają, jaką rzeczywistą strukturę ma model.

Proces strojenia hiperparametrów obejmuje:

- Zdefiniowanie modelu;
- Określenie zakresu możliwych wartości dla wszystkich hiperparametrów;
- Zdefiniowanie metody próbkowania wartości hiperparametrów;
- Zdefiniowanie kryteriów oceny modelu;
- Określenie metody walidacji krzyżowej.

Ustalenie właściwych hiperparametrów poprzedzało ustalenie modelu końcowego powstałego z wykorzystaniem każdego z analizowanych algorytmów [272, 273].

Na rysunku 32 zaprezentowano hiperparametry zastosowane w modelowaniu.



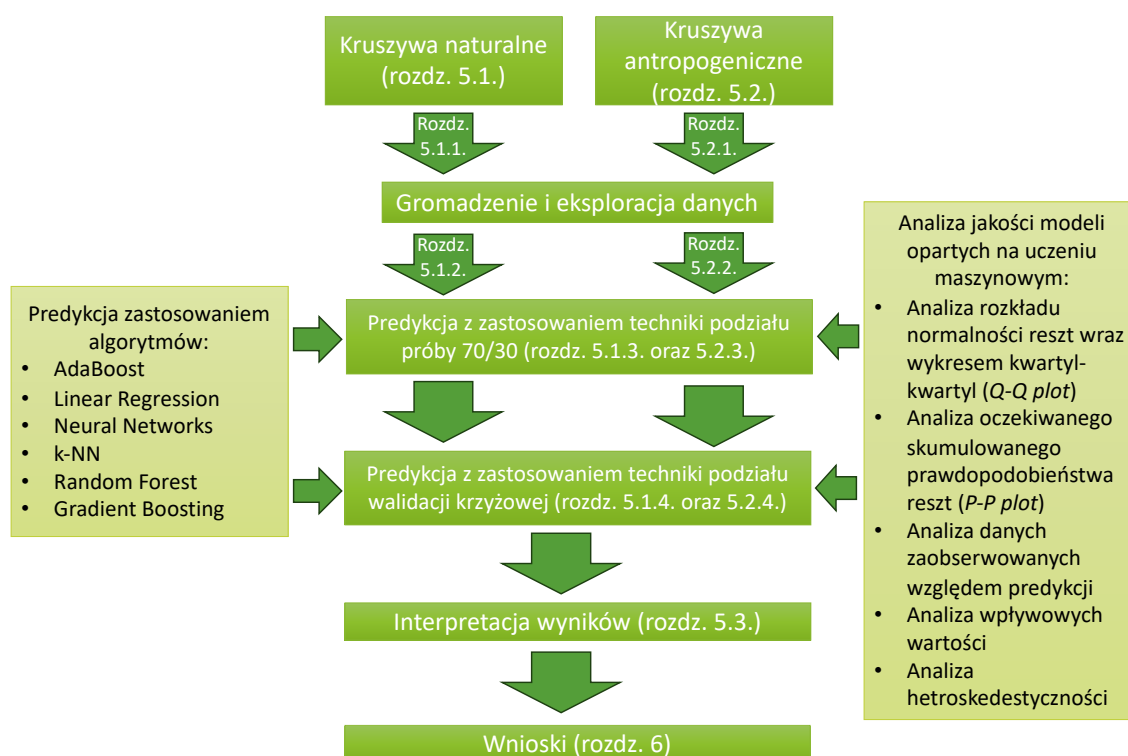
Rysunek 32 Zestawienie hiperparametrów w podziale na algorytmy zgodne z nomenklaturą pakietów środowiska języka programowania R.

5. Omówienie i dyskusja wyników

Część pracy poświęcona rezultatom badań została podzielona na dwie części:

- Część pierwsza dotyczy kruszyw naturalnych - rozdz. 5.1.,
- Część druga dotyczy kruszyw antropogenicznych (opisanych wcześniej w rozdz. 4.1.) – rozdz. 5.2..

Dla każdego rodzaju kruszywa (i) naturalnego (rozdz. 5.1.), oraz (ii) antropogenicznego (rozdział 5.2.) wykonano predykcję z zastosowaniem dwóch technik podziału próby (i) w podziale 70% próba ucząca i 30% próba testowa oraz (ii) z zastosowaniem techniki walidacji krzyżowej. Pozwoliło to na lepszą analizę, porównanie i ocenę modeli pod kątem ich zdolności do skutecznej i powtarzalnej predykcji współczynnika filtracji. Pod względem charakterystyki materiału wzięto pod uwagę to, aby materiały różniły się między sobą właściwościami fizycznymi przy jednocześnie zbliżonej charakterystyce uziarnienia jak dla gruntów niespoistych. W części pierwszej analizie poddano trzy grunty naturalne – o różnym uziarnieniu rozpoznane jako piaski drobne i średnie. W drugiej tę analizę wykonano dla gruntów antropogenicznych – żużla wielkopieczowego, żużla paleniskowego oraz dwóch destruktywów betonowych o różnym pochodzeniu.



Rysunek 33. Schemat przeprowadzonej analizy.

Szczegółowy schemat analizy procesu modelowania opartego na algorytmach uczenia maszynowego zaprezentowano na rysunku 33, zaznaczona na nim rozdziały pracy w których zostały opisane poszczególne etapy analizy. Dla każdego z kruszyw – naturalnych oraz antropogenicznych (i) opisano proces gromadzenia, eksploatacji i przygotowania danych do analizy (kruszywa naturalne: rozdz. 5.1.1. oraz 5.1.2.; kruszywa antropogeniczne: rozdz. 5.2.1. oraz 5.2.2.), (ii) proces predykcji współczynnika filtracji z zastosowaniem algorytmów w podziale próby 70/30 potwierdzony analizą jakości modeli (kruszywa naturalne: rozdz. 5.1.3.; kruszywa antropogeniczne: rozdz. 5.2.3.), (iii) proces predykcji współczynnika filtracji z zastosowaniem algorytmów w podziale próby techniką walidacji krzyżowej potwierdzony analizą jakości modeli (kruszywa naturalne: rozdz. 5.1.4.); kruszywa antropogeniczne: rozdz. 5.2.4.), (iv) interpretacje modeli z zastosowaniem m. in. techniki SHAP (kruszywa naturalne i antropogeniczne: rozdz. 5.3.), (v) otrzymane rezultaty podsumowano we wnioskach (rozd. 6.)

5.1. Predykcja współczynnika filtracji dla kruszyw naturalnych

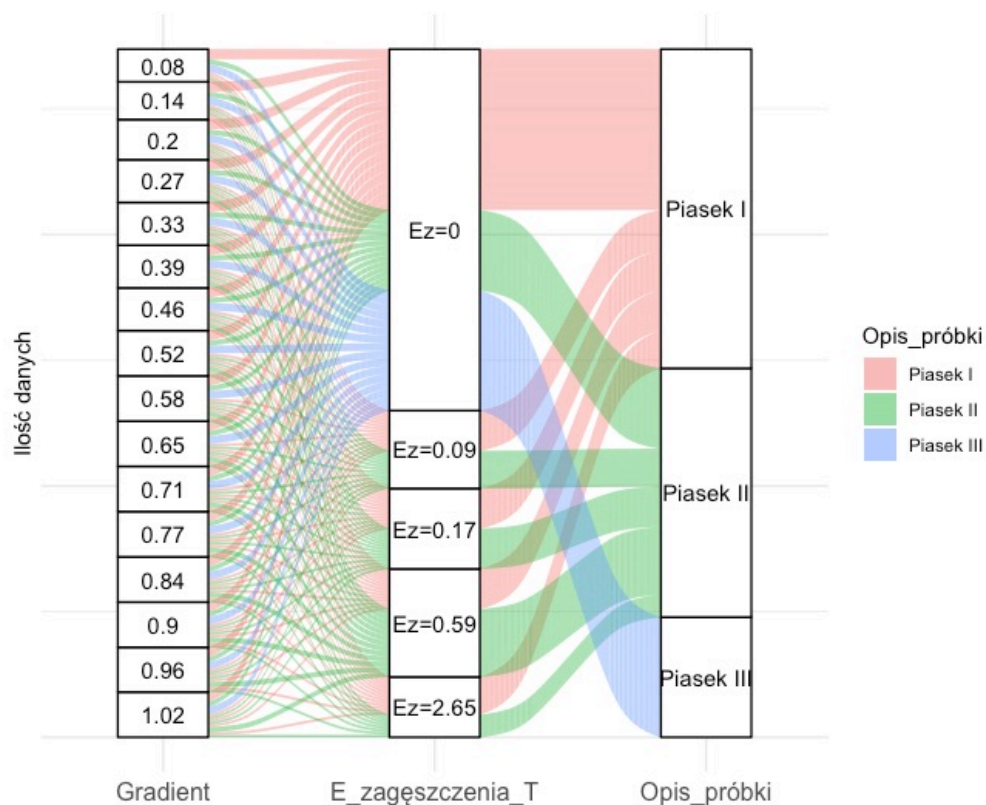
5.1.1. Gromadzenie danych

Algorytmy uczenia maszynowego mogą gromadzić, przechowywać i analizować dane oraz w oparciu o nie generować wyniki. Narzędzia te pozwalają ocenić strukturę, ważność i pogrupować dane. Uczenie maszynowe umożliwia zrozumienie złożoności danych poprzez ich grupowanie i uproszczenie. Dzięki uporządkowanym danym możliwa jest automatyzacja zadań i podejmowanie lepszych decyzji.

Dobrze przygotowane dane są podstawą dalszej analizy z wykorzystaniem uczenia maszynowego. Zgromadzone i przefiltrowane pod względem brakujących wartości dane są fundamentalnym elementem modelu uczenia maszynowego, a ten, analizując dane, generuje oczekiwany wynik. Weryfikacja danych pomaga w usunięciu ze zbiorów danych nieistotnych i nieaktualnych. Obecność danych nieistotnych w algorytmie będzie wpływać na wynik oraz na dokładność i skuteczność modelu. Dlatego ich usunięcie ma zasadnicze znaczenie dla zwiększenia wydajności wyniku. Proces czyszczenia danych obejmuje:

- identyfikację błędów w bazie danych – zweryfikowano luki w danych, zidentyfikowano ewentualne błędy mogące wystąpić w procesie tworzenia bazy danych,
- standaryzację procesu identyfikacji – określono kryteria gromadzenia i sprawdzania poprawności wprowadzonych danych,
- sprawdzenie dokładności danych zebranych w bazie danych w oparciu o wcześniejsze założenia to jest, sprawdzenie danych i eliminacja luk (usunięcie tak zwanych „braków danych” (NA, NaN, missing value)), upewniono się co do poprawności charakteru analizowanych danych (dane tekstowe, numeryczne),
- eliminacja ewentualnych duplikatów danych,
- ocena danych - po zidentyfikowaniu, ujednoczeniu i usunięciu niechcianych i zduplikowanych danych dodanie ich do bazy danych ze zgromadzonymi wynikami do dalszej analizy z wykorzystaniem uczenia maszynowego.

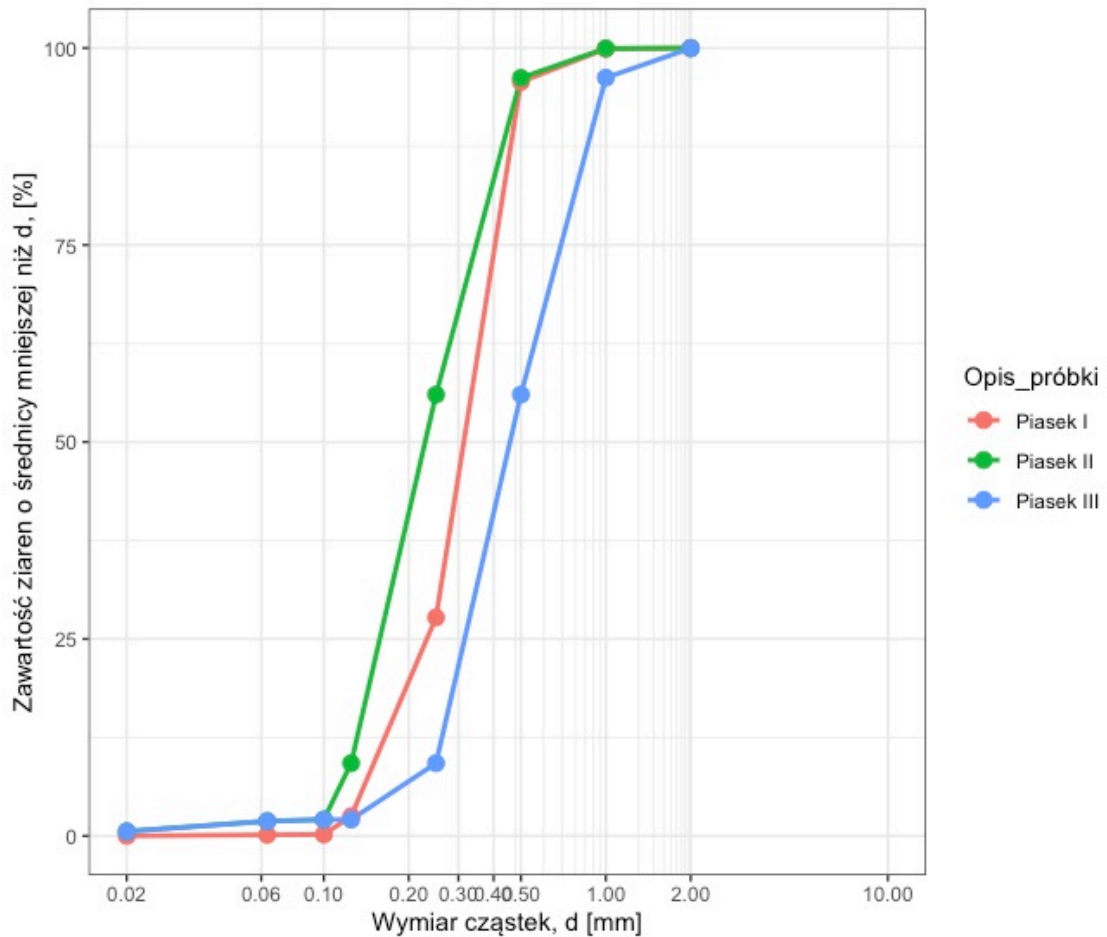
Struktura zgromadzonych danych została zawarta na rysunku 34. Obejmuje liczbę badanych kruszyw naturalnych, przyjęte gradienty hydrauliczne, energie zagęszczania przy jakich zbierane były dane dotyczące przepływu. Wszystkie dane zbierane były w identycznych warunkach. Ewentualne braki w rekordach danych zostały usunięte, jeśli nie było możliwe ich uzupełnienie.



Rysunek 34. Struktura zgromadzonych danych.

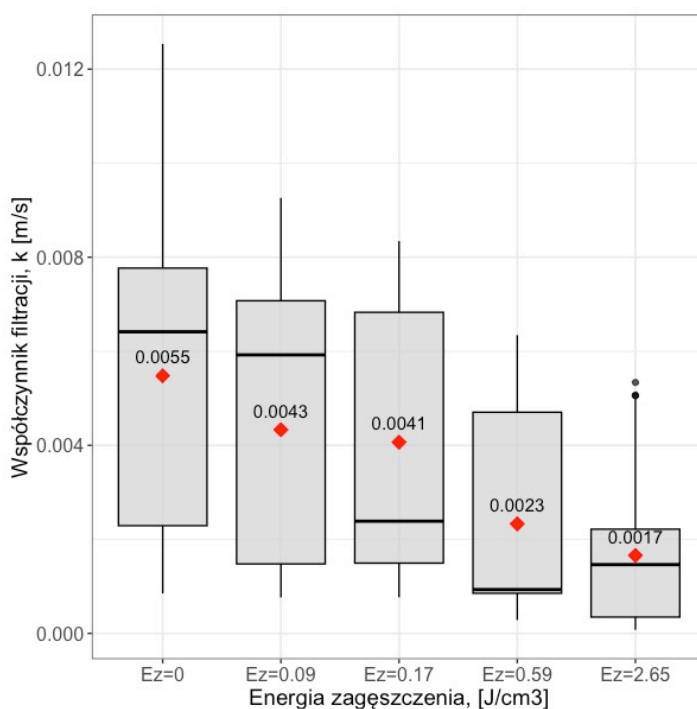
5.1.2. Eksploatacja i przygotowanie danych

W podrozdziale przeanalizowano zebrane dane pod kątem wybranych najważniejszych parametrów właściwości fizycznych. Parametry zostały wybrane na podstawie dotychczasowego przeglądu literatury zaprezentowanego we wcześniejszych rozdziałach. Ich wybór został podyktowany aktualnym stanem wiedzy o parametrach istotnych przy wyznaczaniu współczynnika filtracji dla gruntów niespoistych.



Rysunek 35. Krzywe uziarnienia badanych piasków.

Krzywe uziarnienia badanych piasków zaprezentowano na rysunku 35, na ich podstawie przyjęto dane dotyczące wymiarów cząstek i jednorodności uziarnienia. Struktura danych dotyczący współczynnika filtracji została zaprezentowana wraz z charakterystyką statystyczną zbioru danych na rysunku 36. Na rysunku zaprezentowano szereg analiz statystycznych pozwalających na analizę struktury zgromadzonych danych uwzględniając grupowanie po energii zagęszczania przy jakiej wykonywane było badanie przepływu. Na osi OX opisano liczbę obserwacji w ramach poszczególnych energii zagęszczenia.



Rysunek 36 Charakterystyka statystyczna współczynnika filtracji względem energii zagęszczenia.

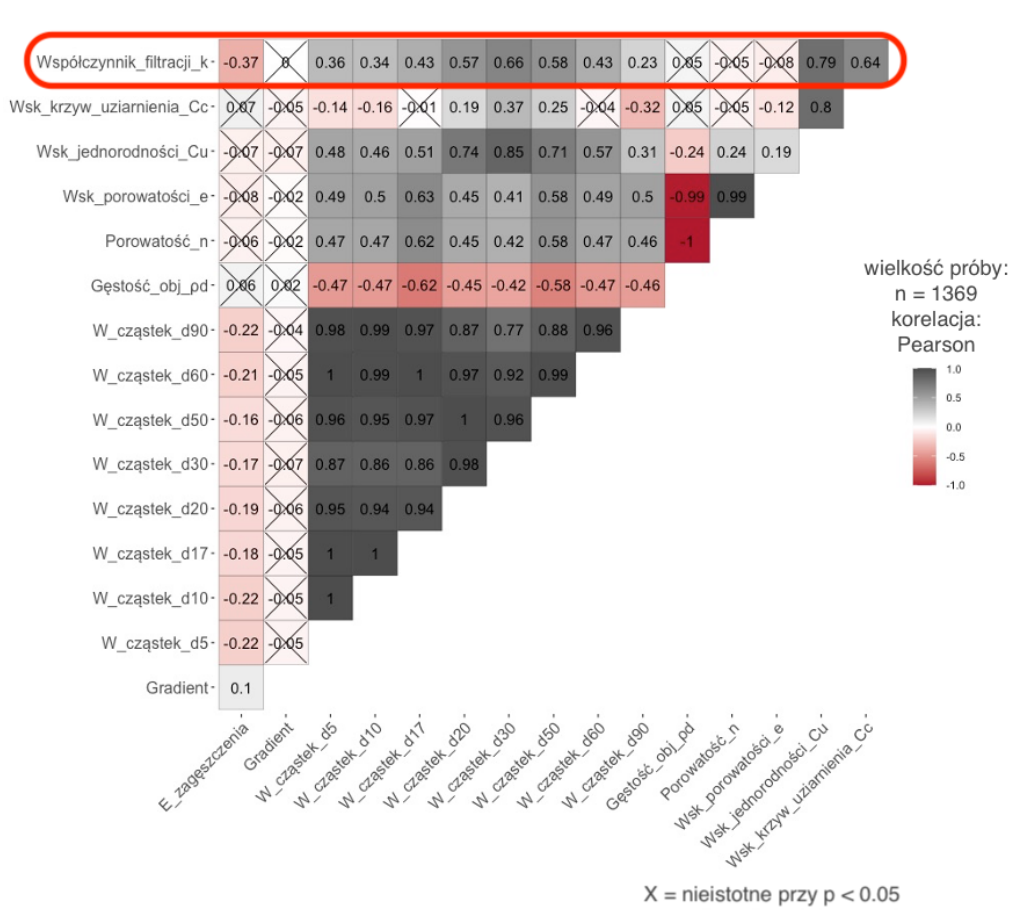
Wykres dobrze odzwierciedla zmiany zachodzące w wartościach współczynnika filtracji pod wpływem zmieniającej się energii zagęszczenia. Limity zastosowanych do modelowania parametrów znajdują się w tabeli 10.

Tabela 10 Limity zastosowanych do modelowania parametrów.

Kruszywa naturalne	Min.	Max.
Energia zagęszczenia, [J/cm ³]	0.00	2.65
Gradient hydrauliczny, [-]	0.08	1.02
Wielkość cząstek (d_5), [mm]	0.01	2.60
Wielkość cząstek (d_{10}), [mm]	0.02	3.00
Wielkość cząstek (d_{17}), [mm]	0.04	7.80
Wielkość cząstek (d_{20}), [mm]	0.05	8.70
Wielkość cząstek (d_{30}), [mm]	0.03	10.00
Wielkość cząstek (d_{50}), [mm]	0.09	12.00
Wielkość cząstek (d_{60}), [mm]	0.15	14.00
Wielkość cząstek (d_{90}), [mm]	0.70	30.00
Gęstość właściwa (ρ_s), [g/cm ³]	2.01	2.59

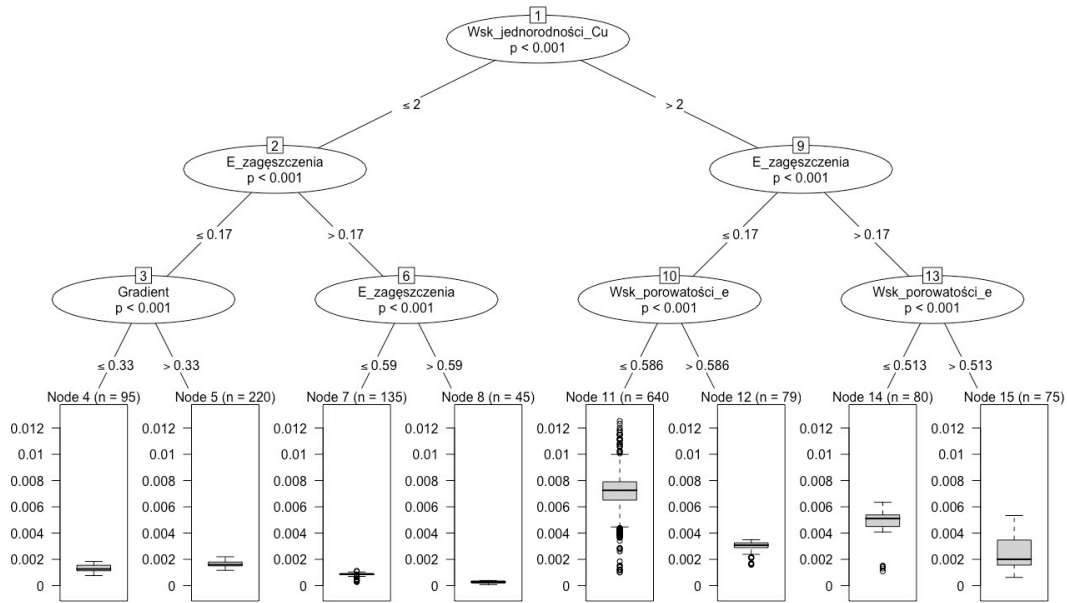
Gęstość objętościowa (ρ_d), [g/cm ³]	0.80	1.81
Porowatość (n), [-]	0.28	0.66
Wskaźnik porowatości (e), [-]	0.40	1.93
Wskaźnik jednorodności (C_u), [-]	3.41	34.29
Wskaźnik krzywizny uziarnienia (C_c), [-]	0.07	7.85
Współczynnik filtracji (k), [m/s]	0.00015	0.06658

Wszystkie zebrane parametry zostały przeanalizowane pod kątem korelacji. Mapę korelacyjną wykonano z wykorzystaniem funkcji – Heatmap i zaprezentowano na rysunku 37. Najwyższe współczynniki korelacji względem współczynnika filtracji uzyskano dla wskaźnika krzywizny uziarnienia, wielkości cząstek – d_{30} , d_{20} , d_5 , d_{60} oraz energii zagęszczenia.



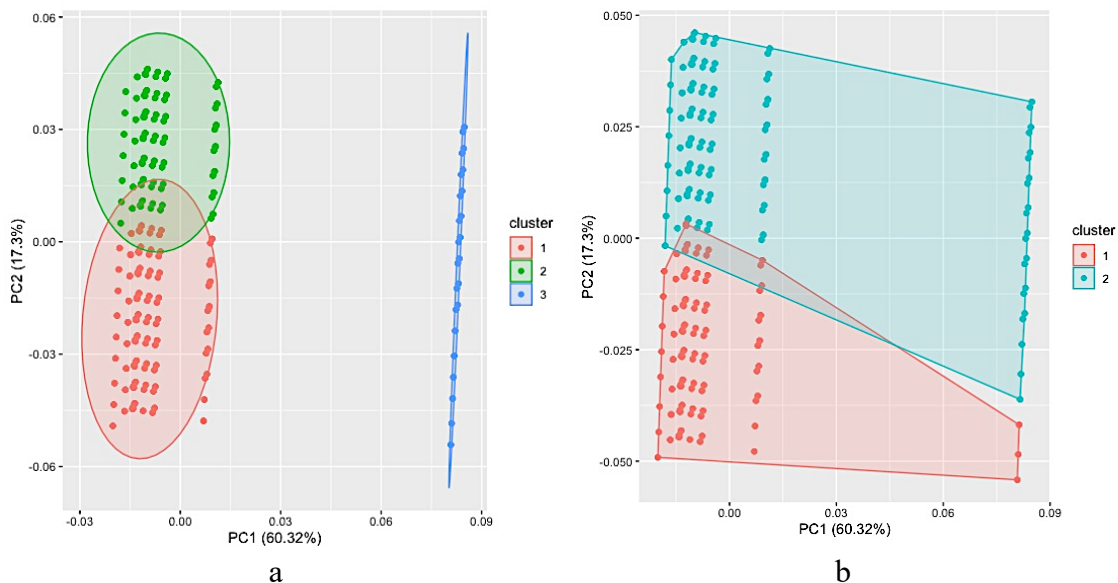
Rysunek 37. Heatmap korelacji właściwości materiału ze współczynnikiem filtracji.

Wzajemne zależności pomiędzy parametrami mającymi istotny wpływ na kształtowanie się współczynnika filtracji zwizualizowano z wykorzystaniem metody drzewa decyzyjnego (rysunek 38).



Rysunek 38. Drzewo decyzyjne zależności parametrów.

Z punktu widzenia algorytmu k -NN na tym etapie wyznaczono także ilości k jakie będą brane pod uwagę przy modelowaniu z użyciem tego algorytmu. Wartość K wyznaczono z użyciem metody klastrowej zaprezentowanej na rysunku 39. Biorąc pod uwagę rozkład klastrowy wyznaczono dwa główne K i jeden dotyczący zmiennej nieistotnej z punktu widzenia korelacji – gradient hydrauliczny. Oba modele w oparciu o interpretację graficzną (rysunek 39) reprezentują ten sam poziom wyjaśnienia dlatego do dalszych obliczeń zdecydowano się przyjąć wartość $K = 3$ z uwagi na to, że przyjęcie nieparzystego K pomoże wyeliminować ewentualność uzyskania nieważnego wyniku (szerzej tę kwestię opisano w rozdziale 4.2.2.4.)



Rysunek 39. Wyznaczanie istotnych K dla algorytmu k -NN – ujęcie graficzne.

5.1.3. Tworzenie i ocena modeli dla próby w podziale 70/30

Wcześniej zgromadzone i przeanalizowane pod względem struktury dane zostały poddane modelowaniu z wykorzystaniem wybranych algorytmów uczenia maszynowego - *AdaBoost*, *Random Forest*, *Gradient Boosting*, *k-NN*, *Neural Network* oraz *Linear Regression*. Wszelkie analizy predykcyjne zostały wykonane z użyciem języka programowania Python, R Studio oraz Orange. Parametry algorytmów zostały zoptymalizowane pod kątem uzyskania jak najwyższych wartości współczynnika determinacji względem danych pochodzących z badań i w oparciu o wymagane hiperparametry. Wyniki estymacji współczynnika filtracji dla modelu uczącego (70% danych – 959 obserwacji) i testowego (30% danych – 411 obserwacji) w odniesieniu dla poszczególnych algorytmów zaprezentowano w tabeli 11.

Tabela zawiera informacje o wartości współczynnika determinacji obliczonego dla wykorzystanych modeli oraz zawiera informacje na temat błędów szacowania.

Sposób obliczenia błędów szacowania - weryfikacji zbieżność modeli z danymi empirycznymi podano niżej:

- Błąd średniokwadratowy (ang. *Mean Square Error*) (MSE) (wzór 11) - reprezentuje średnią kwadratową różnicę między oryginalnymi i przewidywanymi wartościami w zbiorze danych. Mierzy wariancję reszt.

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y})^2, \quad (11)$$

- Pierwiastkowy błąd średniokwadratowy (ang. *Root Mean Square Error*) (RMSE) (wzór 12) – to pierwiastek kwadratowy z błędu średniokwadratowego. Mierzy on odchylenie standardowe reszt.

$$RMSE = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y})^2}, \quad (12)$$

- Średni błąd bezwzględny (ang. *Mean Absolute Error*) (MAE) (wzór 13) - reprezentuje średnią bezwzględną różnicę między rzeczywistymi i przewidywanymi wartościami w zbiorze danych. Mierzy on średnią reszt w zbiorze danych. Gdzie: \hat{y} to szacowana wartość y , zaś \bar{y} to średnia wartość y .

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - \hat{y}|, \quad (13)$$

- Współczynnik determinacji (ang. *Coefficient of Determination*) (R^2) (wzór 14) przedstawia tę część wariancji zmiennej zależnej, która jest wyjaśniona przez model regresji liniowej. Jest to wynik bezskalowy, przyjmuje wartości od 0 do 1, gdzie 1 oznacza idealne dopasowanie modelu do danych, a 0 oznacza brak dopasowania.


$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}, \quad (14)$$

Zdecydowano się na taki dobór zestawu parametrów oceny błędów modeli, aby zastosowane wskaźniki oceny pozwalały na zrozumienie jak dobrze model radzi sobie z przewidywaniem na podstawie dostępnych obserwacji współczynnika filtracji:

- Wartość współczynnika determinacji wyjaśnia, jaki odsetek zmienności w danych jest wyjaśniony przez model. Wyższa wartość R^2 wskazuje na lepszą jakość modelu.
- MAE mierzy wielkość błędu w tej samej jednostce co dane wejściowe jest podobny do RMSE. Różnica polega na tym, że wartości błędów RMSE są podniesione do kwadratu przed ich średnią. Następnie oblicza się pierwiastek z tej średniej kwadratowej. RMSE jest często stosowany, gdy istotna jest większa waga dla większych błędów. RMSE również ma jednostkę danych wejściowych.
- MSE stosuje się, gdy istotny jest średni błąd predykcji, a zidentyfikowanie większych błędów ma znaczenie.

Tabela 11. Wyniki estymacji dla zestawów danych uczącego i testowych.

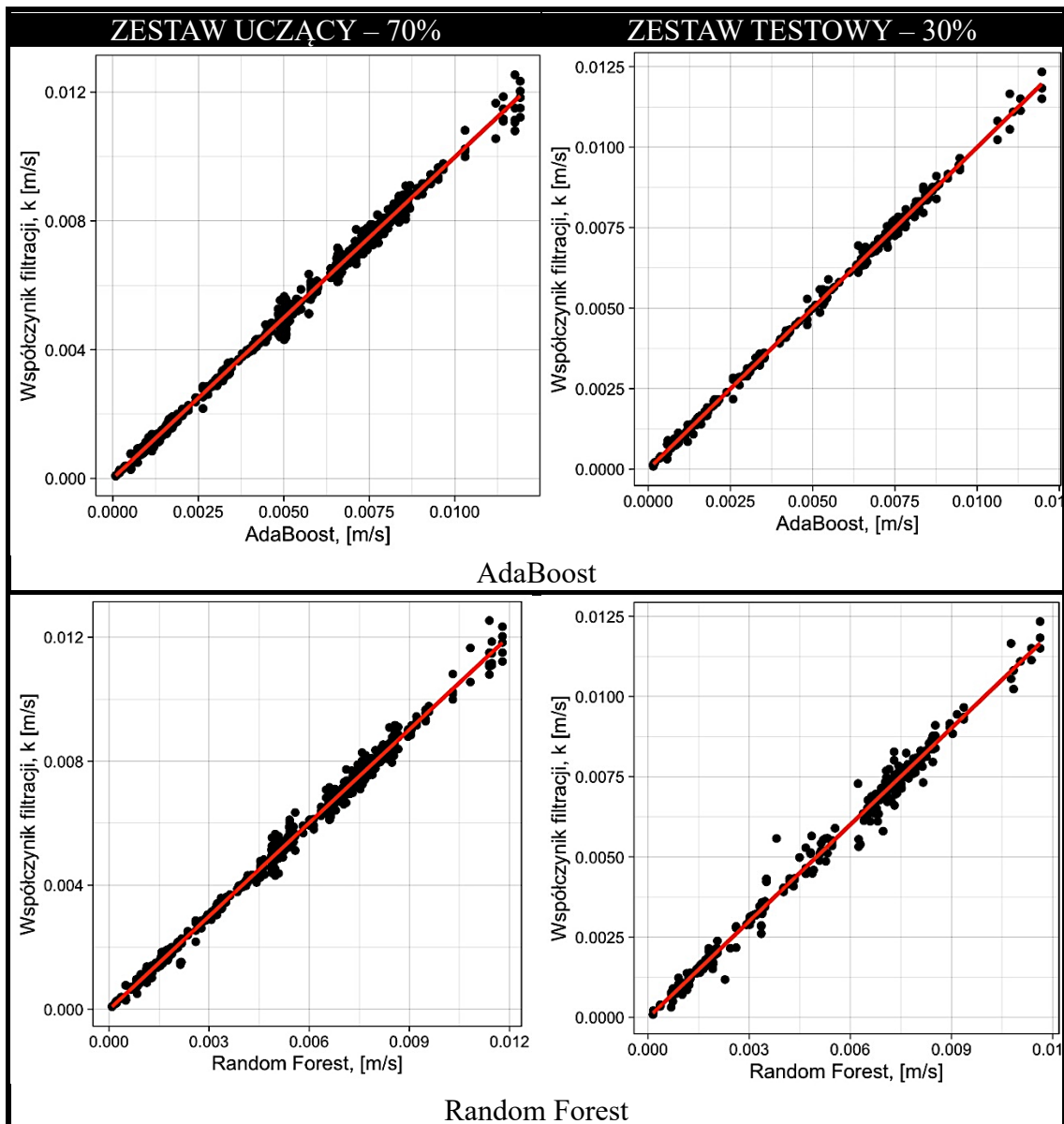
Zestaw uczący (70%)				
Algorytm	MSE	RMSE	MAE	R^2
AdaBoost	2.70×10^{-8}	1.64×10^{-4}	1.05×10^{-4}	0.997
Random Forest	4.38×10^{-8}	2.09×10^{-4}	1.19×10^{-4}	0.995
k-NN	9.42×10^{-8}	3.07×10^{-4}	1.80×10^{-4}	0.990
Gradient Boosting	1.78×10^{-7}	4.22×10^{-4}	2.98×10^{-4}	0.980
Linear Regression	1.33×10^{-6}	1.15×10^{-3}	7.90×10^{-4}	0.854
Neural Network	1.90×10^{-6}	1.38×10^{-3}	1.03×10^{-3}	0.791

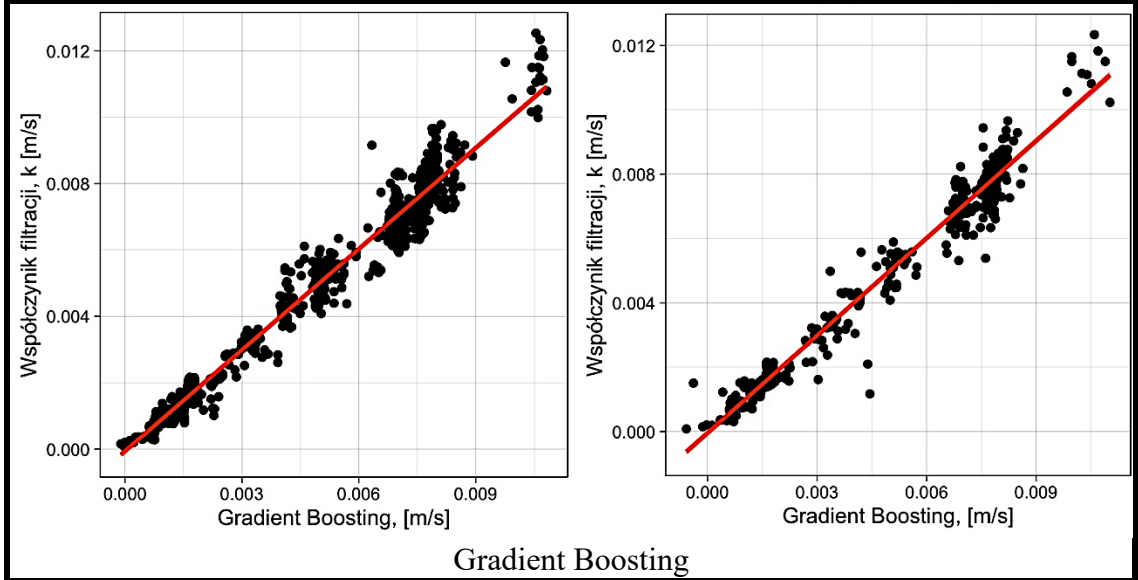
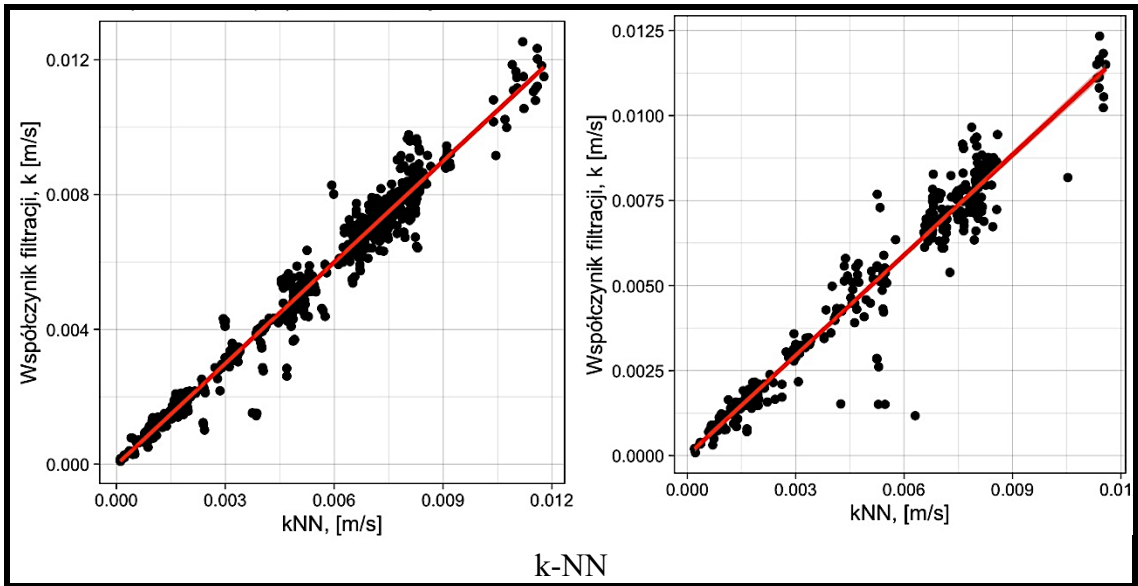


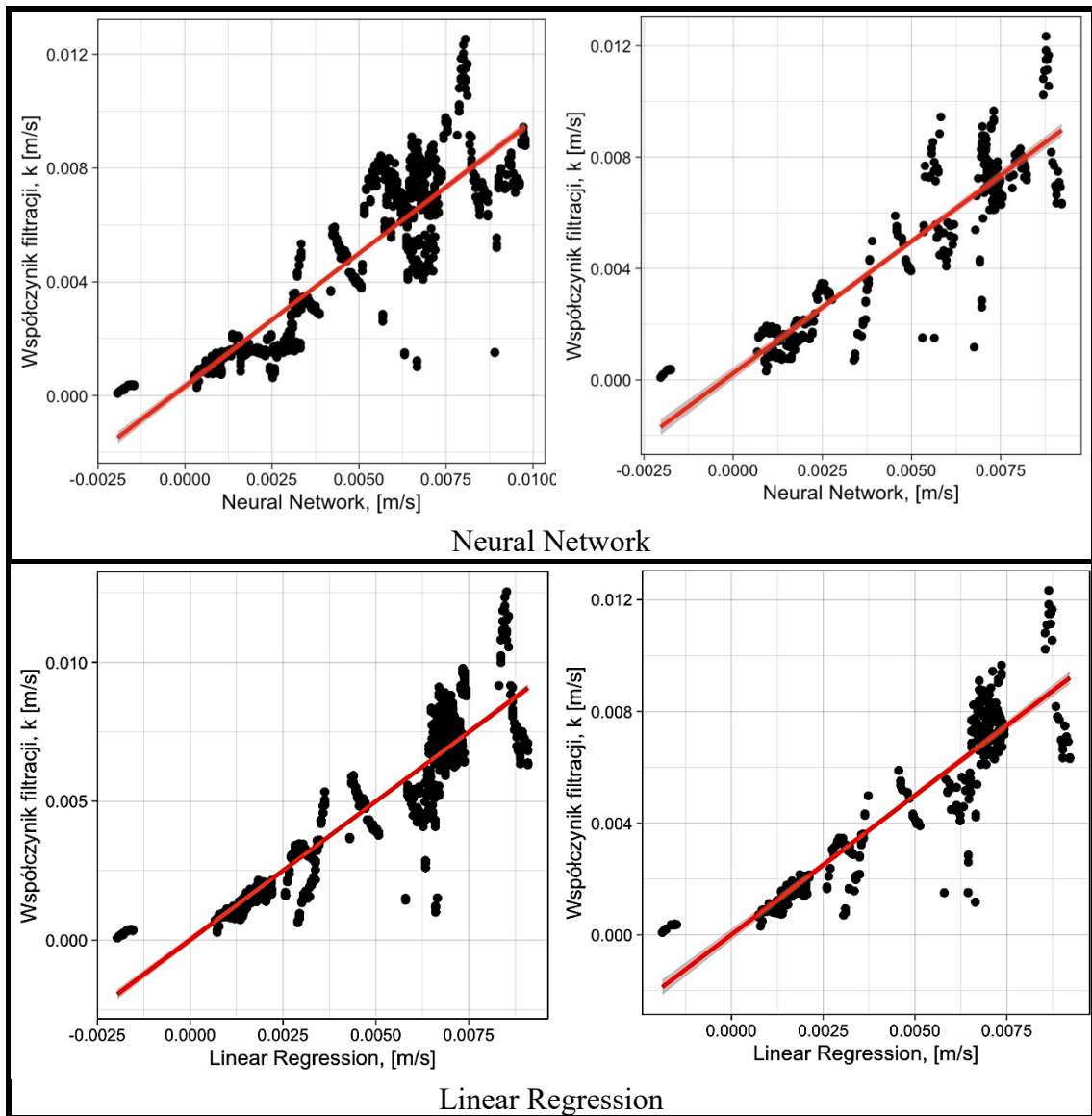
Zestaw testowy (30%)				
Algorytm	MSE	RMSE	MAE	R^2
AdaBoost	1.69×10^{-8}	1.30×10^{-4}	7.80×10^{-5}	0.998
Random Forest	6.06×10^{-8}	2.46×10^{-4}	1.52×10^{-4}	0.994
Gradient Boosting	1.52×10^{-7}	3.90×10^{-4}	2.72×10^{-4}	0.984
k-NN	1.92×10^{-7}	4.38×10^{-4}	2.46×10^{-4}	0.979
Linear Regression	1.37×10^{-6}	1.17×10^{-3}	7.95×10^{-4}	0.853
Neural Network	1.56×10^{-6}	1.25×10^{-3}	8.94×10^{-4}	0.832

Niskie wartości błędów MAE, MSE i RMSE i wysokie wartości R^2 oznaczają większą dokładność modelu regresji. R^2 jest używana do wyjaśnienia, jak dobrze niezależne zmienne w modelu regresji liniowej wyjaśniają zmienność w zmiennej zależnej.

Najlepsze wyniki predykcyjne (tabela 11) uzyskał algorytm *AdaBoost* przy R^2 dla próby uczącej 0.9970 i R^2 dla próby testowej 0.9969. Drugi w kolejności algorytm (zarówno dla próby uczącej jak i testowej) to *Random Forest*. W przypadku algorytmów *k-NN* oraz *Gradient Boosting* otrzymano nieco gorsze wyniki dopasowania modelu, jednak dalej bardzo dobre w porównaniu z algorytmami *Linear Regression* oraz *Neural Network*, których wartości zarówno błędów jak i sprzężonych z nimi R^2 znacząco odstają od wcześniej opisanych czterech algorytmów. Na rysunku 40 zaprezentowano wyniki predykcji dla każdego z algorytmów. Wyniki predykcji zestawiono z obserwacjami pochodzącymi z badań zarówno dla zestawów uczących jak i testowych danych.







Rysunek 40. Porównanie wyników modelowania z obserwacjami.

Rysunek 40 obrazuje efekt predykcji w porównaniu z wartościami obserwowanymi dla modeli zastosowanych w pracy, dla których obliczono wartości błędów szacowania przedstawionych w tabeli 11 wyniki predykcji. Najlepsze dopasowanie uzyskano dla algorytmu *AdaBoost*, gdzie dane pochodzące z obserwacji oraz predykcji układają się blisko linii regresji. Wyniki algorytmów, które uzyskały najniższe R^2 prezentują także gorszą korelację na rysunku 40 a wyniki predykcji względem obserwacji znacząco odbiegają od linii regresji. Świadczy to o gorszej możliwości predykcyjnej modelu.

W dalszej części pochyłono się nad bardziej szczegółową analizą w celu zbadania przyczyn i zależności związanych z otrzymanymi wynikami predykcji. Ważnym elementem tej części pracy jest weryfikacja poprawności funkcjonowania

poszczególnych modeli w celu potwierdzenia użyteczności poszczególnych algorytmów do rozwiązania zadania predykcyjnego. Rozważono następujące funkcje analizy jakości przeprowadzenia predykcji:

- Ocena dopasowania modelu pomagająca stwierdzić, czy reszty mają rozkład zbliżony do rozkładu normalnego. Jeśli reszty są bliskie rozkładu normalnego, oznacza to, że model dobrze dopasowuje się do danych.
- Sprawdzanie założeń modelu powstałego z zastosowaniem algorytmów uczenia maszynowego jest ważne, ponieważ modele statystyczne często zakładają normalność reszt. Jeśli reszty mają inny rozkład, może to wskazywać na potrzebę uwzględnienia innych czynników lub dostosowania modelu.
- Ocena jakości predykcji pozwala porównać rzeczywiste wartości z wartościami przewidywanymi przez model. Może to obejmować metryki oceny, takie jak błąd średniokwadratowy (MSE) lub współczynnik determinacji (R^2). Takie analizy pomagają ocenić, jak dobrze model przewiduje rzeczywiste wartości i czy istnieją duże rozbieżności między predykcją a wartościami obserwowanymi.
- Identyfikacja wpływowych wartości pozwala zidentyfikować obserwacje, które mają duży wpływ na model. Identyfikacja wartości odstających lub obserwacji, które znacząco wpływają na wyniki modelu jest istotna, ponieważ takie przypadki mogą wpływać na jakość predykcji.
- Wykrywanie autokorelacji, która może prowadzić do niedokładnych prognoz i niepewności dotyczącej estymacji parametrów modelu.

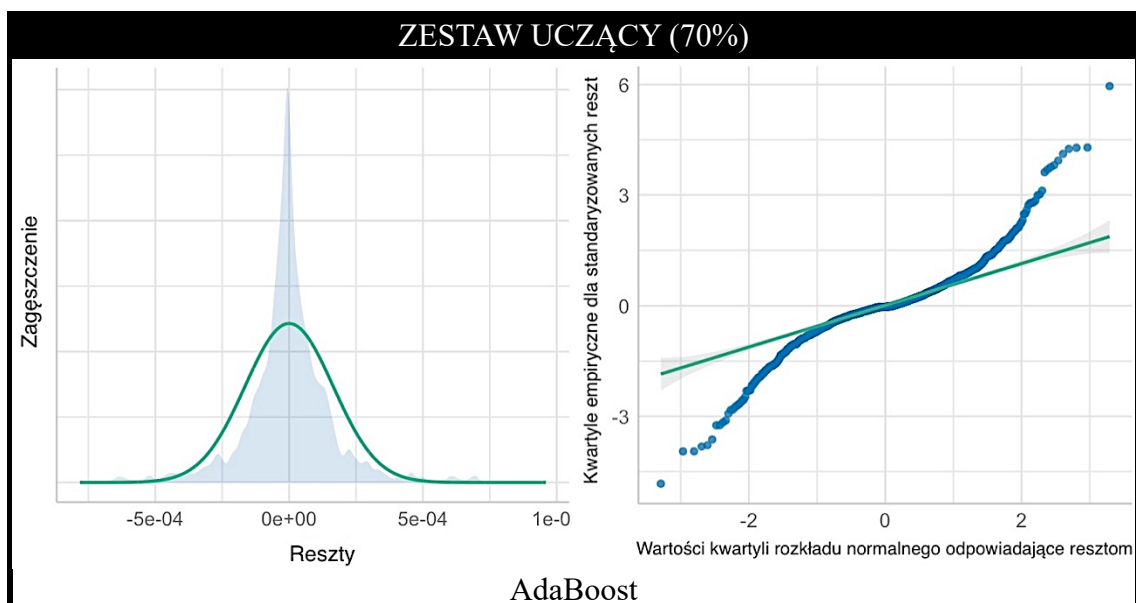
Na podstawie powyższych założeń zdecydowano się na przeprowadzenie szeregu testów i analiz diagnostycznych służących do weryfikacji poprawności i jakości modeli, wspomagających wnioskowanie, co do zaimplementowanych algorytmów:

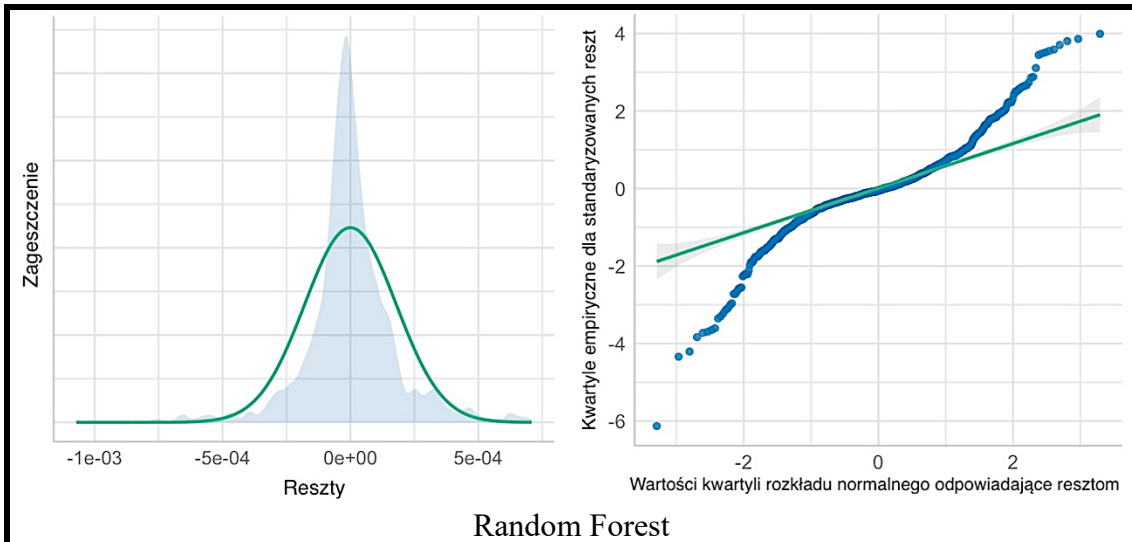
- Analiza rozkładu normalności reszt wraz wykresem kwartył-kwartył (*Q-Q plot*) - Ta analiza pozwala ocenić, czy reszty (czyli różnice między rzeczywistymi wartościami a wartościami przewidywanymi przez model) mają rozkład zbliżony do rozkładu normalnego. Jeśli rozkład reszt jest daleki od normalnego, może to wskazywać na niedoskonałości modelu.
- Analiza oczekiwanego skumulowanego prawdopodobieństwa reszt (*P-P plot*) - Ta analiza porównuje empiryczne skumulowane prawdopodobieństwo reszt z teoretycznym rozkładem normalnym. Pozwala to ocenić, czy reszty mają rozkład zbliżony do rozkładu normalnego.

- Analiza danych zaobserwowanych względem predykcji - Ta analiza polega na porównaniu rzeczywistych wartości z wartościami przewidywanymi przez model.
- Analiza wpływowych wartości - Ta analiza polega na identyfikacji obserwacji, które mają duży wpływ na model. Może to obejmować identyfikację wartości odstających (ang. *outliers*) lub obserwacji, które znacząco wpływają na wyniki modelu. Analiza ta pomaga zidentyfikować nietypowe zachowanie modelu i możliwe problemy z danymi.
- Analiza hetroskedestyczności - Ta analiza polega na sprawdzeniu, czy wariancja reszt jest stała wzdłuż wartości przewidywanych przez model. W kontekście analizy statystycznej heteroskedastyczność występuje, gdy wariancja błędów nie jest stała dla różnych wartości zmiennych niezależnych. Oznacza to, że rozrzut reszt może różnić się w zależności od poziomu wartości predyktorów.

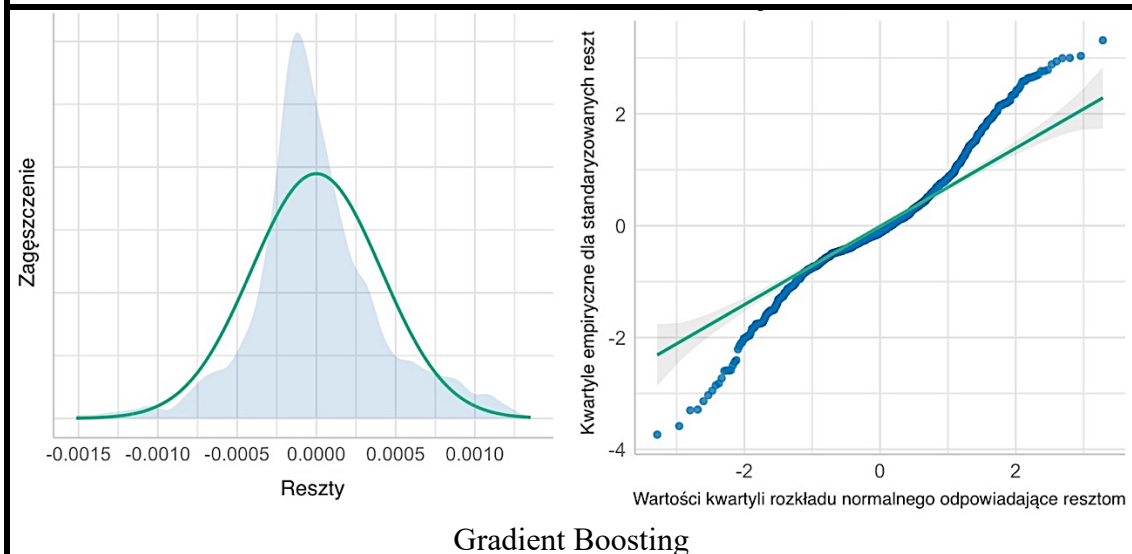
Analiza rozkładu normalności reszt wraz wykresem kwartył-kwartył (Q-Q plot)

Najpierw poddano analizie, własności składnika losowego. W tym przypadku zajęto się zweryfikowaniem hipotezy o rozkładu reszt. W celu zbadania charakteru rozkładu reszt dla poszczególnych modeli dane dotyczące rozkładu zagęszczenia z wykresem Q-Q dla rozkładu normalnego. Wykresy ilustrujące rozkład reszt dla poszczególnych analiz przeprowadzono dla wszystkich algorytmów, na rysunku 41 zaprezentowano wyniki dla zestawu uczącego, a na 42 dla zestawu testowego danych. W statystyce reszty to nic innego jak różnica między wartością obserwowaną a wartością średnią, którą dany model przewiduje dla tej obserwacji. Wartości reszt są niezwykle przydatne w analizie regresji, ponieważ wskazują, w jakim stopniu dany model uwzględnia zmienność danych.

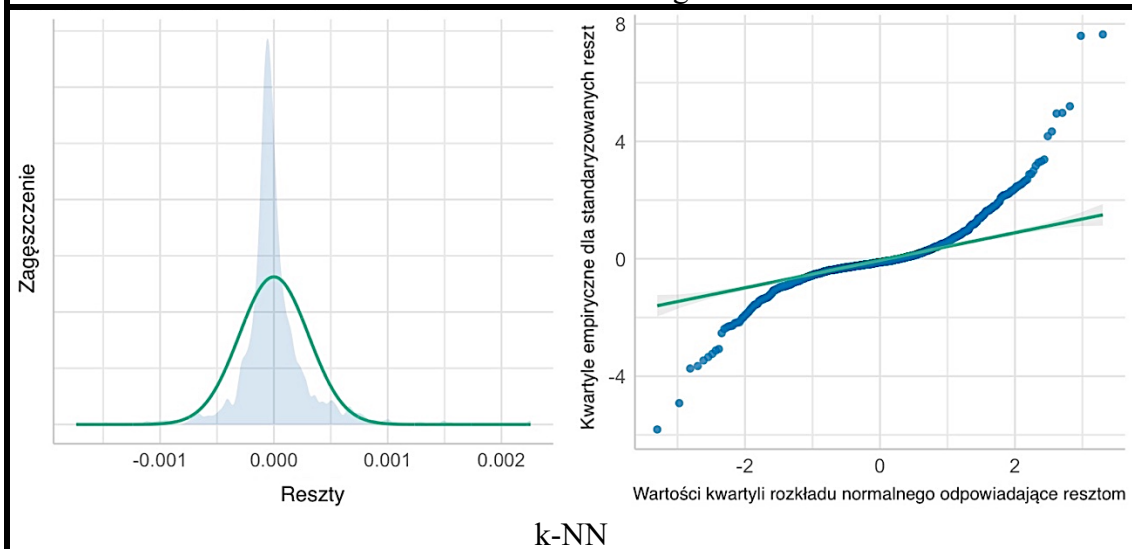




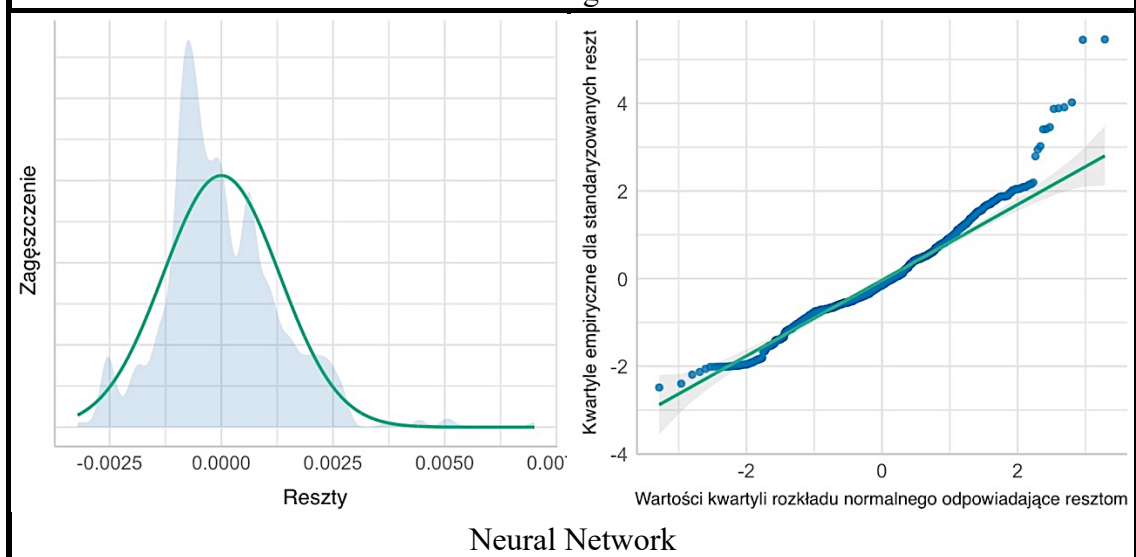
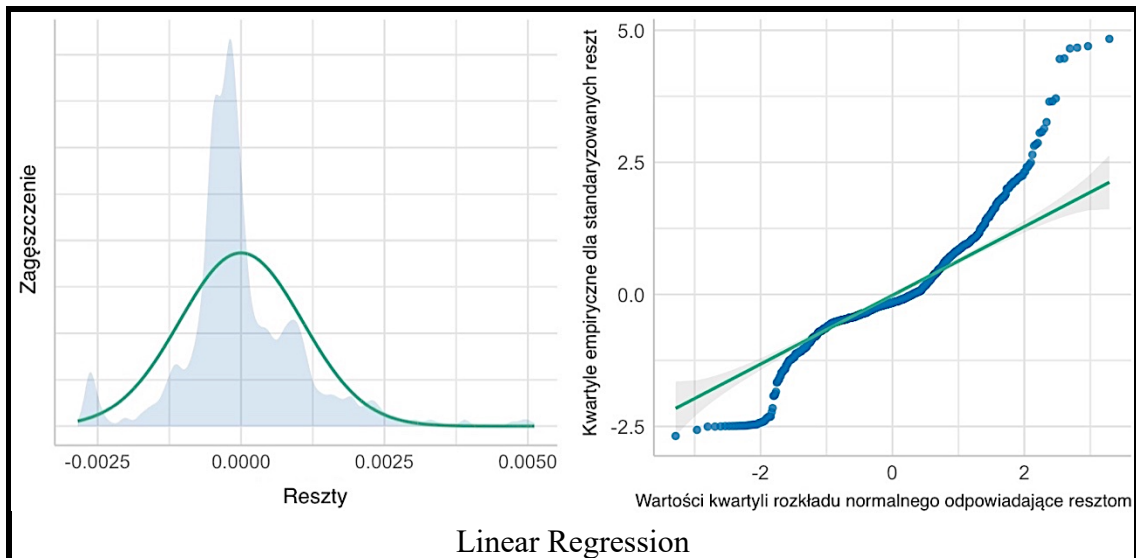
Random Forest



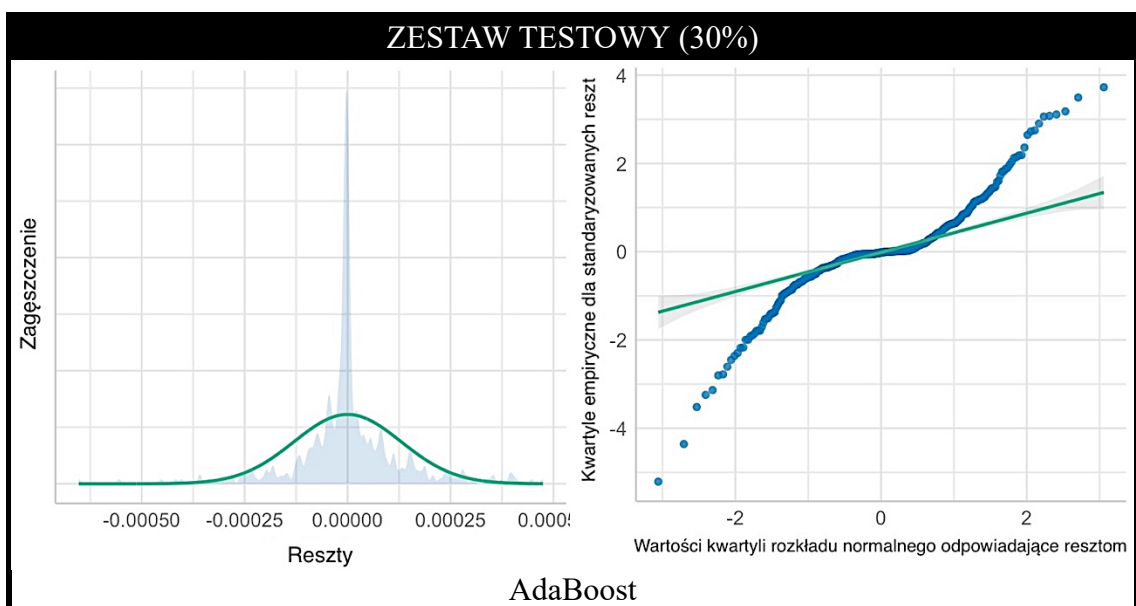
Gradient Boosting

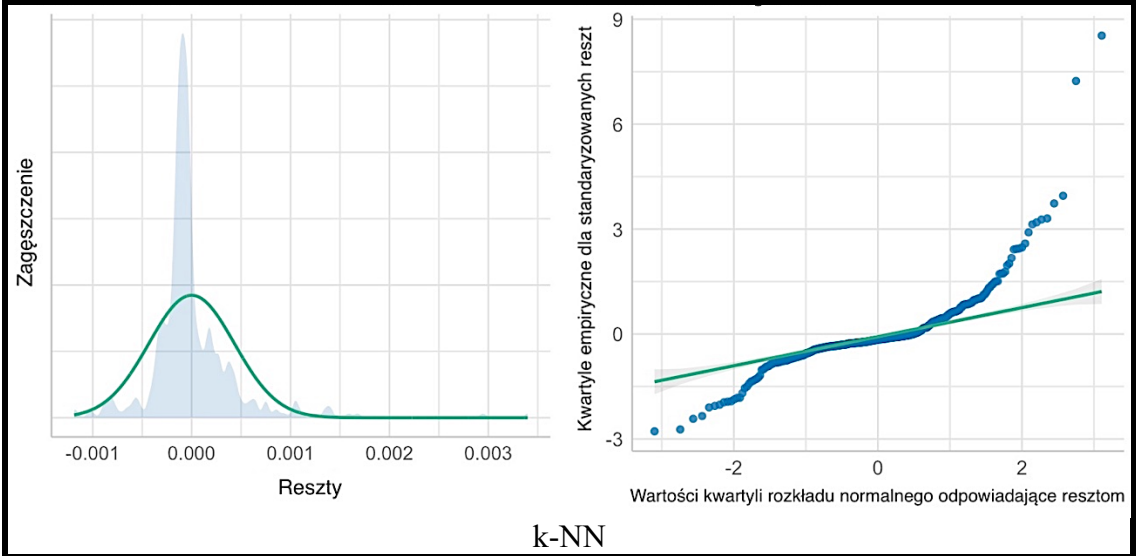
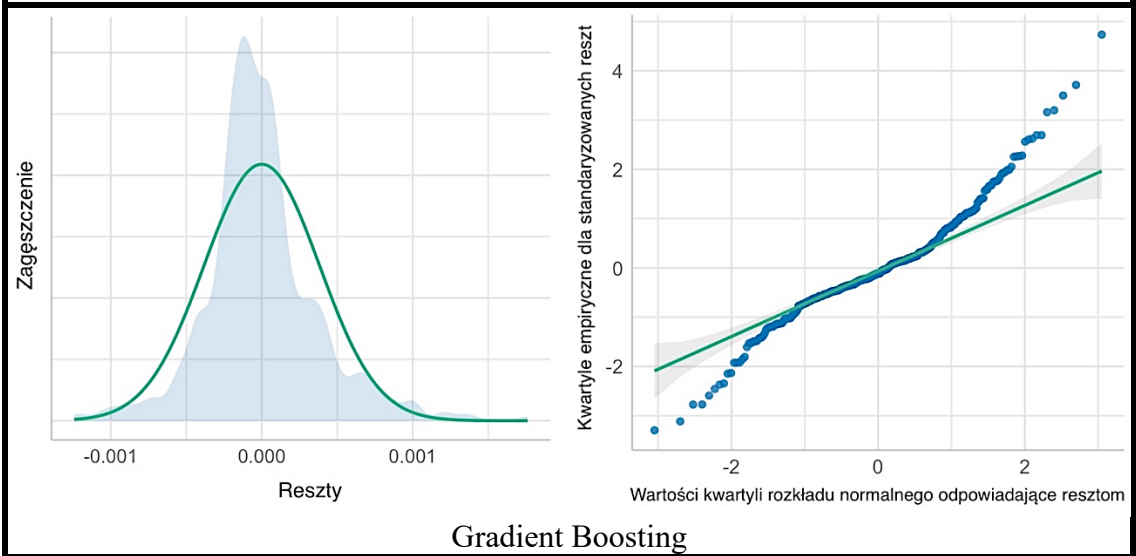
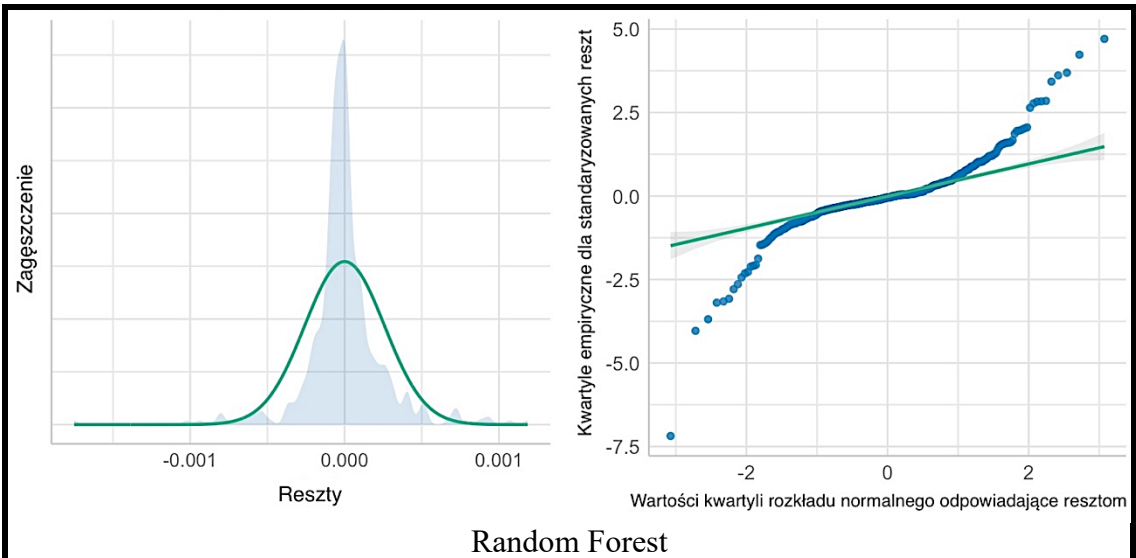


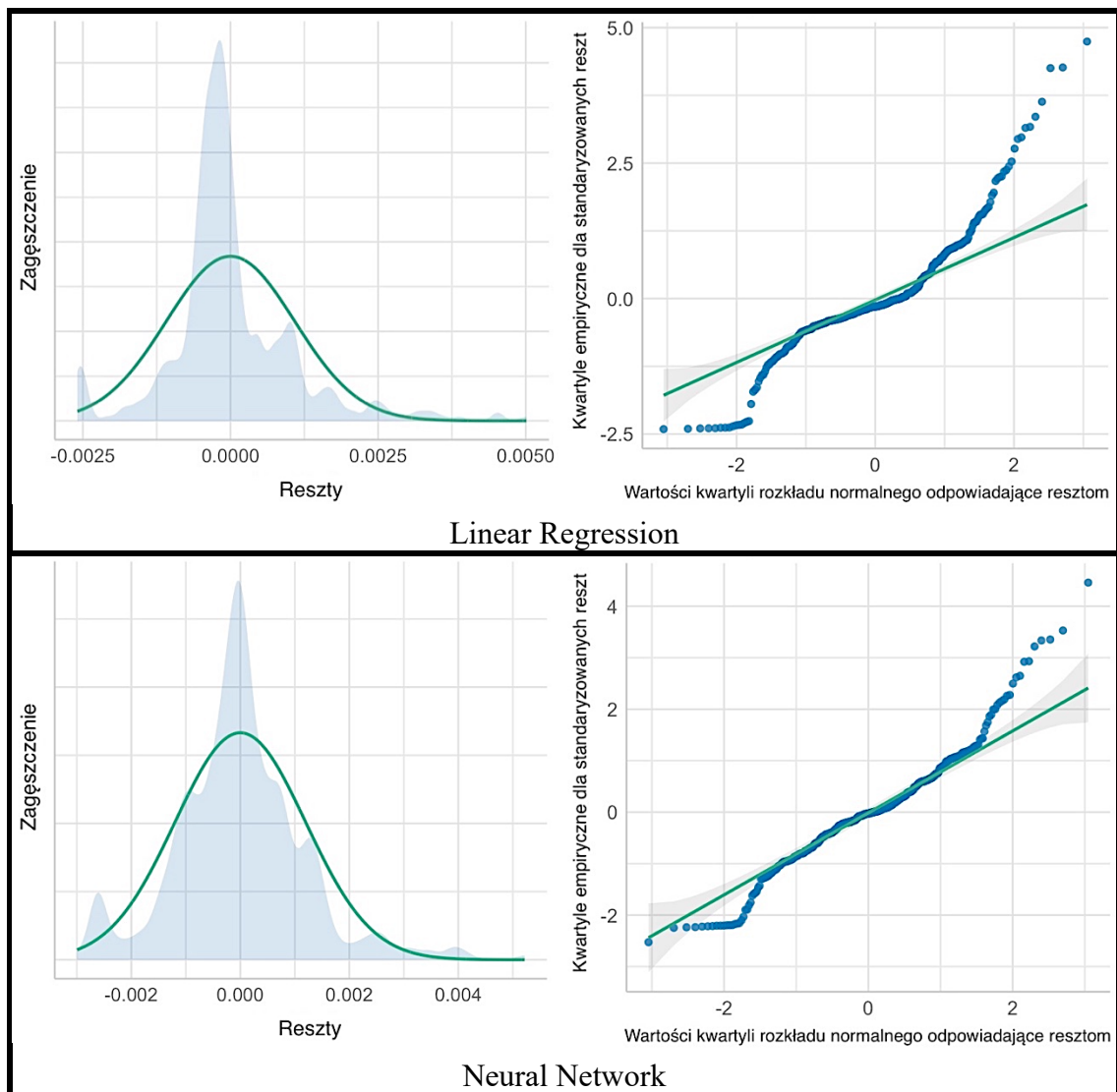
k-NN



Rysunek 41. Wykresy normalności rozkładu reszt histogram zagęszczenia reszt (po lewej) i QQ-plot (po prawej) dla poszczególnych modeli.







Rysunek 42. Wykresy normalności rozkładu reszt histogram zagęszczenia reszt (po lewej) i wykres Q-Q (po prawej) dla poszczególnych modeli.

Jednym z założeń modeli opartych na regresji jest występowanie normalności składnika losowego. Przy dużych próbach co do zasady przyjmuje się tezę o normalności rozkładu reszt wynika to z Centralnego Twierdzenia Granicznego, gdzie n niezależnych zmiennych losowych o zbliżonych rozkładach dąży do rozkładu normalnego. Zakłada się występowanie dla dużej liczby zmiennych losowych o rozkładzie ze średnią μ i wariancją σ^2 ich suma ma rozkład $N(n\mu, n\sigma^2)$. Na wykresach histogramu rozkładu reszt obserwujemy występowanie asymptotycznych rozkładów reszt mają one różny charakter. Ponieważ zmienne są niezależne, rozkład składnika losowego dla takich rozkładów jest poprawny. W statystyce wykresy Q-Q odgrywają ważną rolę w graficznej analizie i porównaniu dwóch rozkładów poprzez wykreślenie ich kwantyli względem siebie. Jeśli dwa porównywane rozkłady, są dokładnie równe to punkty na wykresie Q-Q będą układać się idealnie na linii prostej $y = x$. Bardzo ważne jest, aby

wiedzieć, czy rozkład jest normalny, czy nie, aby zastosować różne miary statystyczne na danych i je zinterpretować. Wykresy Q-Q są używane do znalezienia typu dystrybucji dla zmiennej losowej, czy jest to dystrybucja gaussowska, dystrybucja jednolita, dystrybucja wykładnicza, itp. Mówimy o rozkładach normalnych na podstawie reguły 68 – 95 – 99,7, która doskonale pasuje do rozkładu normalnego. Pozwala to określić, ile danych leży w zakresie pierwszego, drugiego i trzeciego odchylenia standardowego od średniej. Rozkłady normalne występują bardzo często w większości zdarzeń naturalnych, które mają szeroki zakres.

Na wykresach 41 i 42 zastawiono wzajemnie uzupełniające się wykresy: histogram obrazujący dopasowanie reszt dla danego modelu względem rozkładu normalnego oraz wykres Q-Q. W przypadku modelu powstałego z wykorzystaniem algorytmu *AdaBoost* na wykresie histogramowym stwierdzono duże dopasowanie reszt w prawo- i lewostronnym spadku krzywej rozkładu normalnego. Za to rozkład reszt położonych centralnie w okolicach wartości 0 przewyższa znacząco szacowaną hiperbolę rozkładu normalnego. Z jednej strony świadczy to o dobrym dopasowaniu modelu i małych rozbieżnościach pomiędzy wynikami empirycznymi a estymacją, jednak ważny jest także charakter tych zmian tu ważne jest dalsze poznanie rozkładu reszt na bazie wykresu Q-Q. Wykresy histogramowe dla *Random Forest* oraz *k-NN* układają się podobnie jak dla *AdaBoost*, gdzie hiperbola jest wysmuklona jednak w ich przypadku rozkłady boczne reszt są bardziej oddalone od zera. Z pewną anomalią mamy do czynienia w przypadku *Neural Network*, gdzie występują dwie hiperbole w rozkładzie reszt.

Na osi X wykresu Q-Q wykreślono kwantyle teoretyczne, znane jako standardowa wariancja normalna $n\sigma^2$ (rozkład normalny ze średnia = 0 i odchyleniem standardowym = 1), a na osi y uporządkowane wartości zmiennej losowej $n\mu$. Jeżeli wszystkie punkty naniesione na wykres idealnie leżą na linii prostej to możemy jasno powiedzieć, że ten rozkład jest rozkładem normalnym, ponieważ jest równomiernie wyrównany ze standardowym wariantem normalnym co jest prostą koncepcją wykresu Q-Q. Wykresy Q-Q zostały także użyte do znalezienia skośności (miary "asymetrii") rozkładu. Jeśli dolny koniec wykresu Q-Q odchyła się od linii prostej, ale górny nie, wtedy możemy powiedzieć, że rozkład ma dłuższy ogon w lewo lub po prostu jest lewoskośny (lub ujemnie skośny), ale kiedy widzimy, że górny koniec wykresu Q-Q odchyła się od linii prostej, a dolny podąża za linią prostą, wtedy krzywa ma dłuższy ogon w prawo i jest prawoskośna (lub dodatnio skośna).

Miarą tego zjawiska jest kurtoza (miara rozkładu „ogona”). Rozkład z grubym ogonem ma oba końce wykresu Q-Q odchylone od linii prostej, a jego środek podąża za linią prostą, podczas gdy rozkład z cienkim ogonem będzie tworzył wykres Q-Q z bardzo małym lub pomijalnym odchyleniem na końcach, co sprawi, że będzie idealnie pasował do rozkładu normalnego. Taką sytuację można zaobserwować w przypadku algorytmów *AdaBoost*, *Random Forest*, czy *Gradient Boosting* (zobacz rysunek 41 i 42). Należy także dodać, że wykresy te warto analizować wspólnie z histogramami, ponieważ duża liczba obserwacji może zaburzyć właściwy odbiór. Algorytm *AdaBoost* jest tego doskonałym przykładem, ponieważ większość reszt kumuluje się wokół i bardzo blisko wartości zero, pozostałe wydają się być szerzej rozmieszczone i oddalone od siebie niż to jest w rzeczywistości.

Dla lepszego zrozumienia zależności prezentowanych na wykresach Q-Q zostały wyliczone także dwie miary pomocne w interpretacji tego wykresu – kurtoza i skośność. Wyniki obliczeń zaprezentowano w tabeli 12.

Kurtoza i skośność są to statystyki charakteryzujące kształt i symetrię rozkładu. Kurtoza jest zakresem występowania wartości odstających. W przypadku rozkładu normalnego wartość statystyki kurtozy wynosi zero. Kurtoza dodatnia wskazuje, że w danych istnieje więcej dodatnich wartości odstających niż w przypadku rozkładu normalnego. Kurtoza ujemna wskazuje, że w danych istnieje mniej dodatnich wartości odstających niż w przypadku rozkładu normalnego.

Kurtoza informuje o tym jak duży jest "rozrzut" uzyskanych wyników, czy większość z nich skoncentrowana jest wokół średniej - wartości są zbliżone do wartości średniej. Jeżeli występuje znaczna koncentracja wyników wokół średniej (kurtoza przyjmuje wartość powyżej 0), tak jak ma to miejsce w przypadku testowanych algorytmów. Można tu powiedzieć, że znaczna część obserwacji jest podobna do siebie a obserwacji znacznie różniących się od średniej jest mało.

Słaba koncentracja wyników wokół średniej (kurtoza przyjmuje wartość poniżej 0) oznacza, że istnieje spora część wyników, które są znacznie oddalone od średniej. Jeżeli kurtoza jest niska (poniżej zera) to w zbiorze danych możemy zaobserwować większą liczbę wyników skrajnych (znacznie oddalonych od średniej - odstających), gdy kurtoza jest wyższa tym liczba takich obserwacji maleje. Poniżej zaprezentowano wzór na obliczenie kurtozy (wzór 15)

$$Kr = \frac{n \cdot (n+1)}{(n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3)} \cdot \sum_{i=1}^N \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)^4 - \frac{3 \cdot (n-1)^2}{(n-2) \cdot i(n-3)}, \quad (15)$$

gdzie: Kr – kurtoza, n - liczba obserwacji, x_i - poszczególne obserwacje - wyniki z próby, \bar{x} - średnia z wyników z próby, s - odchylenie standardowe.

Zmienne, które mają rozkład bardziej spłaszczony (mniejsza koncentracja) w porównaniu do rozkładu normalnego mają ujemną wartość kurtozy i nazywają się rozkładami platokurtycznymi. Zmienne, które mają rozkład bardziej "smukły" (większa koncentracja) w porównaniu do rozkładu normalnego mają dodatnią wartość kurtozy i nazywają się rozkładami leptokurtycznymi (*AdaBoost*, *Random Forest*, *k-NN*). Zmienne, których rozkłady mają podobną do rozkładu normalnego wartość kurtozy nazywane są rozkładami mezokurtycznymi.

Współczynnik skośności, gdy przyjmuje wartość bliską 0 świadczy o braku asymetrii wyników (nie zaobserwowano dla wykorzystanych modeli). Współczynnik skośności powyżej 0 świadczy o prawostronnej asymetrii rozkładu, inaczej nazywanym rozkładem dodatnio skośnym (zaobserwowano dla: *AdaBoost*, *k-NN*, *Random Forest*, *Gradient Boosting*). Wyniki poniżej 0 świadczą o lewostronnej asymetrii rozkładu, inaczej nazwanym ujemno skośnym rozkładem (zaobserwowano dla: *Linear Regression*, *Neural Network*).

Tabela 12. Wyniki kurtozy i skośności estymacji reszt dla zestawów danych uczącego i testowych.

	KURTOZA	SKOŚNOŚĆ
	<i>Trening</i>	
Neural Network	1.943	-0.1002
AdaBoost	1.779	0.2712
k-NN	1.727	0.2362
Linear Regression	1.762	-0.1969
Random Forest	1.752	0.2606
Gradient Boosting	1.575	0.1720
	<i>Test</i>	
Neural Network	1.736	-0.0803
AdaBoost	1.787	0.3280
k-NN	1.788	0.2931
Linear Regression	1.737	-0.1378
Random Forest	1.749	0.3125
Gradient Boosting	1.595	0.2363

Analiza oczekiwanego skumulowanego prawdopodobieństwa reszt (P-P plot)

Z punktu widzenia kolejnej analizy wykorzystującej wykres P-P. Należy zawrzeć kilka definicji z teorii prawdopodobieństwa i statystyki:

- funkcja gęstości prawdopodobieństwa (ang. *Probability Density Function*) (PDF) (wzór 16) - pozwala obliczyć prawdopodobieństwa znalezienia zmiennej losowej w dowolnym przedziale należącym do przestrzeni prób. Należy pamiętać, że prawdopodobieństwo przyjęcia przez ciągłą zmienną losową dokładnej wartości jest równe 0.

$$f(x|\mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (16)$$

- funkcja rozkładu skumulowanego (ang. *Fumulative Distribution Function*) (CDF) (wzór 17) - podaje prawdopodobieństwo przyjęcia przez zmienną losową wartości równej lub mniejszej od danej wartości x . Gdy mamy do czynienia ze zmiennymi ciągłymi, CDF jest obszarem pod PDF w przedziale od minus nieskończoności do x .

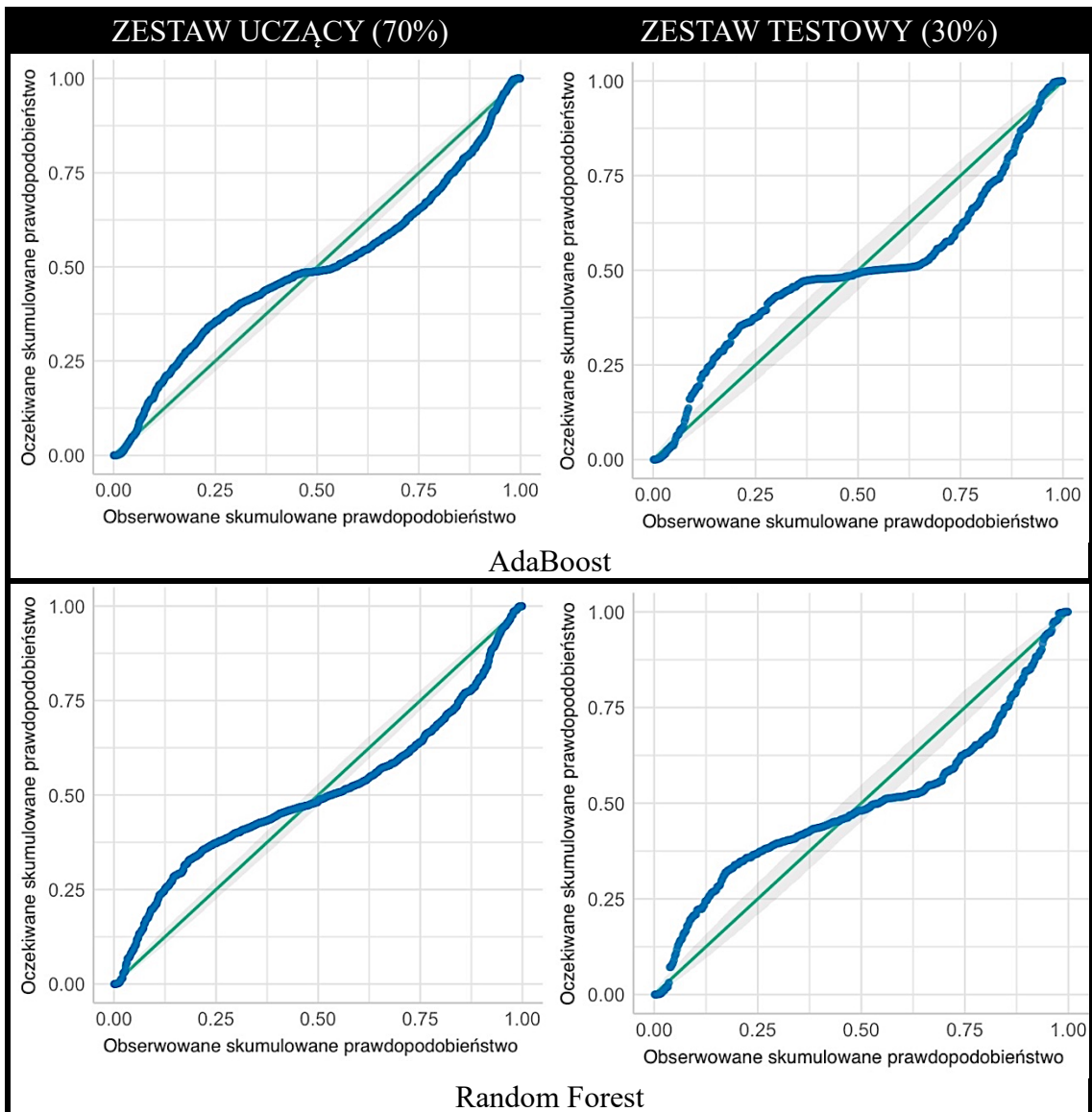
$$F_x(x) = P(X \leq x), \quad (17)$$

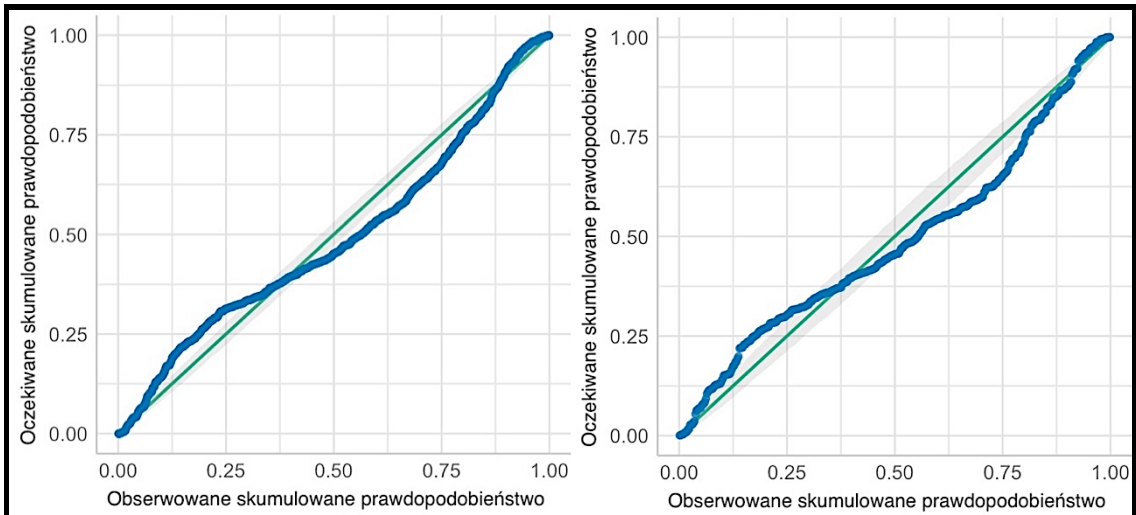
Gdzie, X - zmienna losowa, x - punkt oceny

Wykres P-P (*probability-probability*) jest wizualizacją, która nanosi na siebie CDF dwóch rozkładów (empirycznego i teoretycznego). Interpretacja punktów na wykresie zakłada, że mając dwa rozkłady: (i) empiryczny i (ii) predykcyjny oraz punkt oceny (dowolna wartość), punkt na wykresie wskazuje jaki procent danych leży na lub poniżej tych wartości (zgodnie z definicją CDF). Aby porównać rozkłady należy sprawdzić, czy punkty leżą na linii 45 stopni ($x=y$). W przypadku, gdy odbiegają od niej, rozkłady są różne.

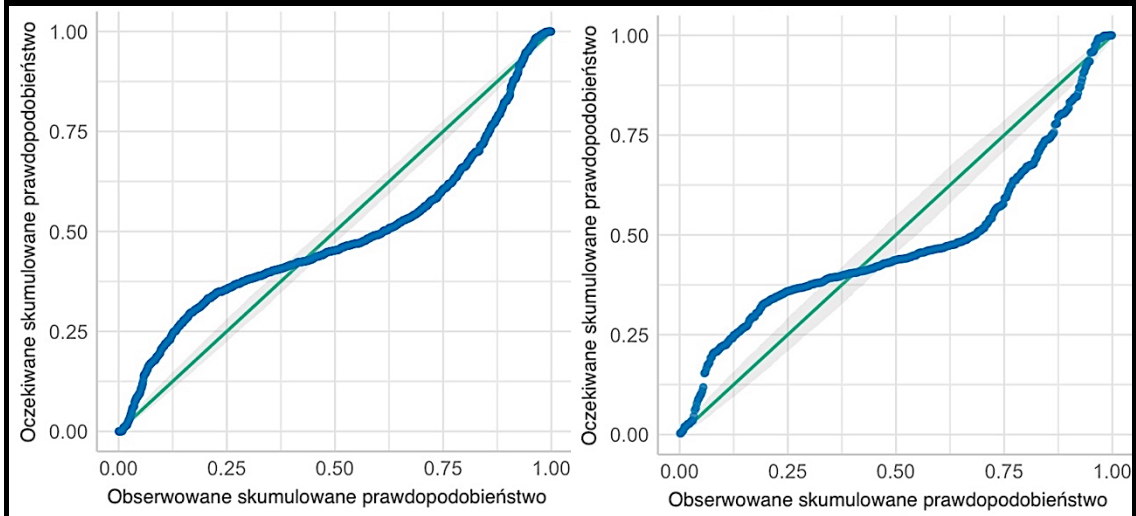
Wykresy P-P (rysunek 43) dobrze nadają się do porównywania regionów o dużej gęstości prawdopodobieństwa (środek rozkładu), ponieważ w tych regionach empiryczne i predykcyjne CDF zmieniają się szybciej niż w regionach o małej gęstości prawdopodobieństwa. Wykresy P-P wymagają w pełni określonych rozkładów, więc jeśli używamy rozkładu Gaussa jako rozkładu teoretycznego, powinniśmy określić parametry lokalizacji i skali. Zmiana parametrów położenia lub skali nie musi zachowywać liniowości w wykresach P-P. Wykresy P-P można wykorzystać do wizualnej oceny skośności rozkładu.

Wykres może mieć postać nieregularnych wzorów, gdy rozkłady nie pokrywają się. Wykresy P-P są najbardziej przydatne przy porównywaniu rozkładów prawdopodobieństwa, które mają bliskie lub równe położenie. Ruch poziomy wzdłuż osi x spowodowany jest tym, że rozkłady nie pokrywają się całkowicie. Gdy punkt znajduje się powyżej linii odniesienia, oznacza to, że wartość CDF rozkładu predycyjnego jest większa niż empirycznego.

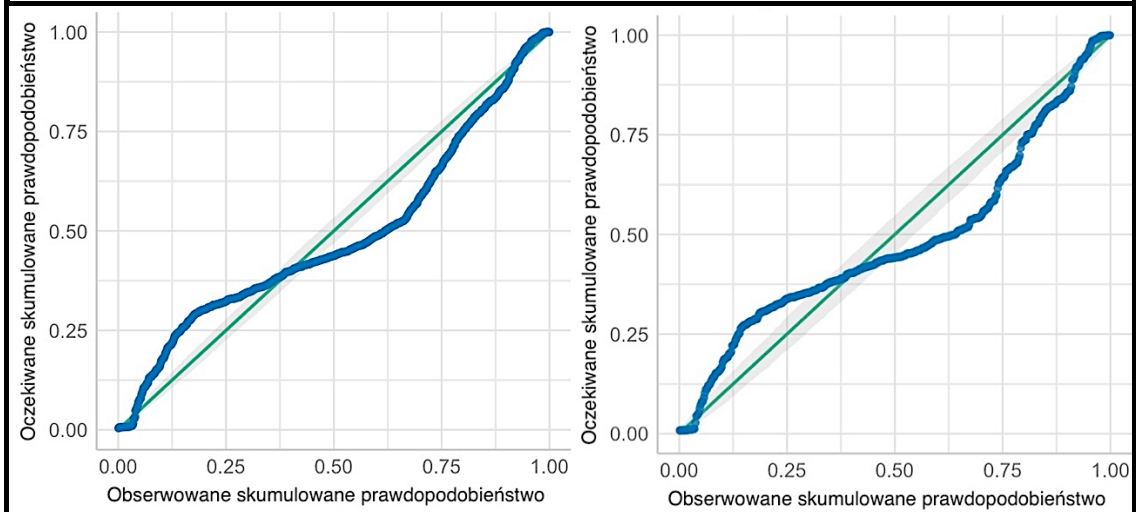




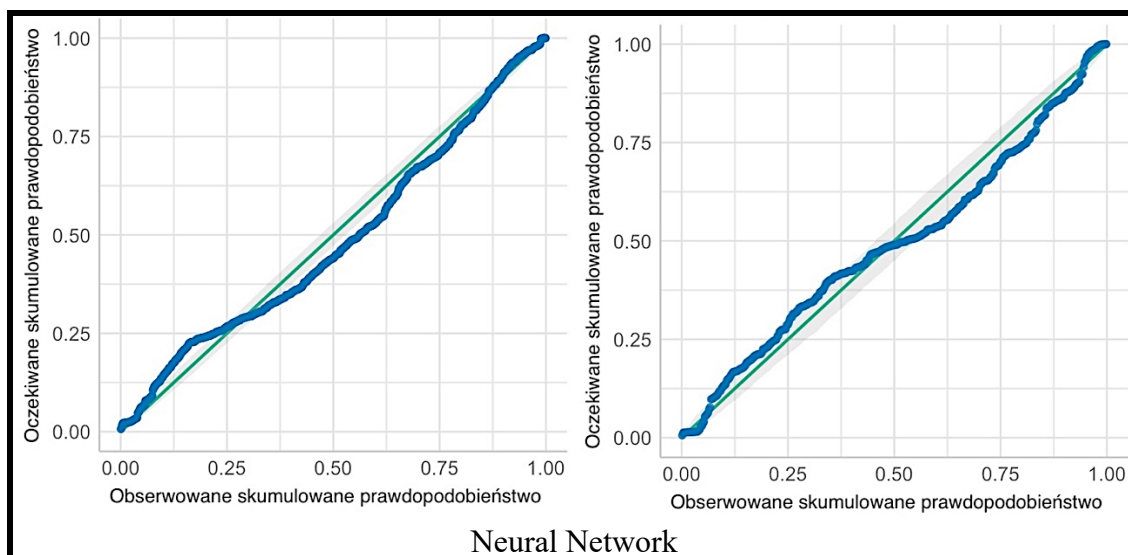
Gradient Boosting



k-NN



Linear Regression



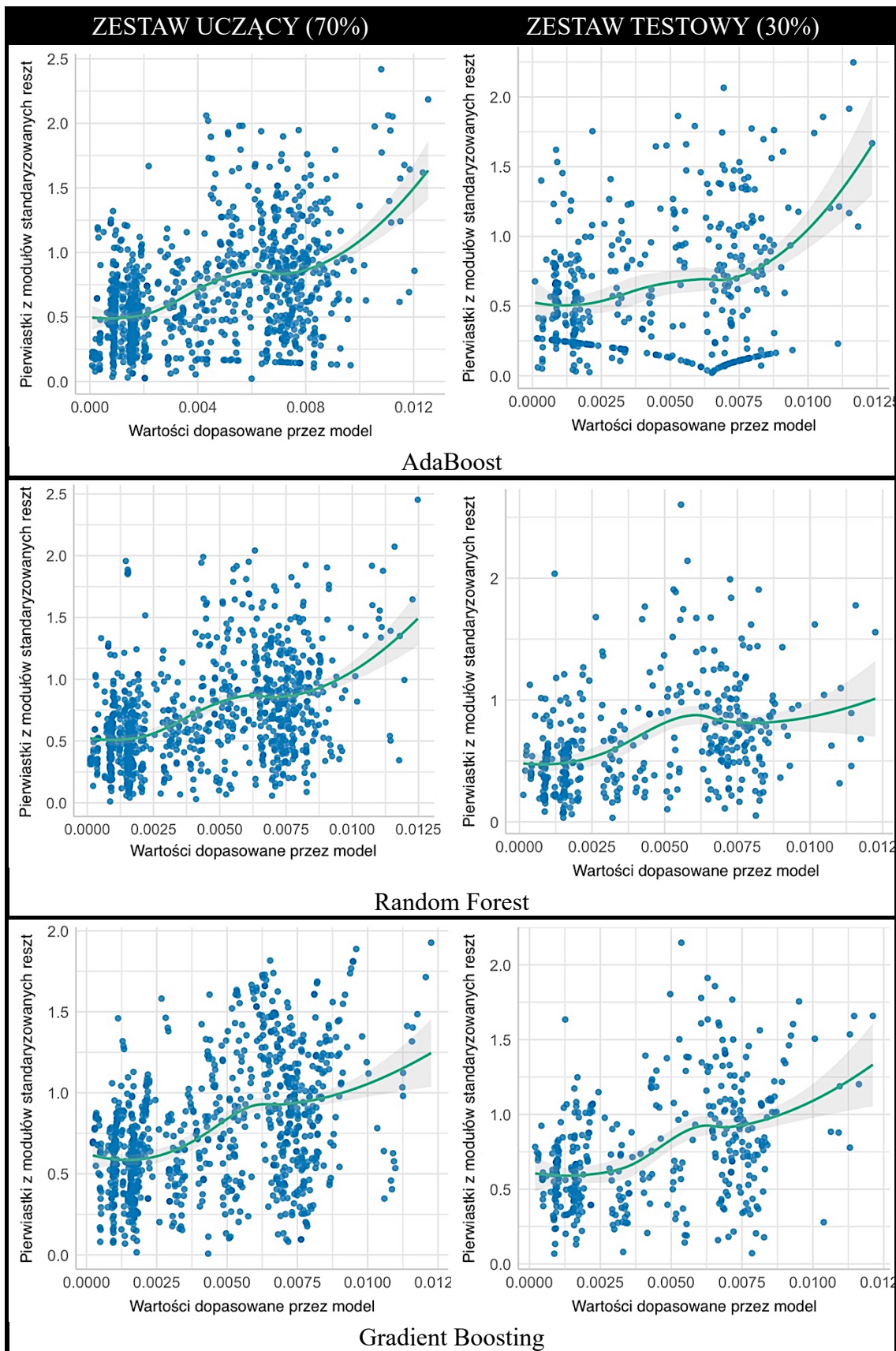
Rysunek 43. Wykresy normalności rozkładu reszt (P-P plot) dla poszczególnych modeli.

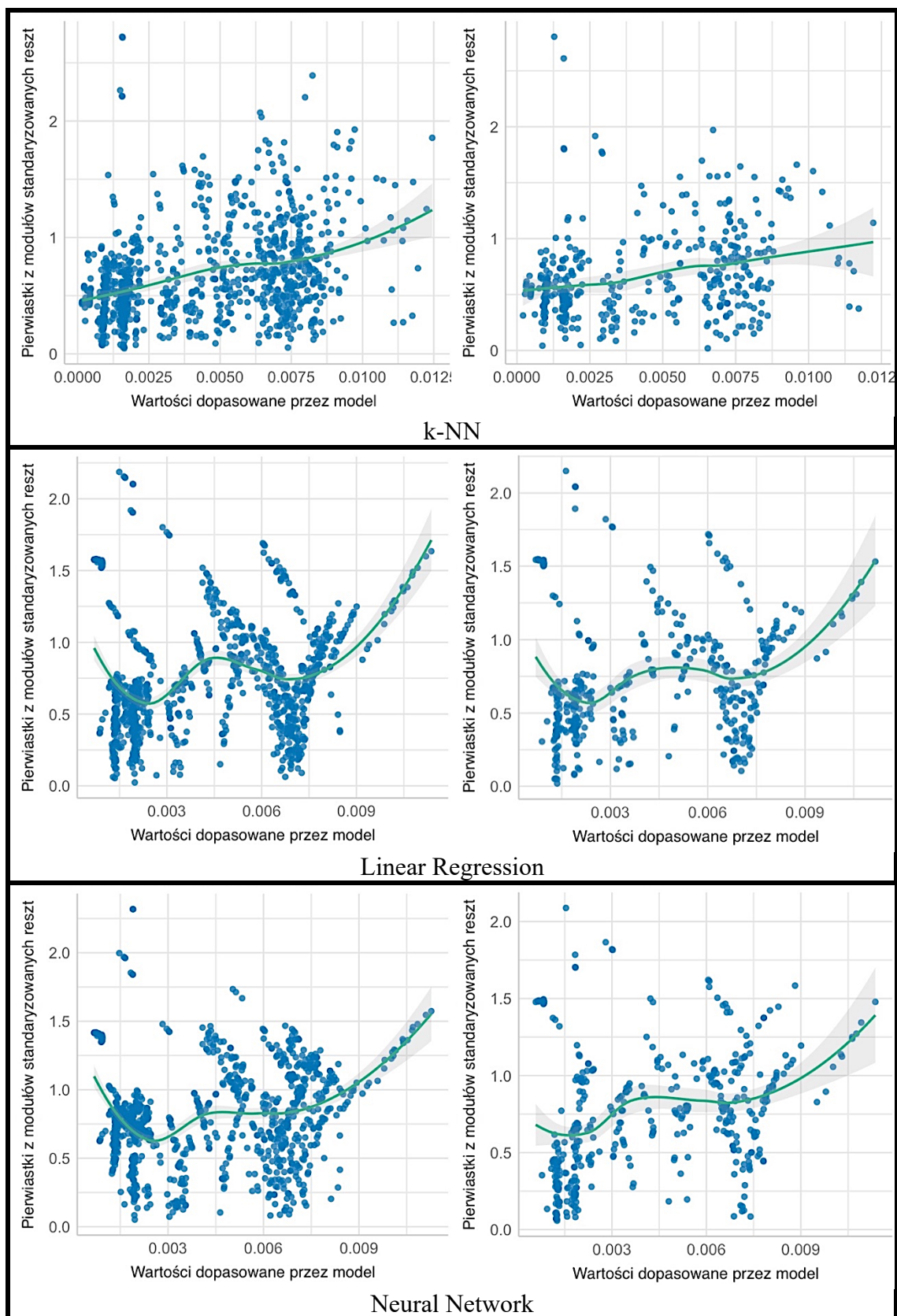
Obserwując rozkład wartości empirycznych względem teoretycznych największą symetrię rozkładu obserwujemy w przypadku algorytmu *AdaBoost*, nieco słabszą w przypadku *Random Forest*. Warto także podkreślić, że oba wykresy P-P dla algorytmu *Neural Network* nie zachowują symetrii rozkładu względem linii regresji, a rozkład wartości standaryzowanych jest nieciągły.

Analiza heteroskedestyczności

Heteroskedastyczność oznacza, że wariancja reszt modelu jest zależna od wartości predykcyjnych zmiennych niezależnych, co narusza założenie o homoskedastyczności, czyli stałej wariancji reszt. Heteroskedastyczność może prowadzić do błędnej interpretacji wyników modelu, dlatego ważne jest wykrycie i uwzględnienie jej w analizach regresji.

Obserwując wykres reszt (rysunek 44), kształt wachlarza lub stożka wskazuje na obecność heteroskedastyczności. W statystyce heteroskedastyczność jest postrzegana jako wyzwanie, ponieważ regresje wykorzystujące zwykle najmniejsze kwadraty (OLS) zakładają, że reszty są pobierane z populacji o stałej wariancji. Modele obejmujące szeroki zakres wartości są bardziej podatne na heteroskedastyczność. Jeśli istnieje nierówny rozrzut reszt, populacja użyta w regresji zawiera nierówną wariancję, co może wpływać negatywnie na wiarygodność modelu oraz przyszłych predykcji z jego zastosowaniem.





Rysunek 44. Wykresy heteroskedastyczności dla poszczególnych modeli.

Aby sprawdzić heteroskedastyczność, należy najpierw przeprowadzić regresję i przeanalizować reszty. Jednym z najczęstszych sposobów sprawdzenia

heteroskedastyczności jest wykreślenie wykresu reszt (rysunek 44). Otrzymany kształt rozkładu reszt w formie wachlarzu lub stożka, wskazuje na obecność heteroskedastyczności. Również regresje z heteroskedastycznością wykazują wzór, w którym wariancja reszt wzrasta wraz z dopasowanymi wartościami. Kiedy heteroskedastyczność występuje w regresji, można ją podzielić na dwa rodzaje:

- Czysta heteroskedastyczność odnosi się do sytuacji, w których zastosowano prawidłową liczbę zmiennych niezależnych (zwaną specyfikacją modelu), ale wykresy reszt wykazują nierówną wariancję.
- Autokorelacja reszt odnosi się do sytuacji, w których zastosowano niewłaściwą liczbę zmiennych niezależnych (znaną jako błędna specyfikacja modelu). W tym przypadku regresja może zawierać zbyt mało zmiennych (ang. *underspecified*) lub zbyt wiele zmiennych (ang. *overspecified*). Tak czy inaczej, skutkuje to modelem o nierównej wariancji.

Istnieje wiele powodów, dla których heteroskedastyczność może wystąpić w modelach regresji, ale zazwyczaj wiąże się to z problemami ze zbiorem danych. Modele obejmujące szeroki zakres wartości są bardziej podatne na heteroskedastyczność, ponieważ różnice pomiędzy najmniejszymi i największymi wartościami są znaczące. Dlatego należałoby się spodziewać, że większe reszty będą związane z większymi wartościami. Spowodowałoby to nierównomierną wariancję reszt, a tym samym doprowadziło do powstania heteroskedastyczności.

Na podstawie obserwacji otrzymanych wyników dla poszczególnych modeli uznano, że należy zweryfikować hipotezę o występowaniu heteroskedastyczności reszt dla otrzymanych modeli. Aby wnioskować o charakterze heteroskedastyczności należy wykonać dalsze testy. Do dalszej analizy wykorzystano testy Breuscha-Pagana (heteroskedastyczności), Durбина-Watsona oraz Breusch-Godfrey (autokorelacja reszt), których wyniki zaprezentowano w tabeli 13.

Test Breuscha-Pagana, jest statystycznym testem służącym do wykrywania heteroskedastyczności w modelach regresji. Test Breuscha-Pagana polega na estymacji modelu regresji, w którym reszty z pierwotnego modelu są zmienną objaśnianą a wartości oszacowane zmiennymi objaśniającymi. Statystyka testowa opiera się na porównaniu sumy kwadratów reszt z analizowanego modelu z sumą kwadratów reszt z pierwotnego modelu. *Interpretacja wyników testu Breuscha-Pagana* opiera się na wartości statystyki testowej, która ma rozkład chi-kwadrat. Ważnym parametrem do uwzględnienia jest

stopień swobody, który zależy od liczby zmiennych niezależnych w modelu regresji oraz liczby obserwacji:

- Jeśli wartość statystyki testowej jest mniejsza od wartości krytycznej na poziomie istotności 0.05, to wnioskujemy, że nie ma wystarczających dowodów na heteroskedastyczność. Możemy uznać, że dane spełniają założenie o homoskedastyczności.
- Jeśli wartość statystyki testowej jest większa od wartości krytycznej, to istnieją dowody na heteroskedastyczność w danych. Można wtedy wnioskować, że wariancja reszt jest zależna od wartości predykcyjnej zmiennych niezależnych, co może sugerować potrzebę uwzględnienia korekty w modelu.

Test Durbin-Watsona jest statystycznym testem autokorelacji reszt w regresji liniowej. Służy do sprawdzenia, czy występuje autokorelacja pierwszego rzędu w resztach modelu. Autokorelacja oznacza, że istnieje zależność między wartościami reszt, co może wskazywać na niewłaściwe wyznaczenie modelu.

Interpretacja wyników testu Durbin-Watsona opiera się na wartości statystyki testowej, która przyjmuje wartości między 0 a 4:

- Wartość statystyki testowej równa 2 oznacza brak autokorelacji w resztach. Jest to optymalny wynik, który sugeruje, że reszty są niezależne od siebie i nie występuje żadna autokorelacja.
- Wartość statystyki testowej bliska 0 wskazuje na występowanie dodatniej autokorelacji w resztach, co oznacza, że są one skorelowane dodatnio. Oznacza to, że model nie uwzględnia wszystkich ważnych czynników wpływających na zmienność danych.
- Wartość statystyki testowej bliska 4 wskazuje na występowanie ujemnej autokorelacji w resztach, co oznacza, że są one skorelowane ujemnie w czasie. Takie wyniki sugerują, że model nie jest odpowiedni i nie uwzględnia wszystkich istotnych czynników.
- Wartość statystyki testowej między 0 a 2 lub między 2 a 4 wskazuje na mieszane lub niejednoznaczne wyniki dotyczące autokorelacji. W takiej sytuacji należy przeprowadzić kolejny test występowania autokorelacji dalszego rzędu – taki jak test Breuscha-Godfrey.

Test Breuscha-Godfrey jest statystycznym testem wykorzystywanym do diagnozowania autokorelacji w resztach modelu regresji. Jest w stanie wykryć obecność

autokorelacji wyższych rzędów. Test opiera się na porównaniu sumy kwadratów reszt modelu liniowego z sumą kwadratów reszt modelu nieliniowego. Podstawową hipotezą testu jest stwierdzenie, że w analizowanym szeregu czasowym nie występuje nieliniowość, podczas gdy hipotezą alternatywną jest istnienie nieliniowości.

Interpretacja wyników testu Breuscha-Godfrey polega na porównaniu wartości statystyki testowej z odpowiednimi wartościami krytycznymi:

- Jeśli *p-value* jest mniejsza od przyjętego poziomu istotności (0,05), odrzucamy hipotezę zerową (nie występuje autokorelacja reszt). Wnioskujemy, że występuje autokorelacja w resztach modelu regresji.
- Jeśli *p-value* jest większa od poziomu istotności 0.05, brak jest wystarczających dowodów, aby odrzucić hipotezę zerową. Wnioskujemy, że nie występuje autokorelacja w resztach modelu regresji.

Tabela 13. Wyniki testów Breuscha-Pagana, Durbina-Watsona oraz Breusch-Godfrey na autokorelację reszt.

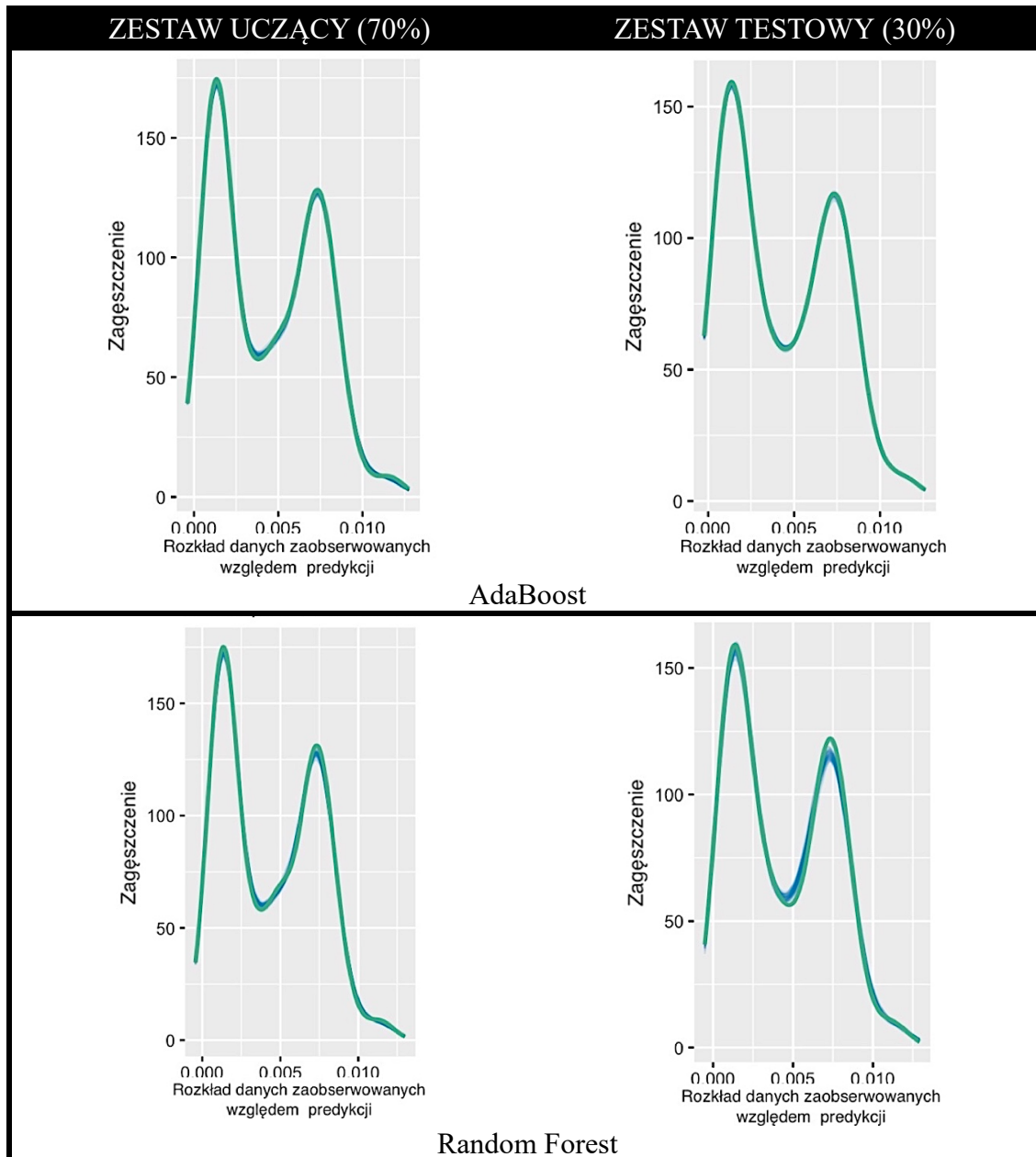
TRENING	Test Breuscha-Pagana			Test Durbin-Watson		Test Breusch-Godfrey		
	BP	df	p-value	DW	p-value	LM test	df	p-value
AdaBoost	95.248	1	$<2.2 \times 10^{-16}$	1.906	0.073	2.102	1	0.147
Random Forest	73.754	1	$<2.2 \times 10^{-16}$	1.921	0.111	1.485	1	0.223
k-NN	13.384	1	2.54×10^{-4}	1.913	0.088	1.820	1	0.177
Gradient Boosting	147.780	1	$<2.2 \times 10^{-16}$	1.964	0.289	0.300	1	0.584
Neural Network	2.472	1	0.116	1.999	0.494	9.099	1	0.992
Linear Regression	0.456	1	0.499	1.971	0.326	0.201	1	0.654

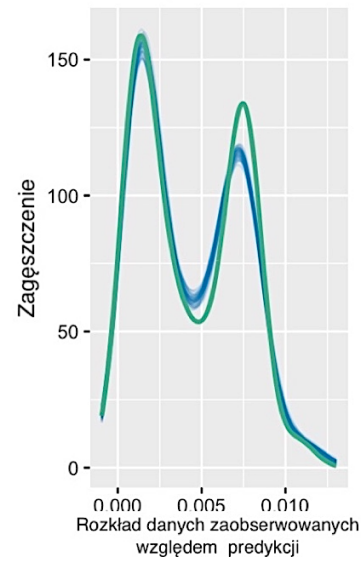
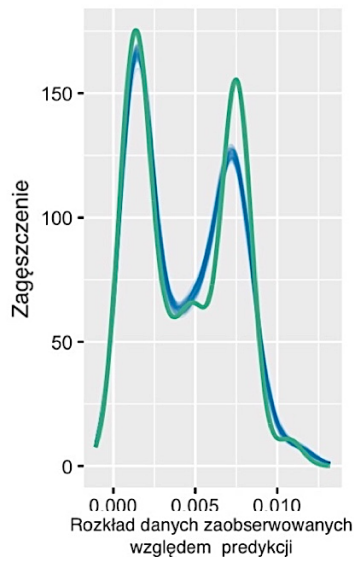
TEST	Test Breuscha-Pagana			Test Durbin-Watson		Test Breusch-Godfrey		
	BP	df	p-value	DW	p-value	LM test	df	p-value
AdaBoost	40.360	1	2.11×10^{-10}	1.916	0.197	0.701	1	0.403
Random Forest	10.786	1	0.001	1.972	0.386	0.082	1	0.775
k-NN	0.306	1	0.580	1.852	0.066	2.258	1	0.133
Gradient Boosting	45.037	1	1.93×10^{-11}	2.006	0.523	0.004	1	0.953
Neural Network	0.324	1	0.569	1.942	0.276	0.352	1	0.553
Linear Regression	0.255	1	0.614	1.967	0.369	0.113	1	0.737

Analiza danych zaobserwowanych względem predykcji

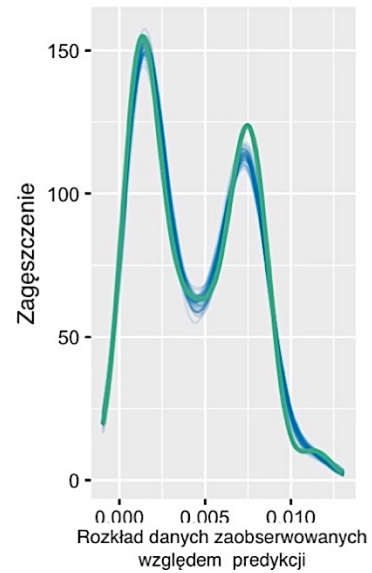
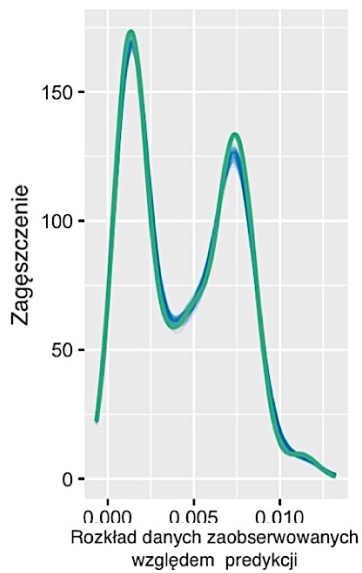
Na rysunku 45 zaprezentowano wykresy rozkładu zagęszczenia do rozkładu danych zaobserwowanych względem predykcji. Jako punkt odniesienia na wykresach zieloną

linią zostały zaznaczone obserwacje stanowiące odniesienie względem predykcji. Pozwala to na ocenę zgodności i odchyień modelu predykcji. Im lepsze dopasowanie wykazuje model tym lepsza jest jego zdolność do przewidywania współczynnika filtracji.

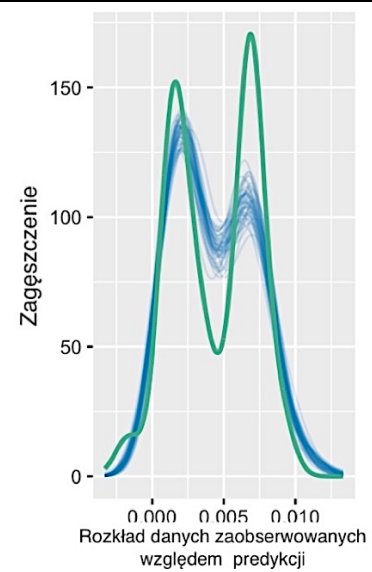
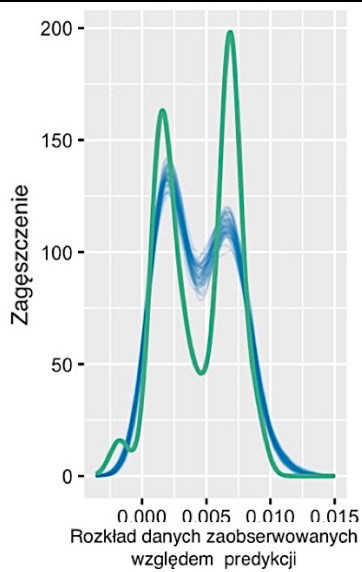




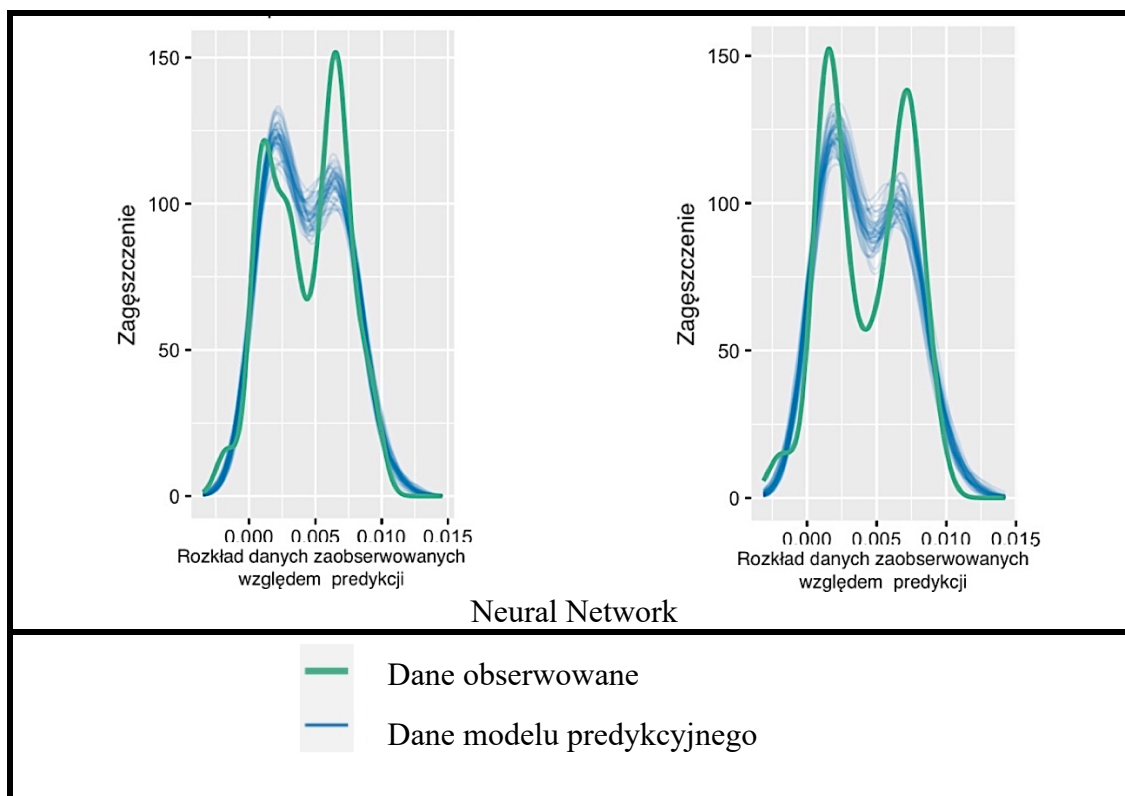
Gradient Boosting



k-NN



Linear Regression



Rysunek 45. Wykresy predykcji założonego modelu dla poszczególnych algorytmów.

Analiza wpływowych wartości

Możliwe jest, że pojedyncza obserwacja będzie miała duży wpływ na wyniki analizy regresji. Aby wykluczyć taką ewentualność zdecydowano się na wykonanie analizy – obserwacji wpływowych.

Występowanie obserwacji wpływowych można rozpatrywać w kategoriach tego, jak bardzo różniłyby się przewidywane wyniki dla innych obserwacji, gdyby dana obserwacja nie została uwzględniona. Identyfikacja, ale także stwierdzenie samego występowania wpływowych obserwacji może być pomocne w lepszym dopasowaniu modelu. W analizowanym przypadku pozwala to na odpowiedź na pytanie jak wyznaczony model będzie radził sobie z interpretacją danych i na ile sam może generować wartości wpływowe a tym samym generować w procesie predykcji błędne wartości. Dystanse Cooka (ang. *Cook's Distance*) (wzór 18) stanowią dobrą miarą wpływu obserwacji i są proporcjonalne do sumy kwadratów różnic między przewidywaniami dokonanymi przy wszystkich obserwacjach w analizie i przewidywaniami dokonanymi bez uwzględnienia danej obserwacji.

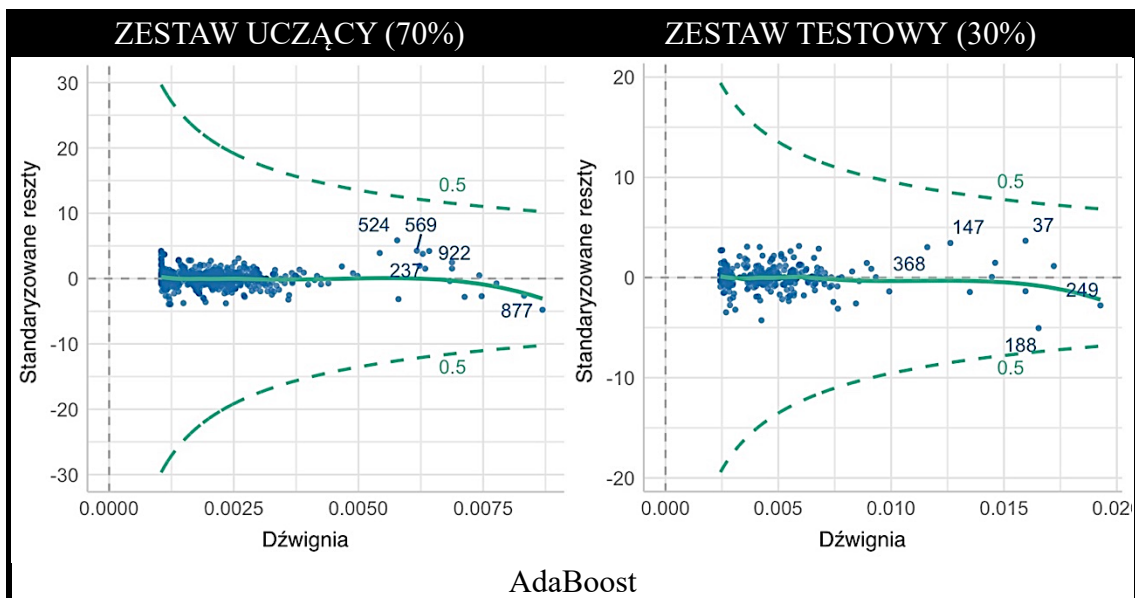
$$CD_i = \frac{1}{k} \frac{e_i^2}{S^2} \frac{h_i}{(1-h_i)^2} \sim F(2, n-2), \quad (18)$$

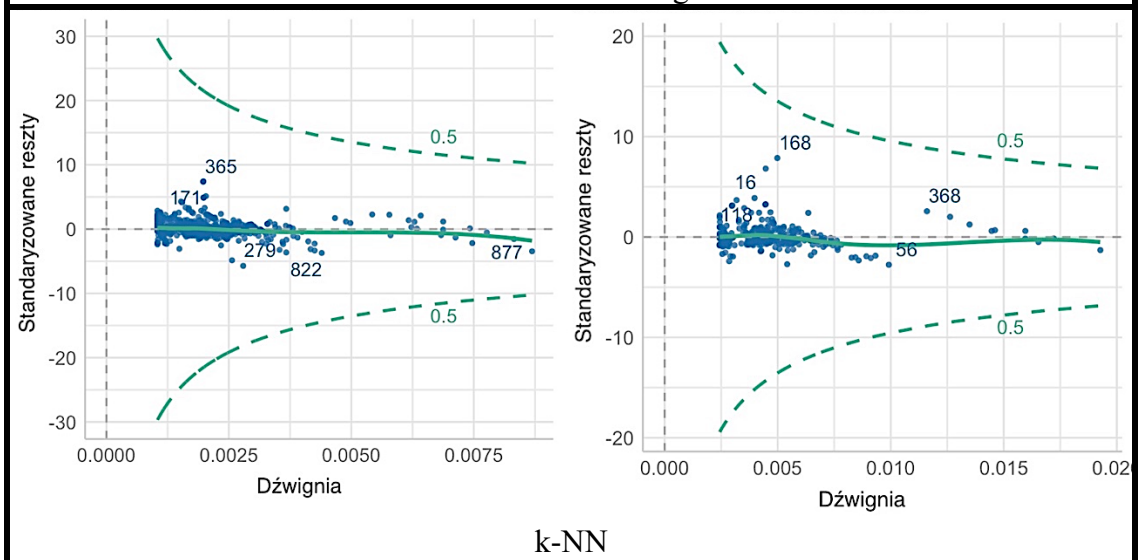
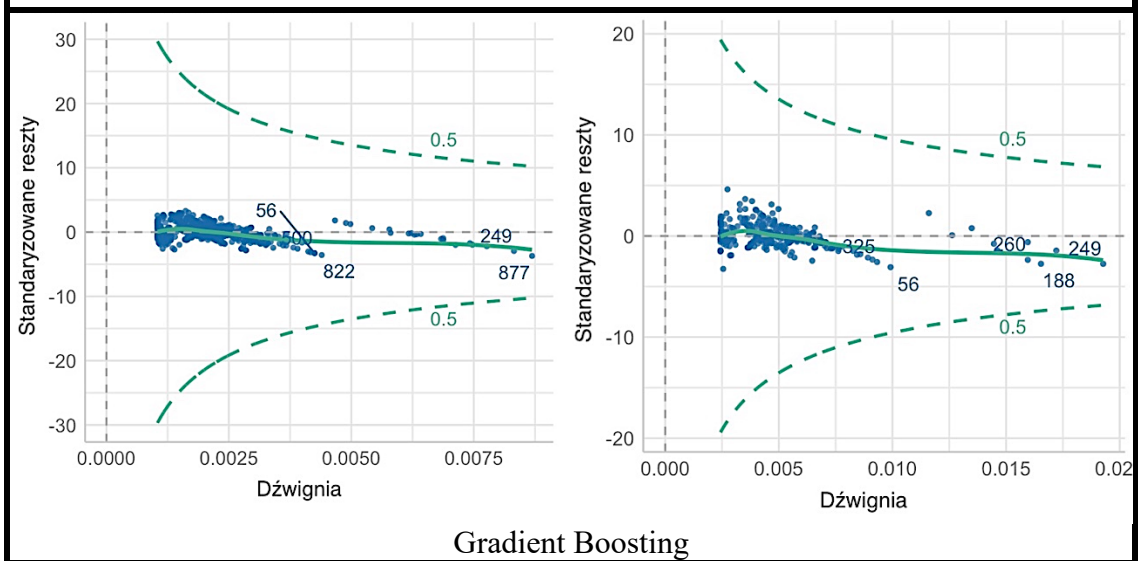
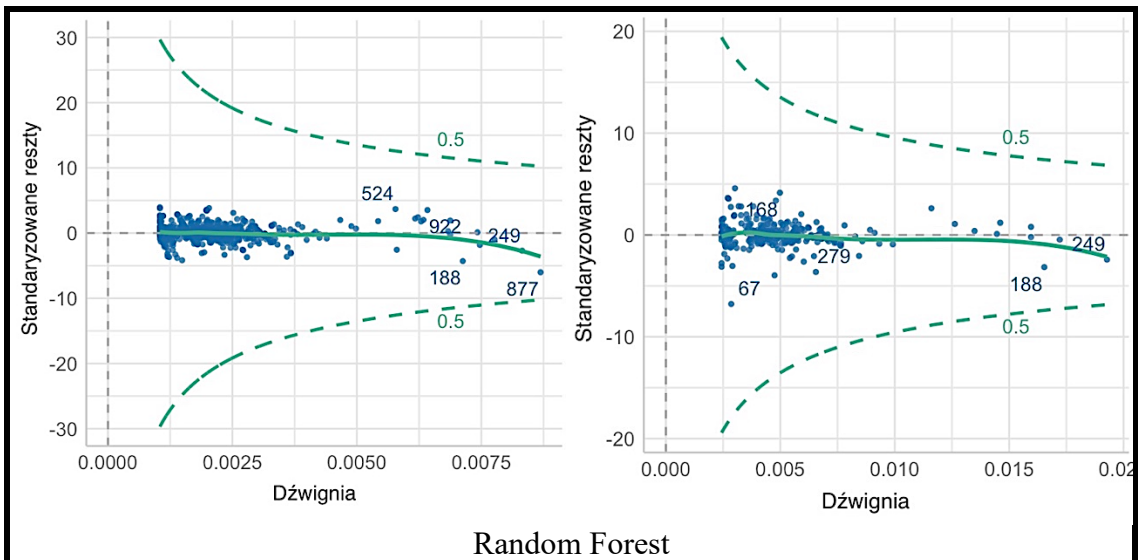
gdzie: $h_i = x_i(X'X)^{-1}x_i'$, S^2 jest estymatorem wariancji, a S_i^2 tym samym estymatorem obliczonym bez uwzględnienia obserwacji i .

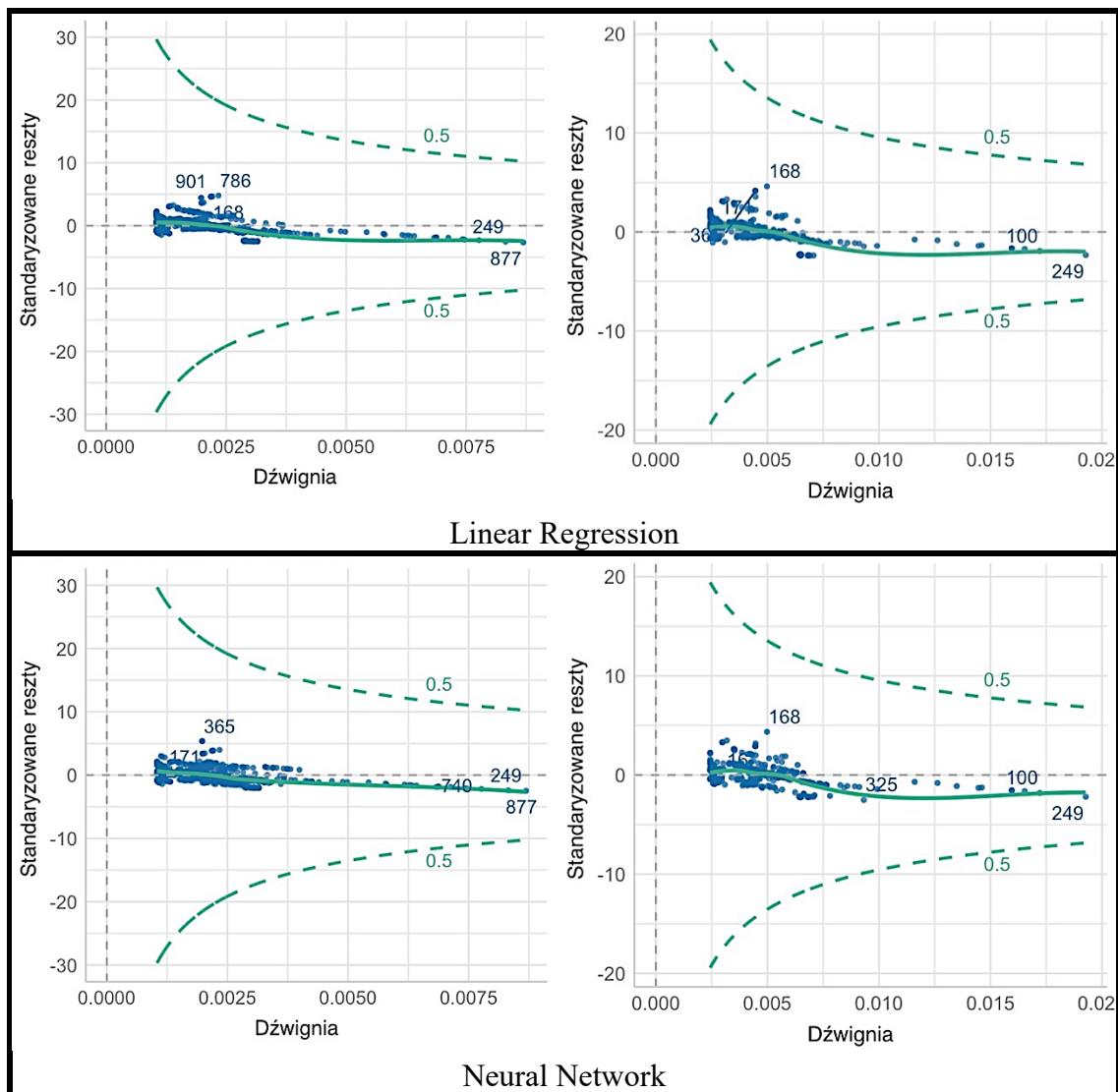
Jeżeli przewidywania są takie same z daną obserwacją lub bez niej, wówczas obserwacja nie ma wpływu na model regresji. Jeśli zaś przewidywania różnią się znacznie, gdy obserwacja nie jest uwzględniona w analizie, wówczas obserwacja ma wpływ. Wpływ obserwacji jest funkcją dwóch czynników:

- Tego jak bardzo wartość obserwacji na zmiennej przewidywanej różni się od średniej zmiennej przewidywanej.
- Różnicy między przewidywanym wynikiem dla obserwacji a jej rzeczywistym wynikiem.

Pierwszy czynnik nazywany jest dźwignią obserwacji. Drugi czynnik nazywany jest odległością obserwacji. W celu określenia wpływu obserwacji wpływowych należy najpierw wyznaczyć standaryzację zmiennej przewidywanej, tak aby jej średnia wynosiła 0, a odchylenie standardowe 1. Następnie obliczana jest dźwignia (h_i) oraz odległość obserwacji, która oparta jest na błędzie przewidywania dla tej obserwacji - im większy błąd predykcji, tym większa odległość. Najczęściej stosowaną miarą odległości jest reszta uśredniona, która jest ściśle związana z błędem predykcji dla tej obserwacji i odchyleniem standardowym błędów predykcji. Nawet obserwacja o dużej odległości nie będzie miała tak dużego wpływu, jeśli jej dźwignia jest niska. To kombinacja dźwigni i odległości obserwacji decyduje o jej wpływie. Na rysunku 46 zaprezentowano graficzną analizę wpływowych obserwacji, zarówno dla zestawu uczącego jak i dla zestawu testowego. Dla żadnego z modeli nie stwierdzono obecności wpływowych wartości.







Rysunek 46. Wykresy analizy wpływowych obserwacji dla poszczególnych modeli.

Metoda *compare_performance* jest funkcją w pakiecie "performance" w języku R, która służy do porównywania wyników różnych modeli i metryk wydajności. Pozwala na analizę i wizualizację porównawczą wyników różnych algorytmów, technik lub modeli statystycznych. Metoda *compare_performance* oblicza wybraną metrykę wydajności dla każdego modelu i prezentuje wyniki w formie tabeli lub wykresu. Wykonuje porównanie wyników różnych modeli na podstawie wybranej metryki, co pomaga w ocenie, który model jest bardziej skuteczny w danym kontekście [274].

Analiza danych z wykorzystaniem modeli regresji pozwala na krytyczną ocenę wydajności analizowanych modeli oraz na zidentyfikowanie ich słabych punktów. W toku dalszej analizy posłużono się kryterium informacyjnym Akaike'a (AIC) i bayesowskim kryterium informacyjnym (BIC) do dalszego porównania wydajności modeli względem siebie.

Kryterium informacyjne Akaike'a (AIC) (wzór 19) jest jedną z popularnych metryk wykorzystywanych do porównywania modeli statystycznych. Wartość AIC jest wykorzystywana do porównywania różnych modeli, gdzie niższa wartość AIC wskazuje na lepsze dopasowanie modelu do danych. Celem AIC jest znalezienie równowagi między dobrym dopasowaniem modelu do danych a złożonością modelu, która jest reprezentowana przez liczbę parametrów [274].

$$AIC = -2 \log(L(F)) + 2k, \quad (19)$$

gdzie: $L(F)$ – maksimum funkcji wiarygodności dla F , k - liczba parametrów modelu.

Bayesowskim kryterium informacyjnym (BIC) (wzór 20) znane również jako kryterium Schwarz-Bayesowskie (SBC lub SIC), jest kolejnym kryterium stosowanym do porównywania modeli statystycznych. W przeciwieństwie do kryterium informacyjnego Akaike'a (AIC), BIC uwzględnia złożoność modelu w większym stopniu poprzez wprowadzenie większej kary za dodatkowe parametry modelu. Podobnie jak w przypadku AIC, niższa wartość BIC wskazuje na lepsze dopasowanie modelu do danych. Jednak BIC kładzie większy nacisk na prostotę modelu, ponieważ kara za dodatkowe parametry rośnie logarytmicznie w stosunku do liczby obserwacji [274].

$$BIC = k \ln N - 2 \ln L(F), \quad (20)$$

gdzie: $L(F)$ – wartość logarytmu z funkcji wiarygodności modelu, k - liczba parametrów modelu, N - liczba obserwacji w zbiorze danych.

Oba kryteria są szacunkiem błędu predykcji poza próbą. Oznacza to, że dają one szacunkową miarę tego, jak bardzo model może być poprawny w swoich przewidywaniach, jeśli zostanie zastosowany do pełnej populacji, którą dane treningowe mają reprezentować.

Często oba te pojęcia są używane zamiennie, ponieważ można spodziewać się podobnych wyników. Zarówno AIC jak i BIC są sposobem na znalezienie równowagi pomiędzy dobrym dopasowaniem a nadmierną złożonością modelu. Zaczynając od kilku parametrów i dodając kolejne, model będzie pasował do danych z próbki bardziej dokładnie, ale również będzie rósł w złożoności i ryzykował nadmiernym dopasowaniem. Analiza rozpoczyna się dla modelu z wieloma parametrami i systematycznie są one eliminowane. Model jest w ten sposób upraszczany i unika się nadmiernego dopasowania. Jednak model będzie również wyjaśniał dane mniej dokładnie i będzie to skutkowało niedostatecznym dopasowaniem.

Współczynnik determinacji skorygowany (ang. *determination coefficient adjusted*) (R^2_{adj}) (wzór 21) - reprezentuje część wariancji zmiennej zależnej, która jest wyjaśniona przez model regresji liniowej. Jest to wynik bezskalowy tzn. niezależnie od tego czy wartości są małe czy duże, wartość R kwadrat będzie mniejsza od jednego.

$$R^2_{adj} = 1 - \left[\frac{(1-R^2) \cdot (n-1)}{n-k-1} \right], \quad (21)$$

W tabeli 14 zaprezentowano analizę wydajności modeli uwzględniającą zestaw uczący i testowy. Analiza jest uszeregowana hierarchicznie pod względem parametrów oceny R^2_{adj} , RMSA, AIC (ważonego), BIC (ważonego).

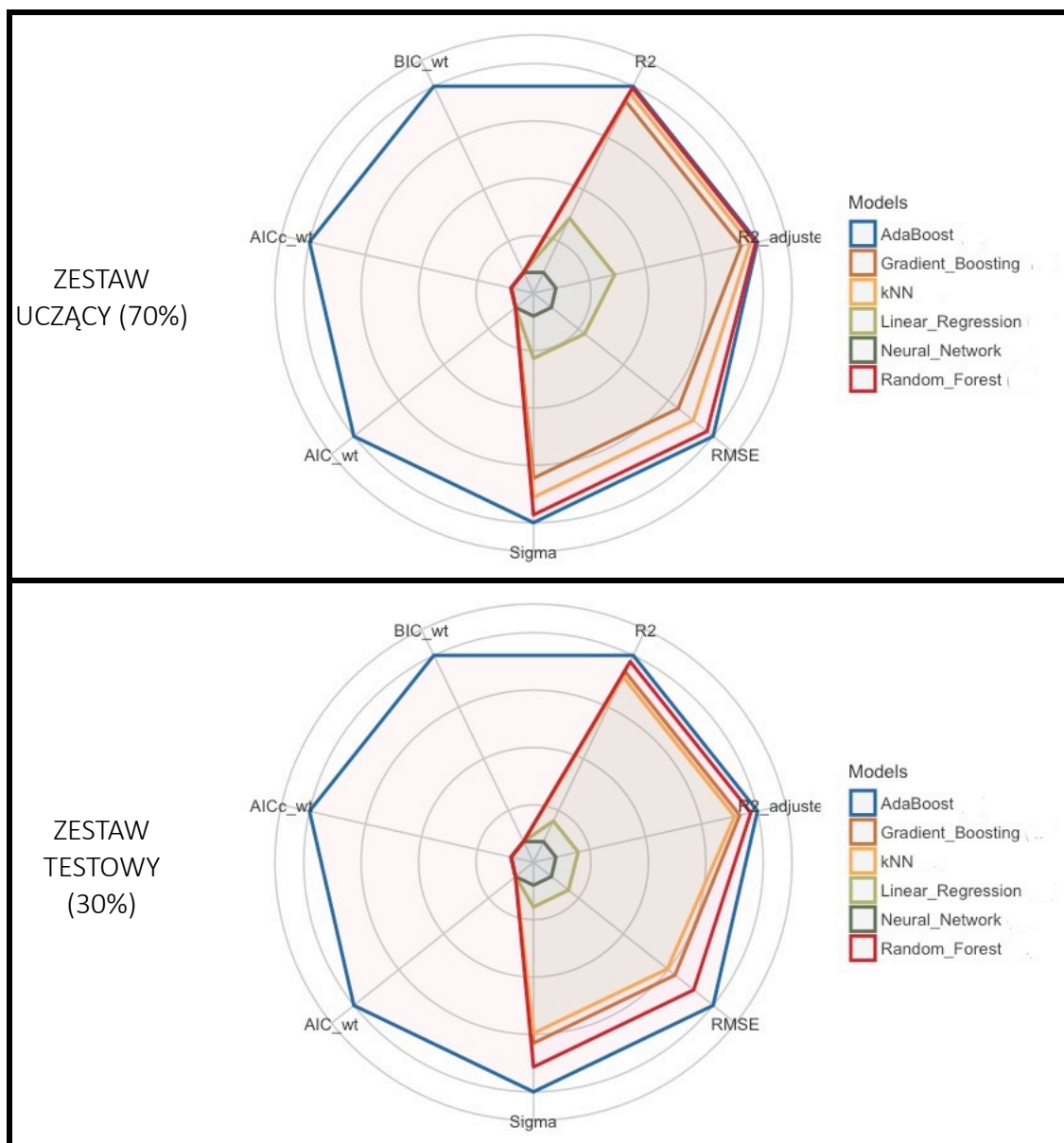
Najwyższy wynik wydajności uzyskano dla algorytmu *AdaBoost*, który uzyskał wydajność na poziomie 100%, kolejny algorytm z wysoką notą to *Random Forest* o wydajności 65.78% oraz *Gradient Boosting* 60.08%. Analogiczne zbliżone rezultaty uzyskano dla zestawu danych testowych.

Tabela 14. Analiza wyników wydajności modeli dla zestawów danych uczącego i testowych.

ZESTAW UCZĄCY (70%)	Model	R^2_{adj}	RMSE	Sigma	AIC (ważone)	BIC (ważone)	Wynik wydajności
AdaBoost	lm	0.997	1.64×10^{-4}	1.64×10^{-4}	1.00	1.00	100.00%
Random Forest	lm	0.995	2.07×10^{-4}	2.08×10^{-4}	0.00	0.00	55.80%
k-NN	lm	0.990	3.04×10^{-4}	3.04×10^{-4}	0.00	0.00	52.60%
Gradient Boosting	lm	0.981	4.10×10^{-4}	4.10×10^{-4}	0.00	0.00	48.67%
Linear Regression	lm	0.854	0.001	0.001	0.00	0.00	14.18%
Neural Network	lm	0.791	0.001	0.001	0.00	0.00	0.00%

ZESTAW TESTOWY (30%)	Model	R^2_{adj}	RMSE	Sigma	AIC (ważone)	BIC (ważone)	Wynik wydajności
AdaBoost	lm	0.998	1.30×10^{-4}	1.30×10^{-4}	1.00	1.00	100.00%
Random Forest	lm	0.994	2.58×10^{-4}	2.59×10^{-4}	0.00	0.00	52.76%
Gradient Boosting	lm	0.984	3.81×10^{-4}	3.82×10^{-4}	0.00	0.00	47.90%
k-NN	lm	0.979	4.32×10^{-4}	4.33×10^{-4}	0.00	0.00	45.81%
Linear Regression	lm	0.853	0.001	0.001	0.00	0.00	6.16%
Neural Network	lm	0.832	0.001	0.001	0.00	0.00	0.00%

Na rysunku 47 zaprezentowano graficzne odzwierciedlenie analizy wydajności poszczególnych modeli.



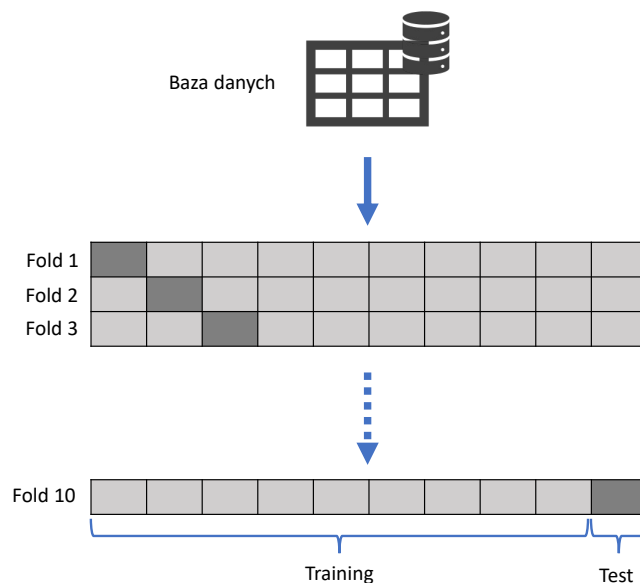
Rysunek 47. Graficzna interpretacja analizy wyników wydajności modeli dla zestawów danych uczącej i testowych.

5.1.4. Tworzenie i ocena modeli dla próby dzielonej metodą Cross Validation

Walidacja krzyżowa (ang. *cross validation*) pomaga w ocenie modeli uczenia maszynowego. Technika ta ma niższą tendencyjność podczas szacowania potencjału predykcyjnego modelu. K-krotna walidacja krzyżowa oznacza, że zbiór danych jest podzielony na K liczb. Dzieli ona zbiór danych w punkcie, w którym zestaw testowy wykorzystuje każdą fałdę (ang. *fold*). Metoda dzieli zbiór danych na k-krotny (rysunek 48). Model używa pierwszego fałdy w pierwszej iteracji do testowania modelu. Pozostałe zbiory danych są wykorzystywane do trenowania modelu. Druga fałda pomaga

w testowaniu zbioru danych, a pozostałe wspierają proces szkolenia. Ten sam proces powtarza się aż do momentu, gdy zestaw testowy wykorzystuje każdą k-krotną fałdę.

Postępując w ten sposób i wykonując procedurę treningową i testową, można otrzymać zestaw błędów z modelu i użyć ich do jego dalszego doskonalenia. Do technik walidacji krzyżowej należą między innymi metody: *Bootstrap Cross-Validation*, *k-fold Cross-Validation* czy *Leave-one-out Cross-Validation*. Ich zastosowanie jest w dużej mierze uzależnione od struktury samych danych. Typowym standardem technik walidacji krzyżowej jest k-krotna walidacja krzyżowa (ang. *k-fold Cross-Validation*), w której wybieramy $k = 10$ fałd, na podstawie których dokonuje się walidacji. Jest to najlepsza proporcja pomiędzy efektywnym wykorzystaniem danych i unikaniem podziałów w danych.



Rysunek 48. Mechanizm funkcjonowania walidacji krzyżowej.

Wraz z licznymi korzyściami płynącymi z algorytmów uczenia maszynowego, model podąża tym samym schematem, aby przewidywać i generować dane o wartościach dyskretnych lub ciągłych. Istotne jest, aby upewnić się, że dane modelu są dokładne i nie są niedopasowane (ang. *underfitting*) lub nadmiernie dopasowane (ang. *overfitting*). Terminy te określają, jak dobrze model jest przeszkolony do przewidywania danych.

Model może generować dokładne przewidywania z nowymi danymi, gdy model jest idealnie dopasowany do zbioru danych. Odpowiedni algorytm dla wytrenowanego zbioru danych może pomóc w wytrenowaniu nowego zbioru danych. Ponadto, jeśli model uczenia maszynowego opiera się na nieprzystosowanym procesie szkolenia, nie

wygeneruje dokładnych danych lub odpowiednich przewidywań. W związku z tym, model nie będzie w stanie przetworzyć ważnych wzorców ze zbiorów danych.


Kiedy model zatrzymuje się w trakcie procesu szkolenia, prowadzi to do niedopasowania. Wskazuje to, że dane wymagają więcej czasu, aby je w pełni przetworzyć. Będzie to miało wpływ na wydajność modelu dla nowych danych. Model nie będzie dawał dokładnych wyników i nie będzie użyteczny.

Efekt nadmiernego dopasowania jest przeciwieństwem efektu niedopasowania w procesie uczenia. Oznacza to, że poza uczeniem się danych i wydobywaniem wzorca, model uczy się więcej niż jest w stanie. Ten stan wskazuje, że dane będą przechwytywać szum, co prowadzi do generalizacji modelu dla nowych danych. Szum to nieistotne dane, które wpływają na wynik predykcji przy napotkaniu nowych danych.

Wyniki walidacji zestawów danych uczącego i testowego zaprezentowano w tabeli 15, najwyższy współczynnik dopasowania uzyskano nadal dla algorytmu *AdaBoost*, $R^2 = 0.988$ dla zestawu uczącego i 0.986 dla zestawu testowego. Zbliżone wyniki na poziomie współczynnika determinacji 0.987 i 0.980 uzyskano dla algorytmów *Random Forest*. Najwyższy błąd RMSE (0.0017) i jednocześnie najniższy współczynnik determinacji uzyskano dla *Neural Network*, średnio wynoszący 0.805 .

Tabela 15. Wyniki estymacji dla zestawów danych uczącego i testowych.

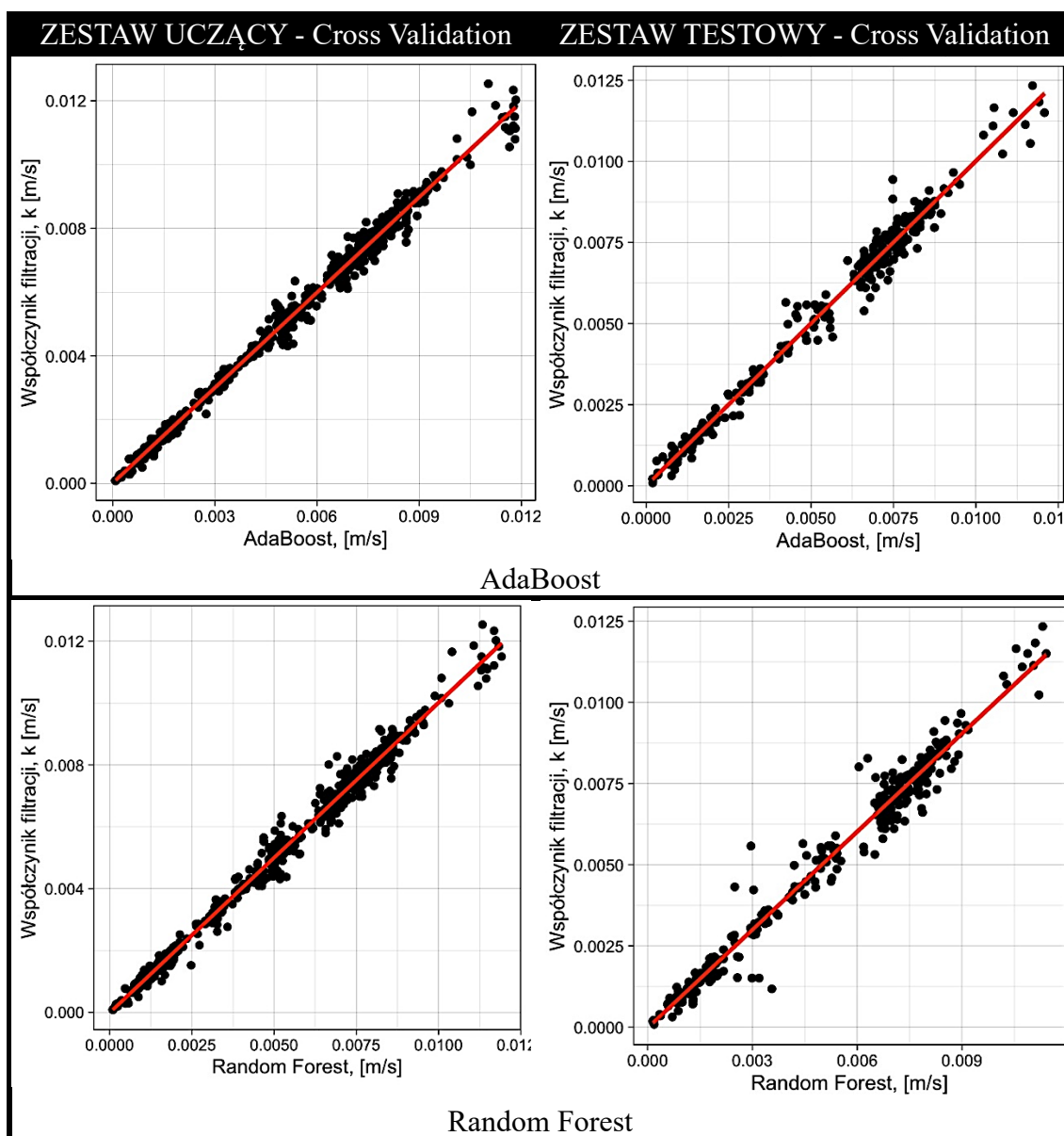
<i>Cross Validation – Zestaw uczący</i>				
Algorytm	MSE	RMSE	MAE	R^2
AdaBoost	5.25×10^{-8}	2.29×10^{-4}	1.47×10^{-4}	0.994
Random Forest	1.16×10^{-7}	3.40×10^{-4}	1.70×10^{-4}	0.987
k-NN	1.95×10^{-7}	4.41×10^{-4}	2.64×10^{-4}	0.979
Gradient Boosting	2.27×10^{-7}	4.77×10^{-4}	3.30×10^{-4}	0.975
Linear Regression	1.36×10^{-6}	1.17×10^{-3}	8.00×10^{-4}	0.851
Neural Network	1.93×10^{-6}	1.39×10^{-3}	1.03×10^{-3}	0.788

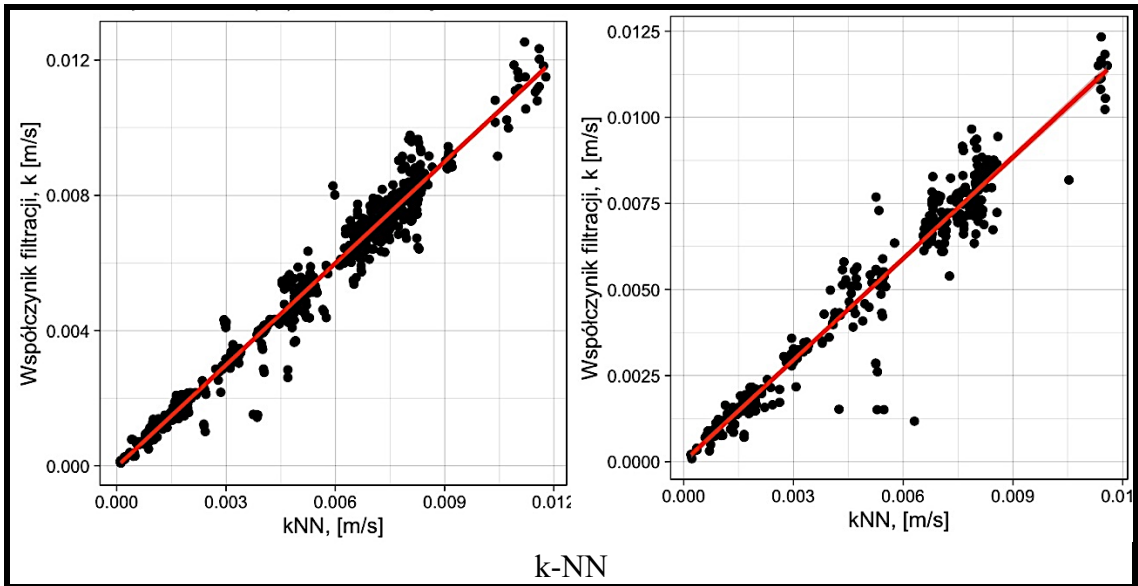


<i>Cross Validation – Zestaw testowy</i>				
Algorytm	MSE	RMSE	MAE	R^2
AdaBoost	1.29×10^{-7}	3.59×10^{-4}	2.15×10^{-4}	0.986
Random Forest	1.84×10^{-7}	4.28×10^{-4}	2.53×10^{-4}	0.980
k-NN	2.84×10^{-7}	5.33×10^{-4}	3.54×10^{-4}	0.969

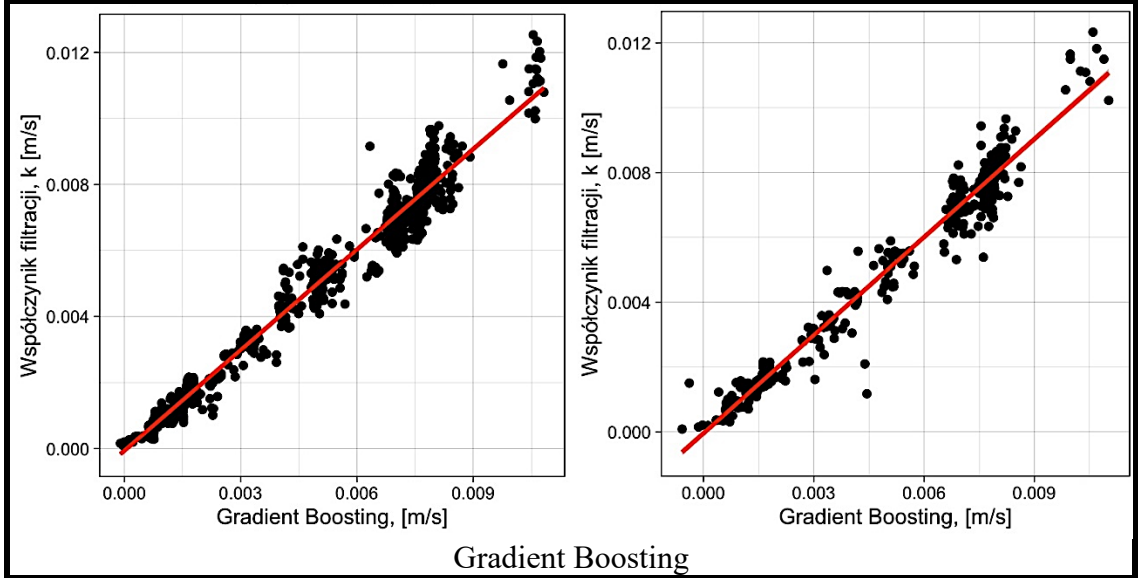
Gradient Boosting	4.46×10^{-7}	6.68×10^{-4}	3.64×10^{-4}	0.952
Linear Regression	1.46×10^{-6}	1.21×10^{-3}	8.15×10^{-4}	0.844
Neural Network	1.66×10^{-6}	1.29×10^{-3}	9.11×10^{-4}	0.822

Na rysunku 49 zaprezentowano zestawienie wyników dopasowania predykcji poszczególnych modeli do obserwacji. W tym celu zastosowano zależność regresji liniowej, gdzie o dobrej wzajemnej korelacji danych świadczy ich skupienie możliwie jak najbliżej linii regresji (linia czerwona). Najlepsze dopasowanie zaobserwowano dla algorytmów *AdaBoost* oraz *Random Forest*. Jest to zgodne z wcześniejszymi wynikami analizy błędów oraz współczynników determinacji (tabela 15).

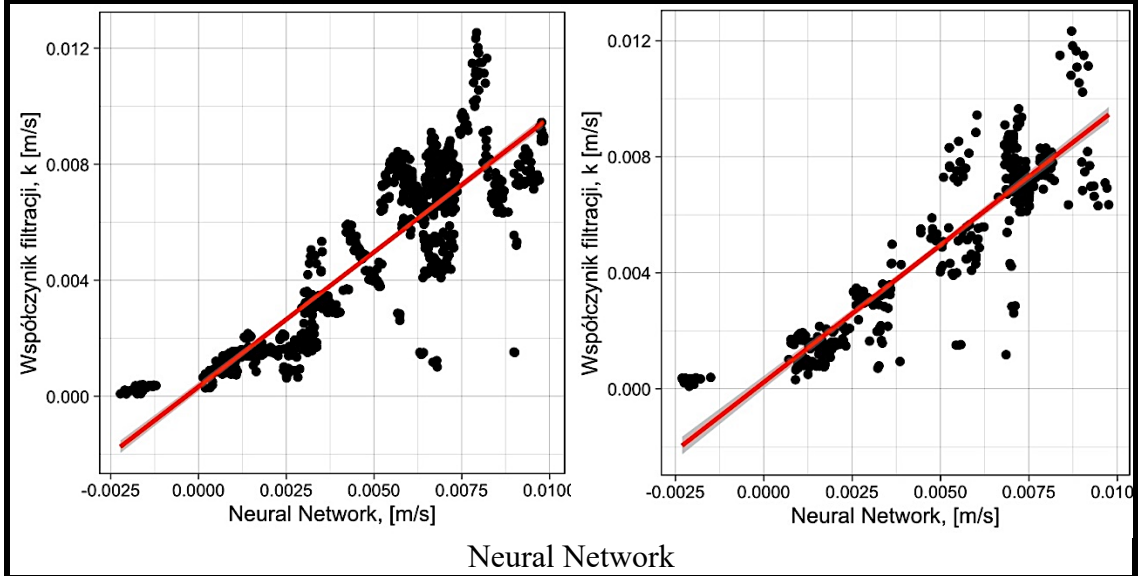




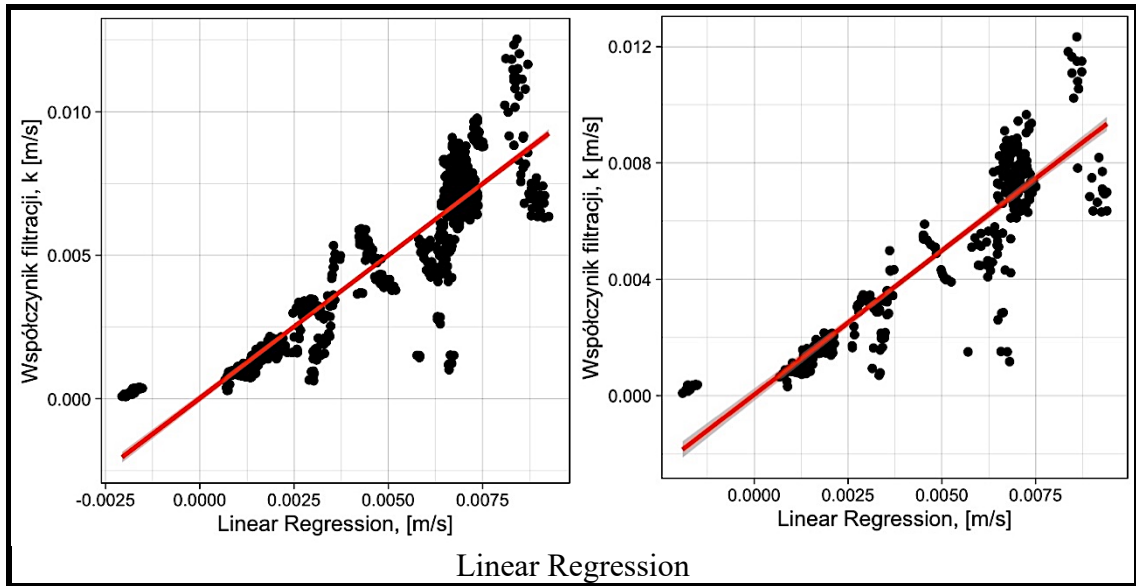
k-NN



Gradient Boosting



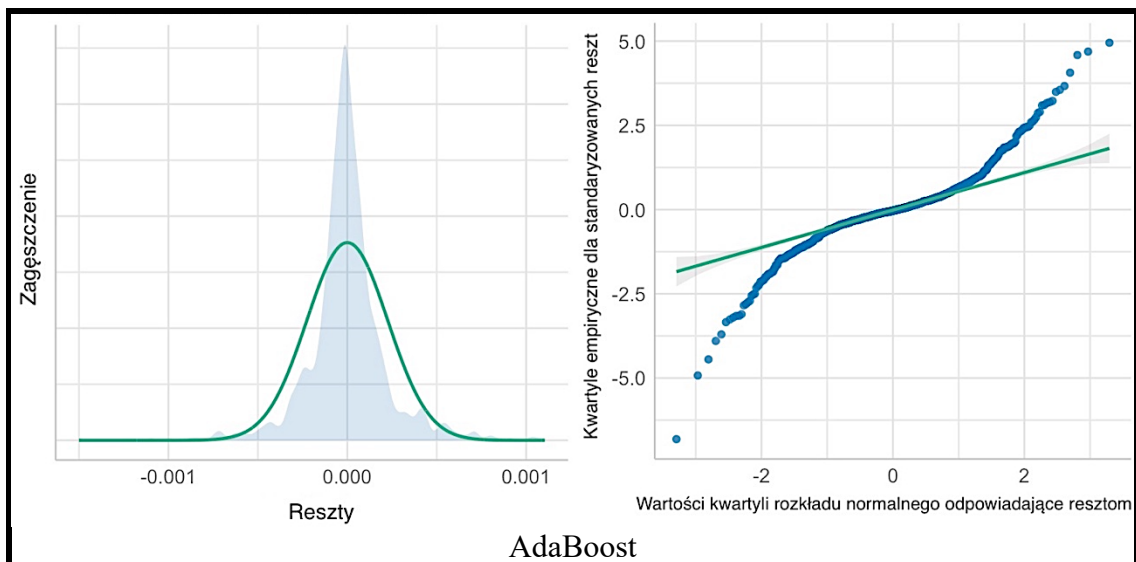
Neural Network

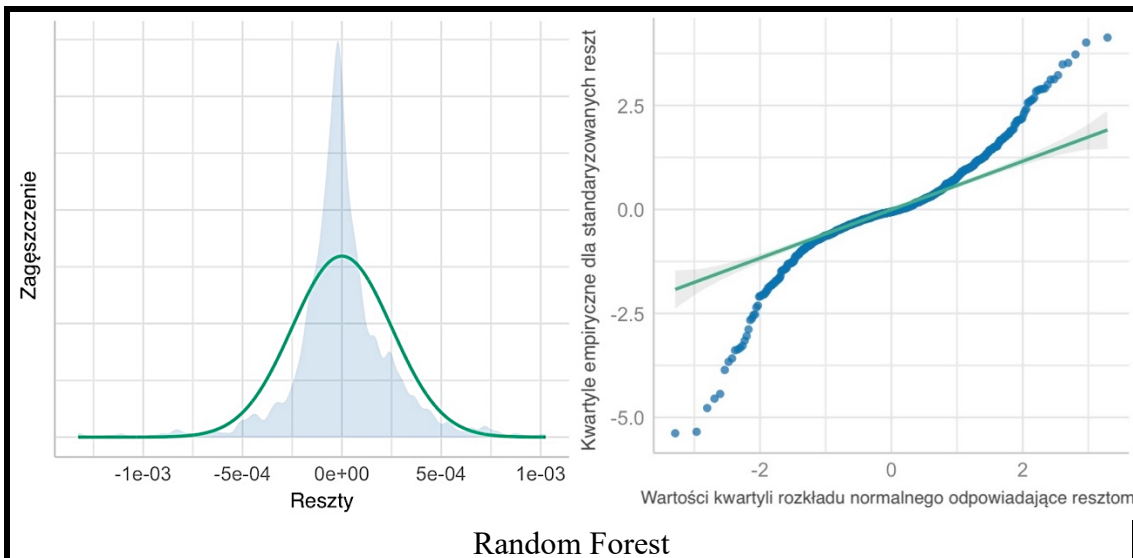


Rysunek 49. Porównanie wyników modelowania z obserwacjami.

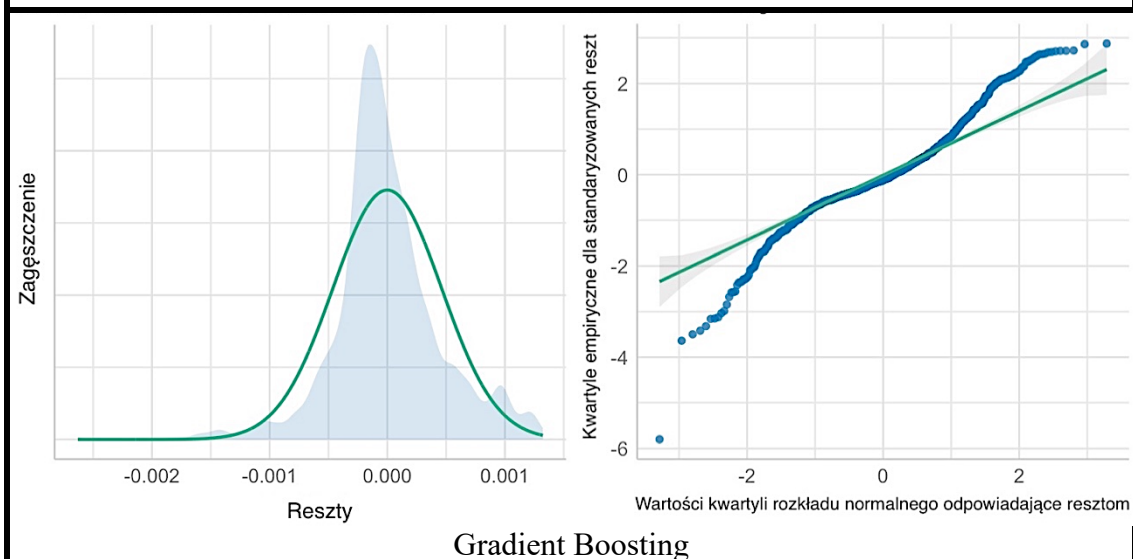
Analiza rozkładu normalności reszt wraz wykresem kwartył-kwartył (Q-Q plot)

Charakter rozkładu reszt dla modeli zinterpretowano na podstawie danych dotyczących rozkładu zagęszczenia i wykresów Q-Q dla rozkładu normalnego. Wykresy ilustrujące rozkład reszt dla poszczególnych analiz przeprowadzono dla wszystkich algorytmów, na rysunku 50 i 51.

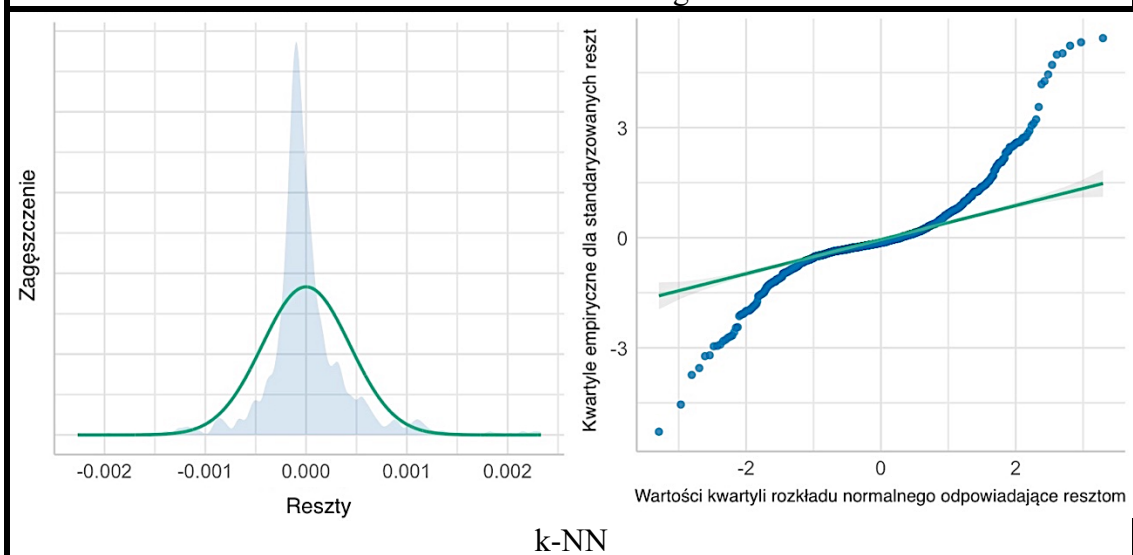




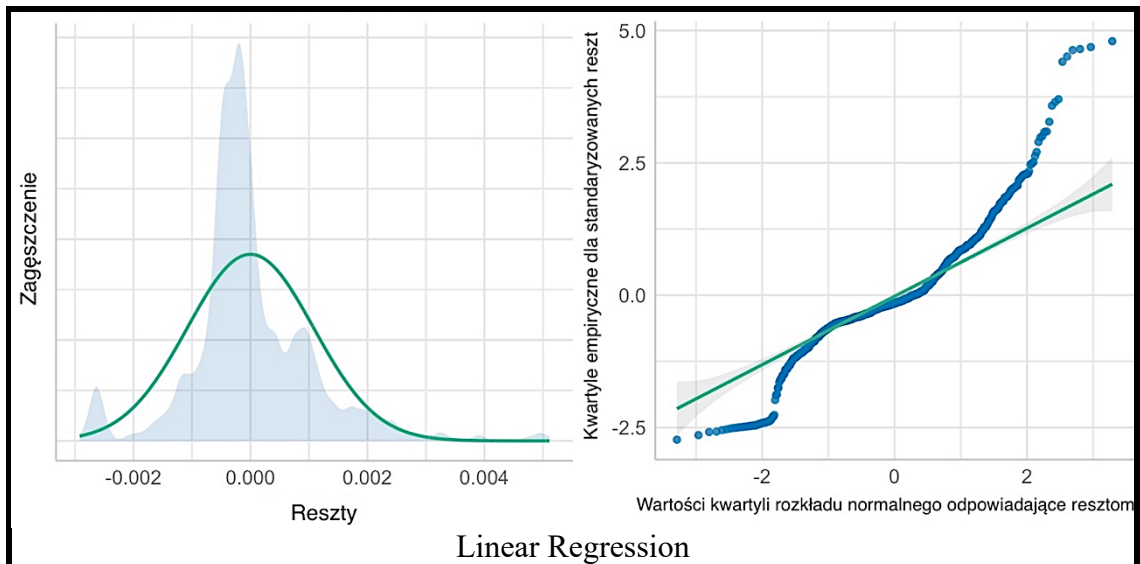
Random Forest



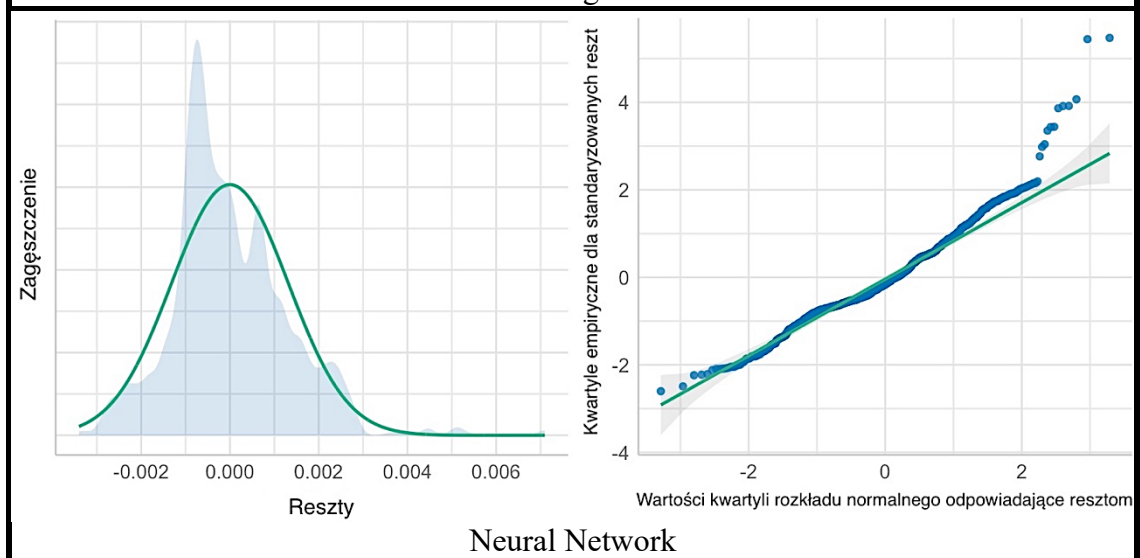
Gradient Boosting



k-NN

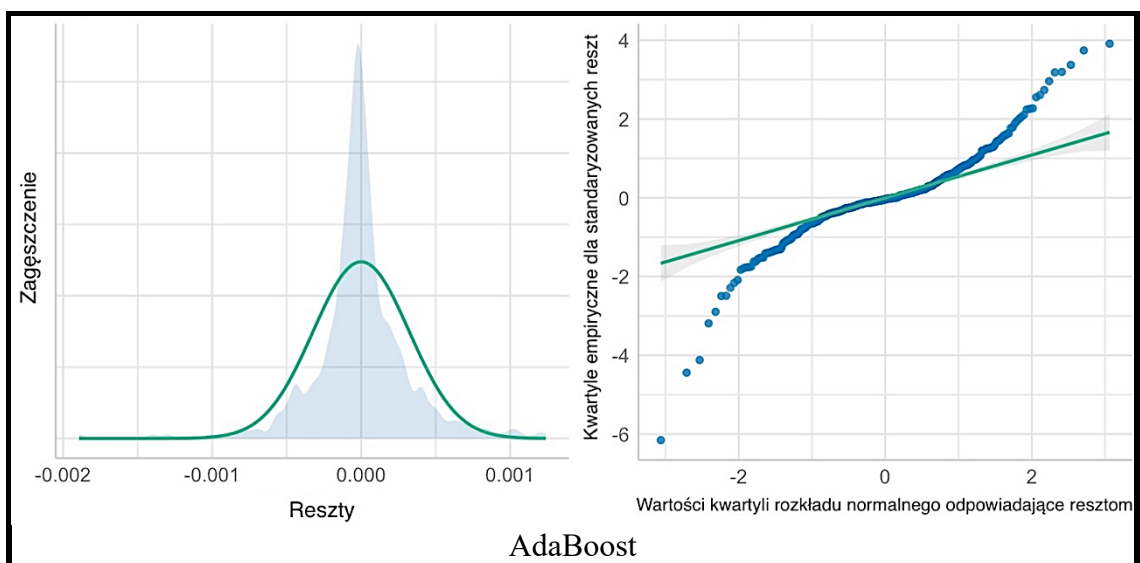


Linear Regression

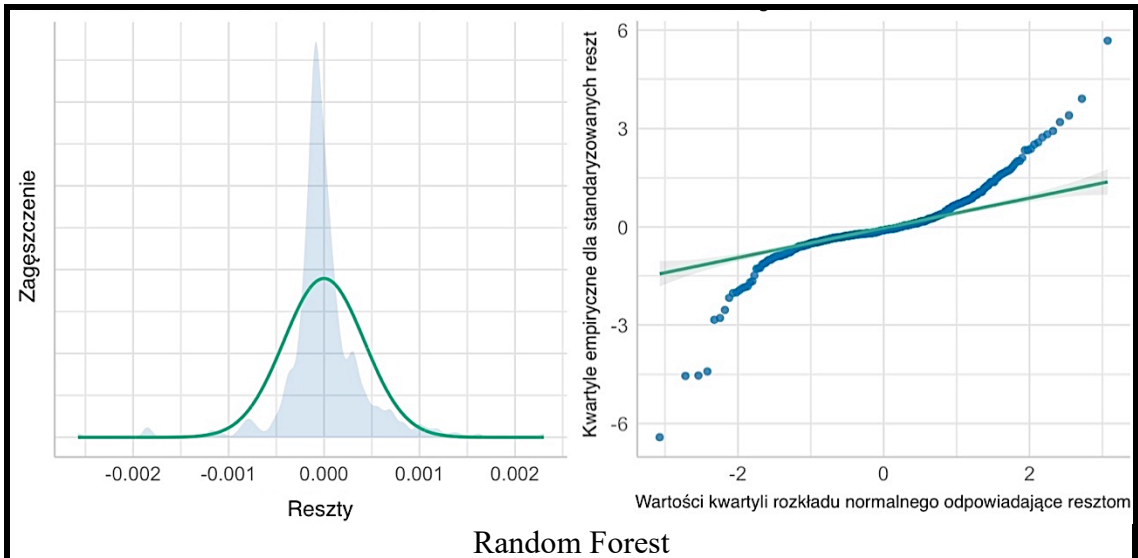


Neural Network

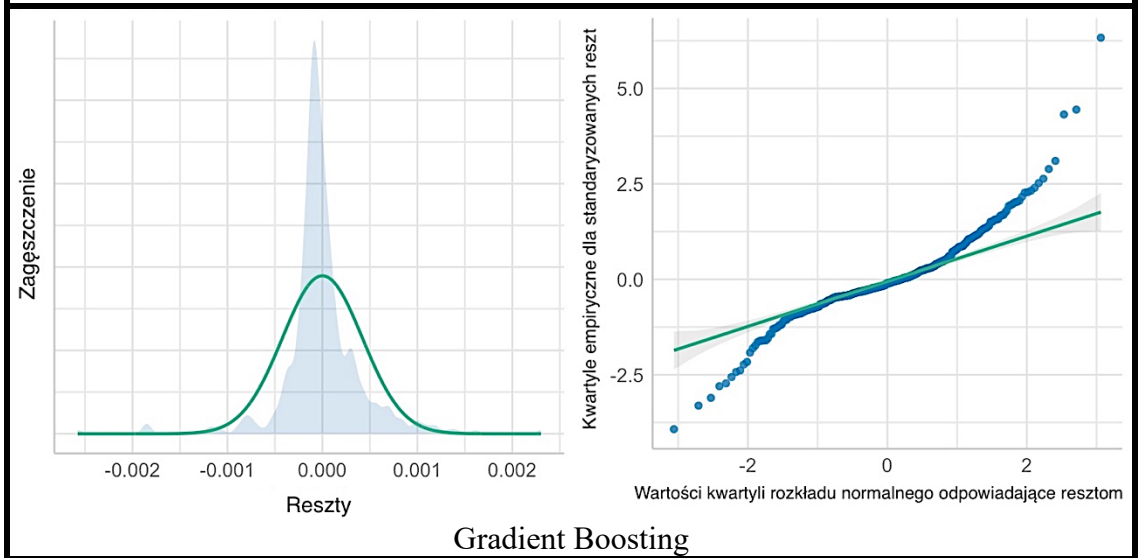
Rysunek 50. Wykresy normalności rozkładu reszt histogram zagęszczenia reszt (po lewej) i QQ-plot (po prawej) dla poszczególnych modeli faza treningowa – Cross Validation.



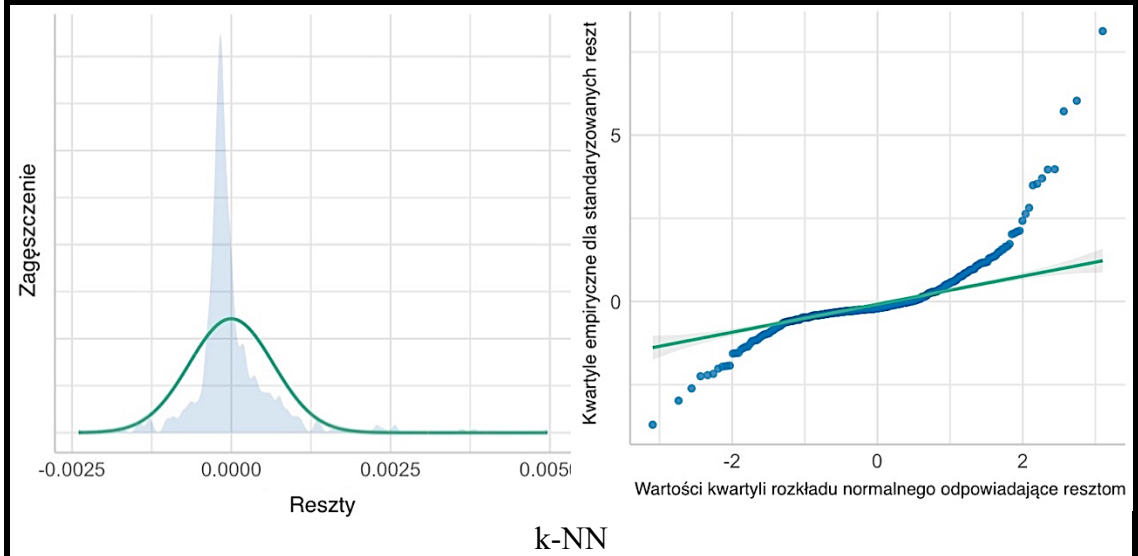
AdaBoost



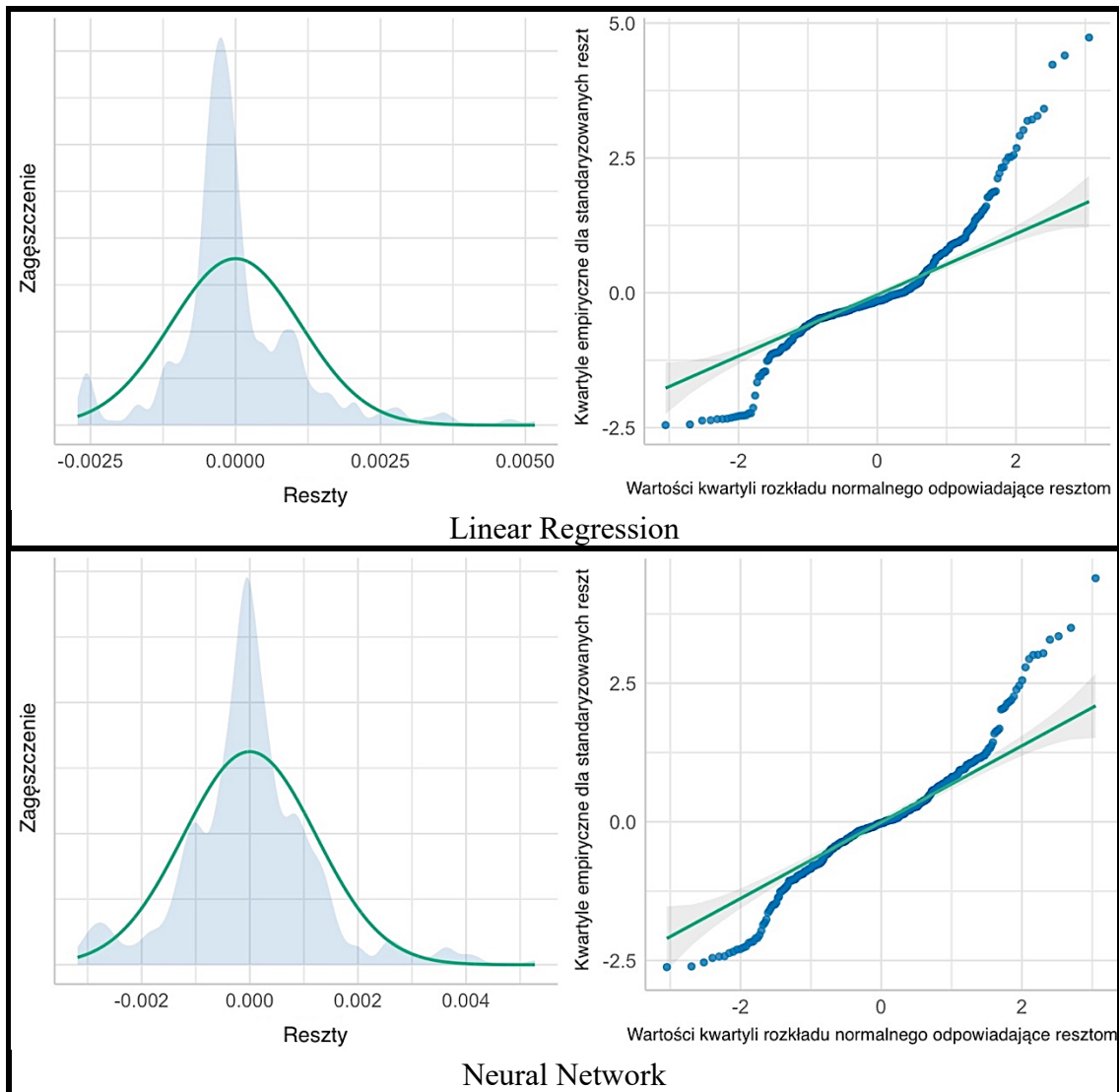
Random Forest



Gradient Boosting



k-NN



Rysunek 51. Wykresy normalności rozkładu reszt histogram zagęszczenia reszt (po lewej) i QQ-plot (po prawej) dla poszczególnych modeli faza testowa – Cross Validation.

Histogram rozkładu reszt modelu powstałego na bazie algorytmu *AdaBoost* pozwala wnioskować o dużej równomierności rozkładu reszt w próbie walidacyjnej, koncentracja reszt skupia się wokół wartości zero i jest położona centralnie zarówno dla fazy uczącej jak i testowej. Algorytm *Random Forest*, gorzej radzi sobie z predykacją wartości odstających od ogólnego trendu badanych wyników, świadczy o tym prawostronnym przesunięciu usytuowania rozkładu. Ta kwestia podlegać będzie jeszcze weryfikacji w przy analizie wpływowych wartości. Ponad to, wykres Q-Q wskazuje na lewostronne wydłużenie rozkładu reszt. Algorytm *Gradient Boosting* uzyskał podobny rozkład choć o większej symetrii rozkładu.

Dla pozostałych algorytmów zakres przedziału rozkładu reszt jest znacznie większy niż w przypadku wcześniej opisanych algorytmów jednak wpisują się one w charakter rozkładu normalnego. Choć nie jest to jednoznaczne w przypadku algorytmów *Neural*

Network oraz *Linear Regression* gdzie rozkład reszt na histogramie jest asymetryczny, nierównomiernie rozłożony i nieciągły. W związku z powyższym należy przeprowadzić dalszą analizę kurtozy i skośności, które zaprezentowano w tabeli 16.

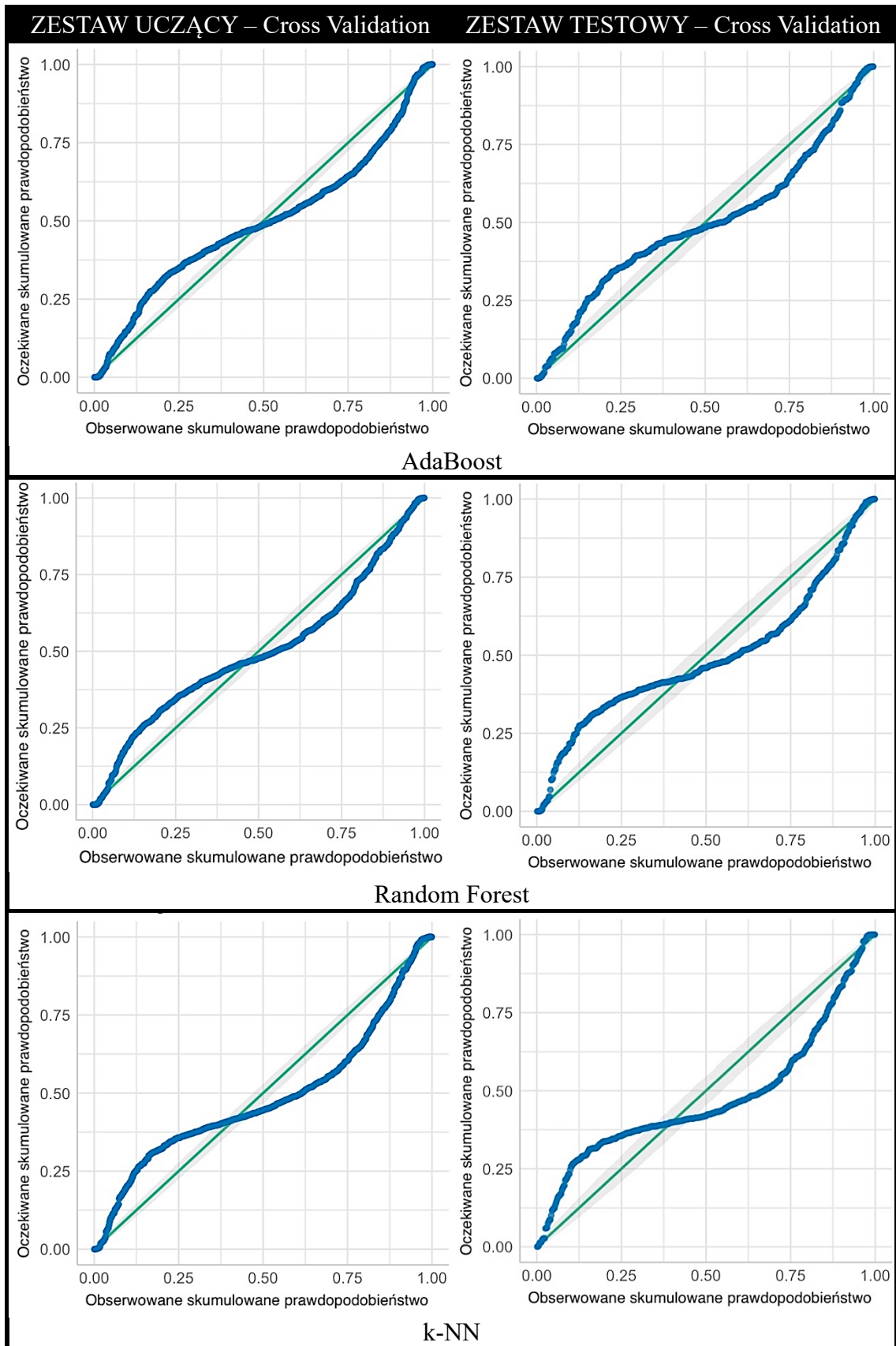
Największa koncentracja reszt wystąpiła w przypadku *Neural Network* najmniejsza w przypadku *Gradient Boosting*. Można powiedzieć, że znaczna część obserwacji w przypadku *AdaBoost*, *Random Forest*, *k-NN* i *Gradient Boosting* jest podobna do siebie a obserwacji znacznie różniących się od średniej jest mało, mamy tu do czynienia z rozkładami leptokurtycznymi. Analiza wyników skośności świadczy o małej skośności uzyskanych wyników i niskiej asymetrii rozkładów. W przypadku *Linear Regression* i *Neural Network* uzyskano wyniki ujemne świadczące o występowaniu w ich przypadku lewostronnej asymetrii rozkładu, w pozostałych o asymetrii prawostronnej.

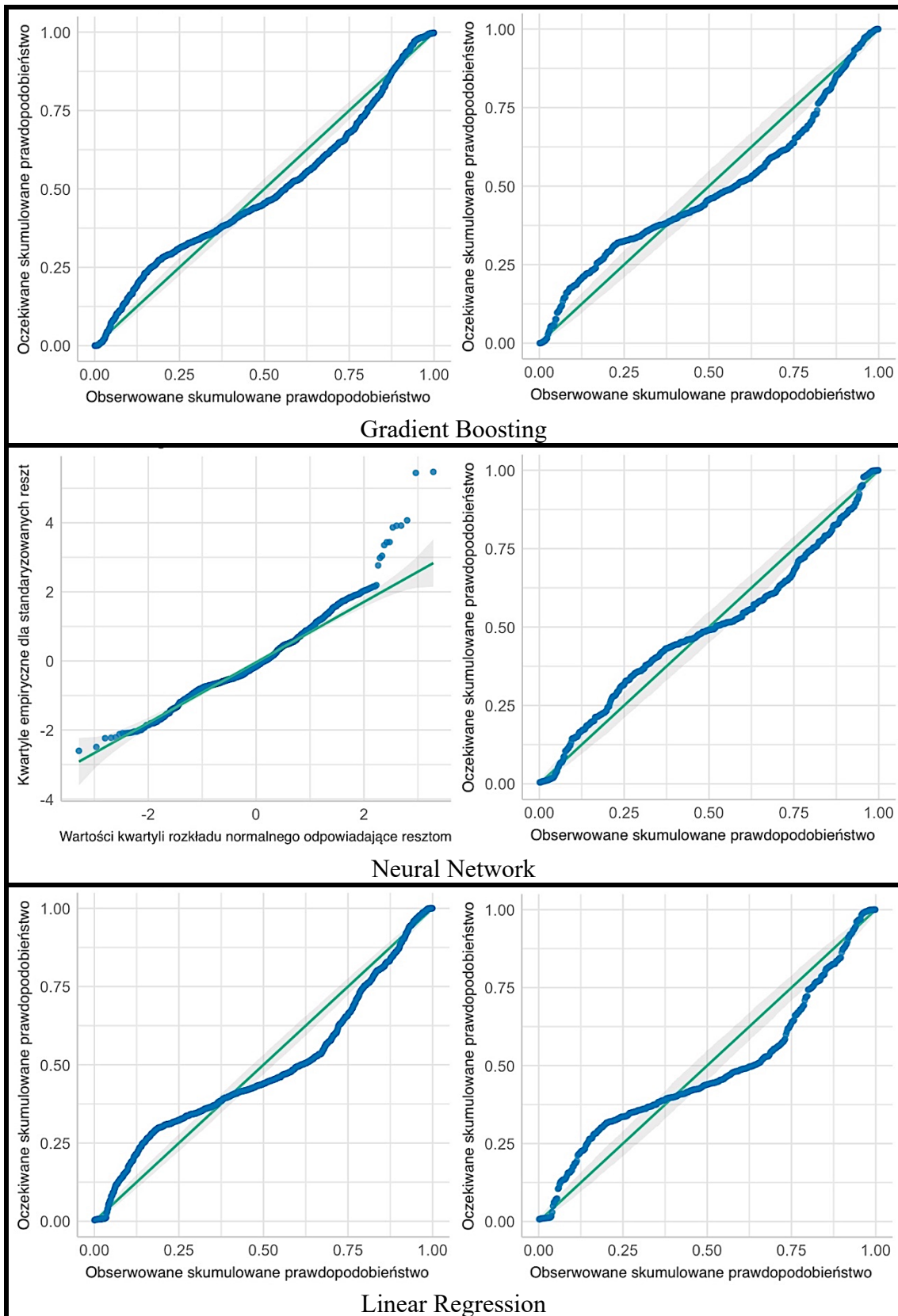
Tabela 16. Wyniki kurtozy i skośności estymacji dla walidacji.

	KURTOZA SKOŚNOŚĆ	
	Cross Validation – Trening	
Neural Network	1.926	-0.1065
AdaBoost	1.757	0.2658
k-NN	1.716	0.2195
Linear Regression	1.765	-0.2016
Random Forest	1.731	0.2541
Gradient Boosting	1.546	0.1641
	Cross Validation – Test	
Neural Network	1.862	-0.0932
AdaBoost	1.778	0.3157
k-NN	1.792	0.2896
Linear Regression	1.755	-0.1375
Random Forest	1.678	0.2822
Gradient Boosting	1.550	0.1931

Analiza oczekiwanego skumulowanego prawdopodobieństwa reszt (P-P plot)

Wykresy normalności rozkładu reszt (P-P plot) dla poszczególnych modeli przedstawiono na wykresie 52. Obserwując rozkład wartości obserwowanych względem oczekiwanych, największą symetrię rozkładu obserwujemy w przypadku algorytmu *AdaBoost*, nieco mniejszą w przypadku *Random Forest* i *k-NN*. W przypadku pozostałych algorytmów zaobserwowano brak równomierności rozkładu wartości, a sam rozkład jest nieciągły (patrz *Linear Regression*).

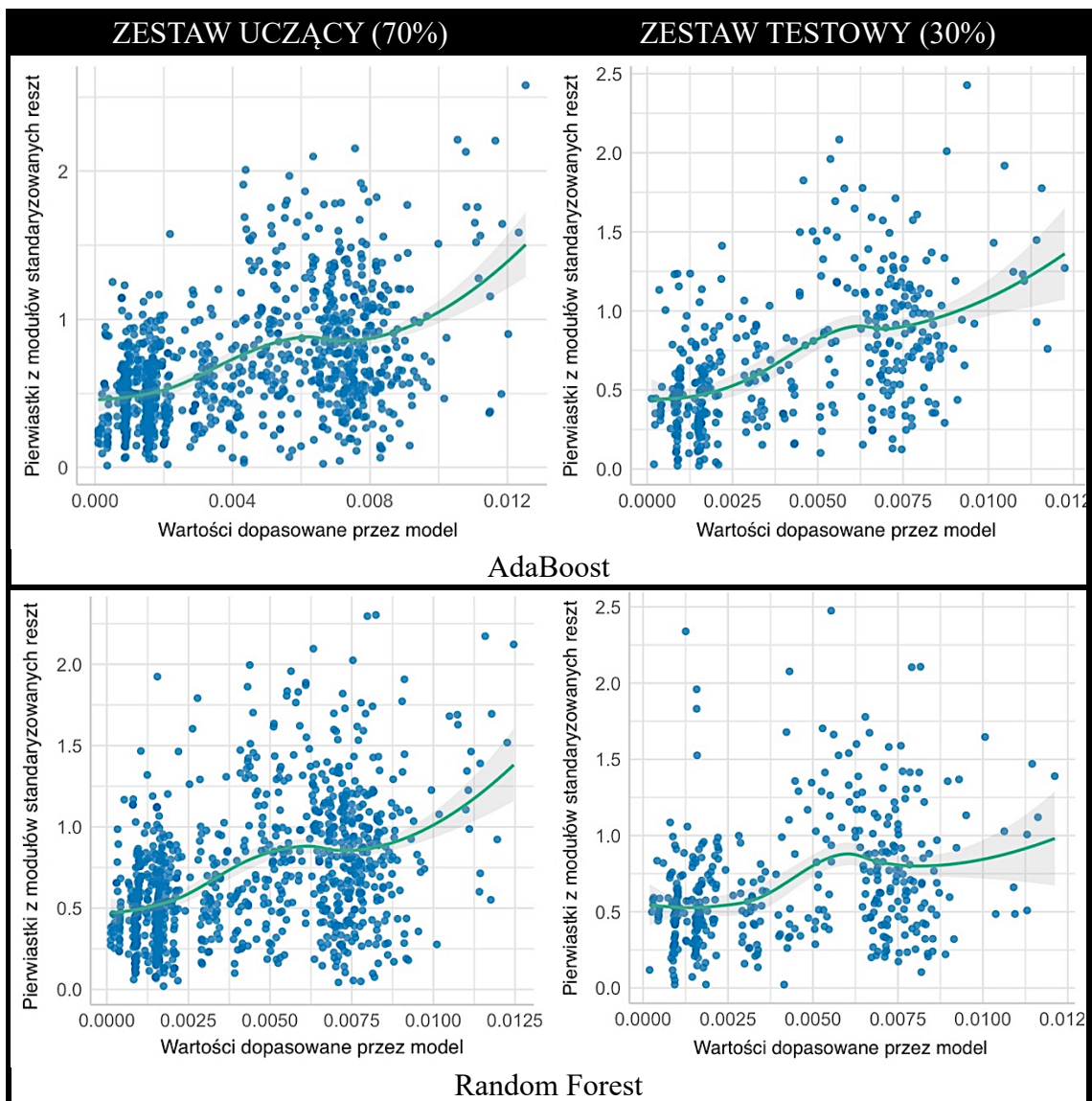


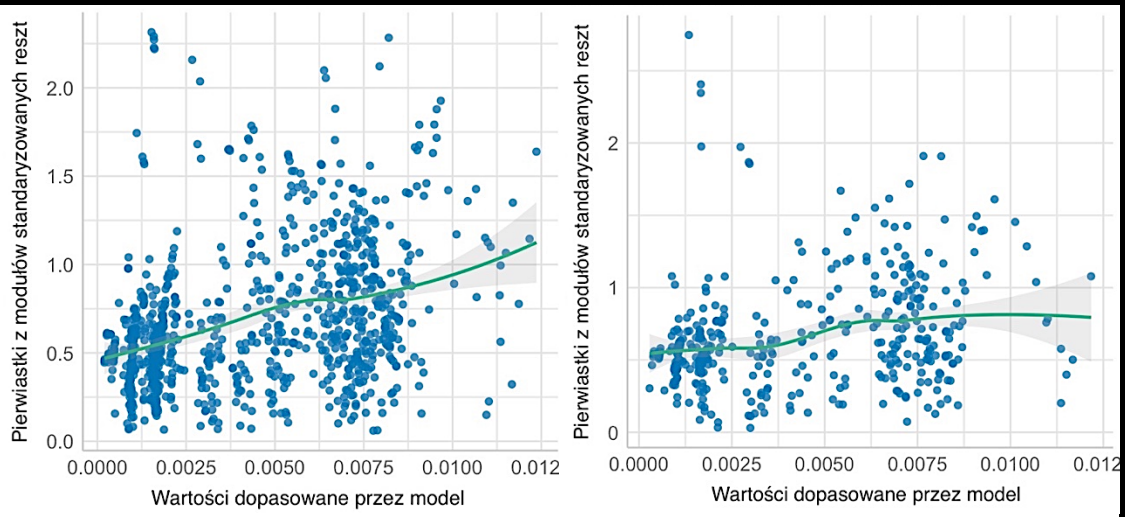


Rysunek 52. Wykresy normalności rozkładu reszt (P-P plot) dla poszczególnych modeli.

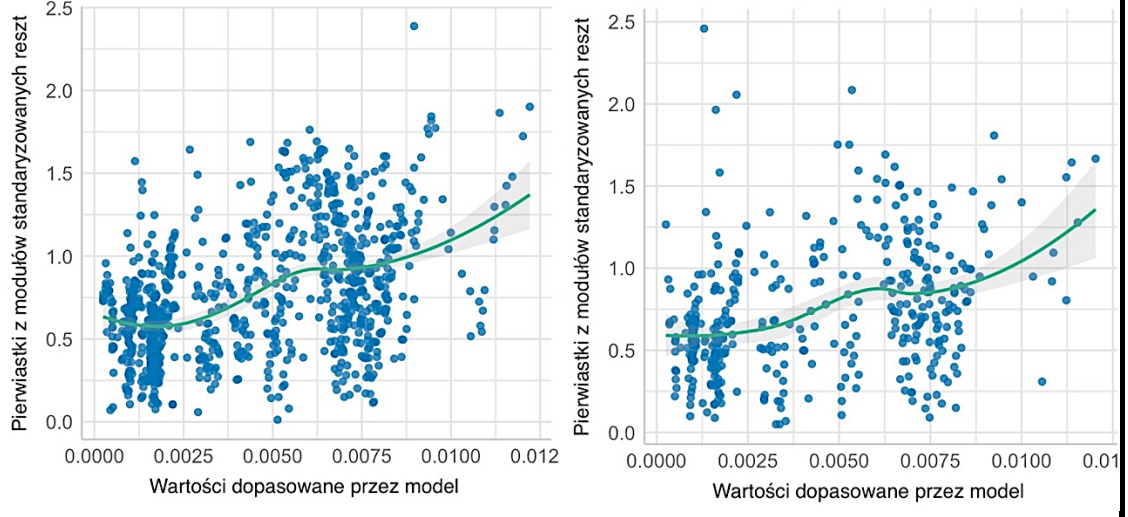
Analiza hetroskedestyczności

Obserwując wykresy pierwiastków z modułów standardowych reszt (rysunek 53), kształt wachlarza lub stożka wskazuje na możliwość wystąpienia heteroskedastyczności. Problem heteroskedestyczności został już wcześniej omówiony w przypadku rozpatrywanych danych dla zestawu uczącego i testowego odrzucono hipotezę o możliwej autokorelacji reszt dla wszystkich analizowanych algorytmów. W tym przypadku mamy do czynienia z dużą niejednorodnością zbioru danych z uwagi na występowanie w zbiorze materiałów o różnej charakterystyce parametrów fizycznych różniących się od siebie znacząco. Aby potwierdzić brak występowania autokorelacji reszt w próbie walidacyjnej wykonano dalsze testy zaprezentowane w tabeli 17.

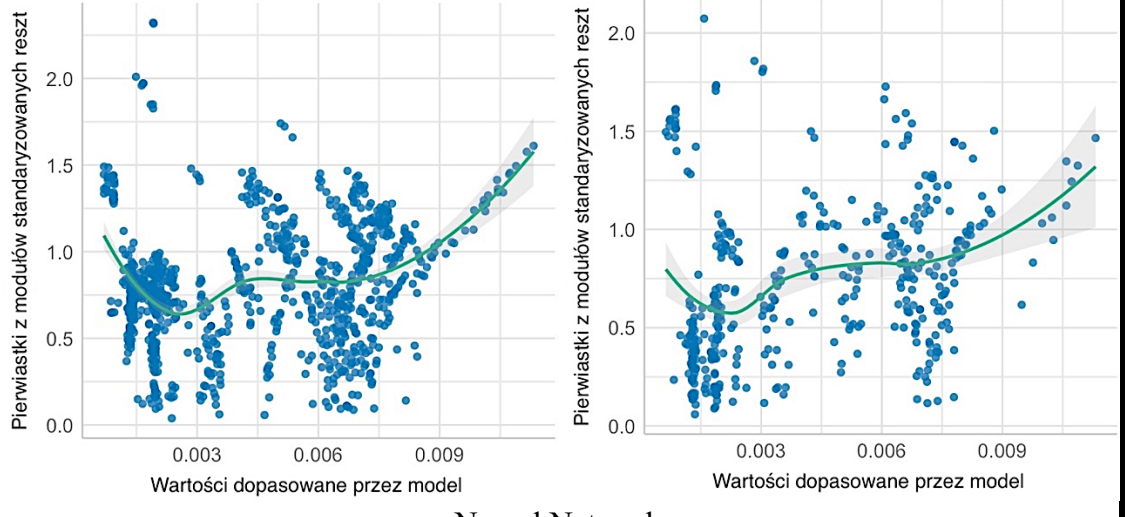




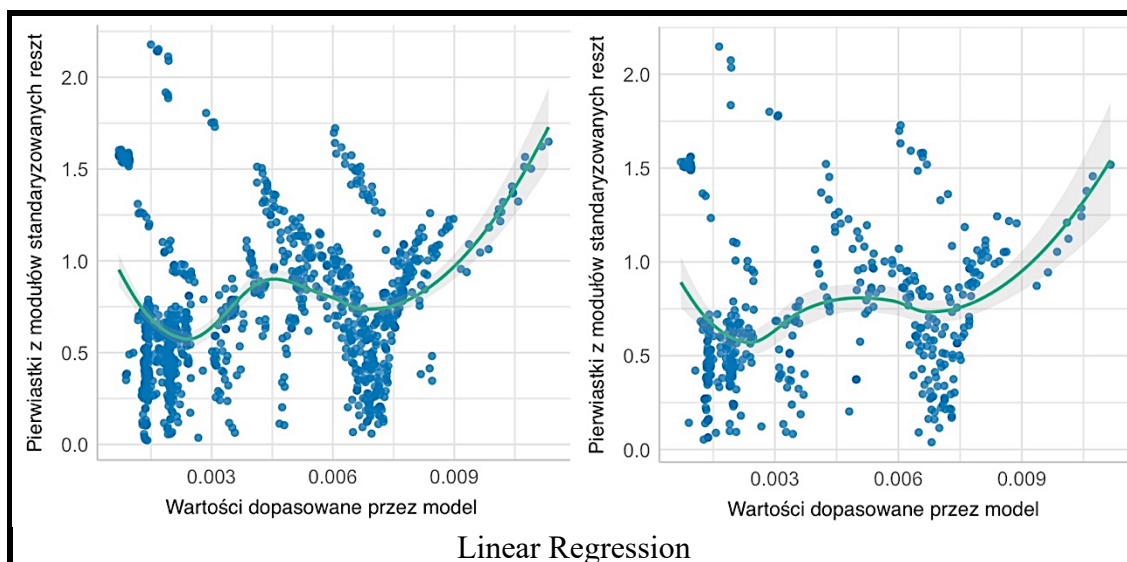
k-NN



Gradient Boosting



Neural Network



Rysunek 53. Wykresy heteroscedastyczności dla poszczególnych modeli.

W tabeli 17 znajdują się wyniki testów Breuscha-Pagana, Durбина-Watsona oraz Breusch-Godfrey na autokorelację reszt. Wyniki testu Breuscha-Pagana pozwoliły stwierdzić występowanie heteroskedastyczności we wszystkich modelach poza *Linear Regression* oraz *Neural Network*. Test Durбина-Watsona na poprawności doboru zmiennych w modelu wykazał, że wyniki otrzymane dla poszczególnych modeli w większości oscylują wokół wartości $DW=2$, co wskazuje na niejednoznaczny wynik występowania autokorelacji w rozkładzie reszt. Wyjątkiem są algorytmy *AdaBoost*, *Random Forest* oraz *k-NN* dla których wyniki testu znacząco przewyższają $DW=2$ co przemawia za odrzuceniem hipotezy o autokorelacji reszt. Dla pozostałych modeli wykonano dodatkowo test Breucha-Godfrey w celu wykluczenia autokorelacji. Test Breucha-Godfrey, potwierdził to, że w przypadku wszystkich modeli występują p-value większe od 0.05 co pozwala odrzucić hipotezę o występowaniu autokorelacji dla badanych modeli.

Tabela 17. Wyniki testów Breuscha-Pagana, Durбина-Watsona oraz Breusch-Godfrey na autokorelację reszt.

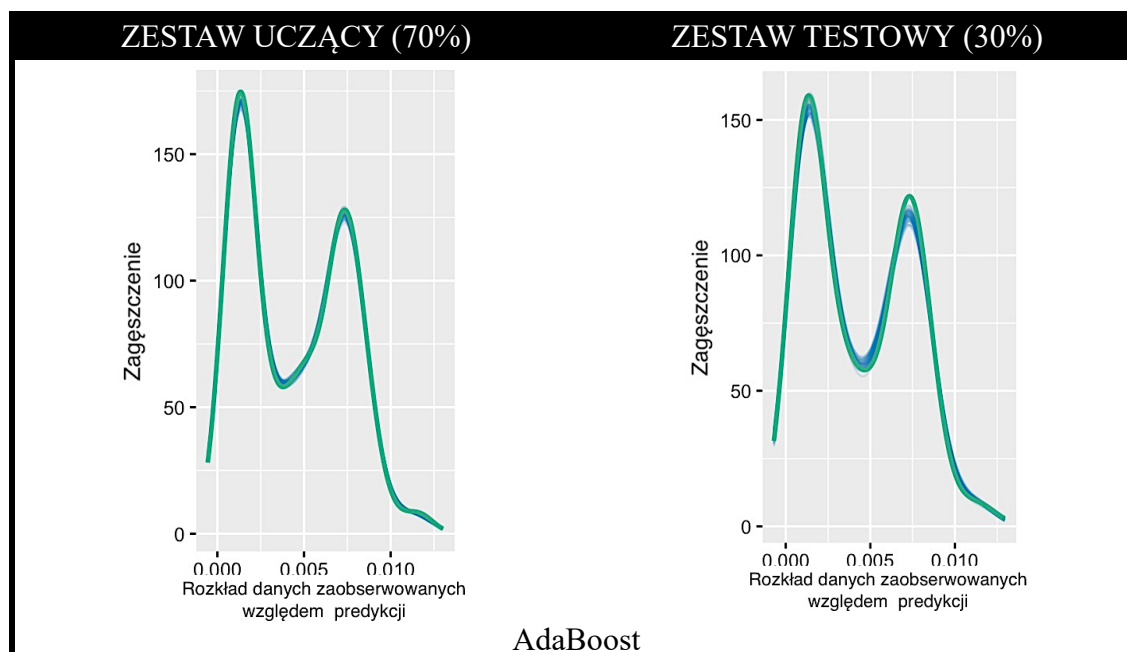
Cross Validation	Test Breuscha-Pagana			Test Durbin-Watson		Test Breusch-Godfrey		
	BP	df	p-value	DW	p-value	LM test	df	p-value
TRENING								
AdaBoost	95.005	1	$<2.2 \times 10^{-16}$	2.047	0.766	0.536	1	0.464
Random Forest	73.911	1	$<2.2 \times 10^{-16}$	2.046	0.760	0.535	1	0.465
k-NN	17.502	1	2.87×10^{-5}	2.133	0.980	0.417	1	0.538
Gradient Boosting	124.530	1	$<2.2 \times 10^{-16}$	2.021	0.627	0.159	1	0.690
Neural Network	2.398	1	1.22×10^{-1}	1.966	0.299	0.252	1	0.615

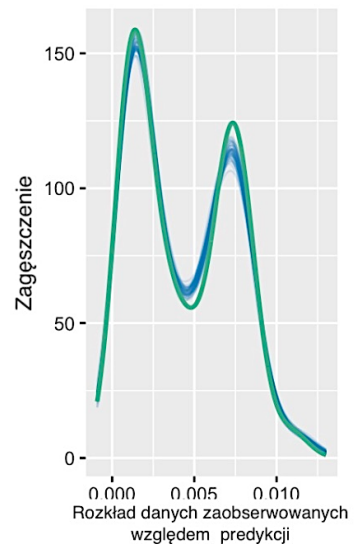
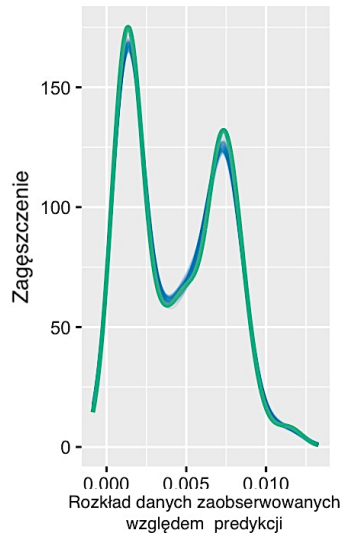
Linear Regression	0.475	1	4.91×10^{-1}	2.0594	0.821	0.861	1	0.354
-------------------	-------	---	-----------------------	--------	-------	-------	---	-------

TEST	Test Breuscha-Pagana			Test Durbin-Watson		Test Breusch-Godfrey		
	BP	df	p-value	DW	p-value	LM test	df	p-value
AdaBoost	36.947	1	1.21×10^{-9}	2.072	0.768	0.015	1	0.901
Random Forest	7.049	1	7.93×10^{-3}	1.975	0.399	0.065	1	0.798
k-NN	0.140	1	7.09×10^{-1}	1.836	0.048	2.745	1	0.097
Gradient Boosting	8.259	1	4.06×10^{-3}	1.939	0.268	0.379	1	0.538
Neural Network	0.197	1	6.57×10^{-1}	2.065	0.745	0.433	1	0.511
Linear Regression	0.161	1	6.88×10^{-1}	2.110	0.869	1.254	1	0.263

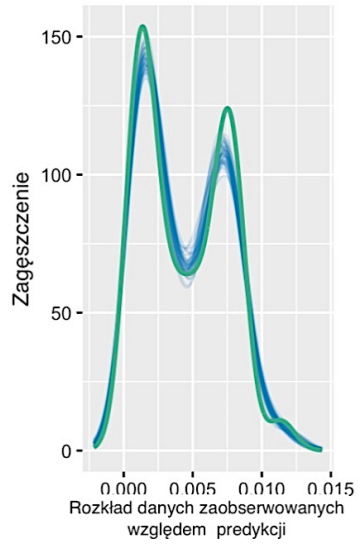
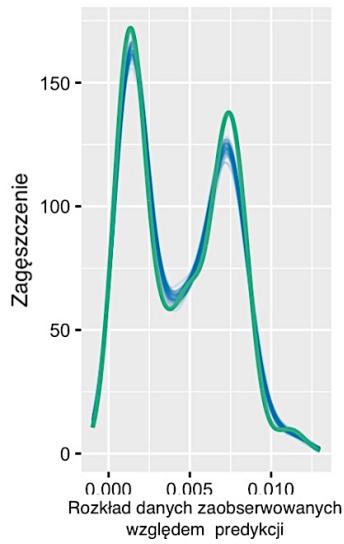
Analiza danych zaobserwowanych względem predykcji

Kontrola predykcyjna z wyprzedzeniem (rysunek 54) weryfikuje dopasowanie danych przewidywalnych przez poszczególne algorytmy na modele dostosowane do danych empirycznych. Najlepsze dopasowanie do wyników badań uzyskały algorytmy *AdaBoost* oraz *Random Forest*. W przypadku modeli *k-NN* oraz *Gradient Boosting* można zaobserwować słabszą odporność modeli na dane odstające od głównego trendu zagęszczenia. Pozostałe dwa algorytmy – *Neural Network* oraz *Linear Regression* w odniesieniu do pozostałych algorytmów uzyskały gorsze rezultaty co jest widoczne w postaci znacznego odchylenia od głównej osi trendu.

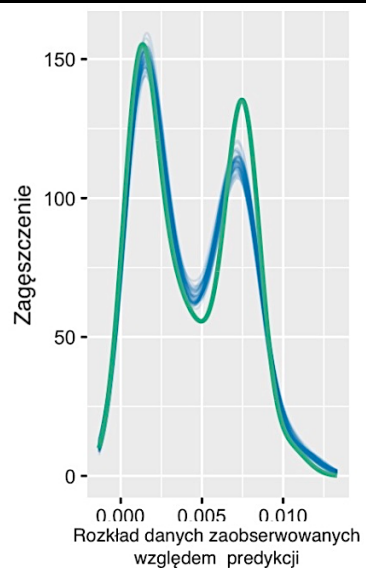
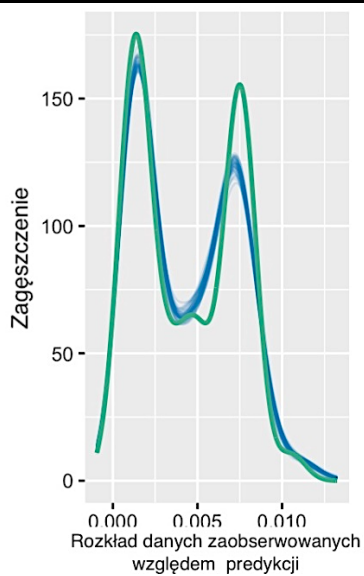




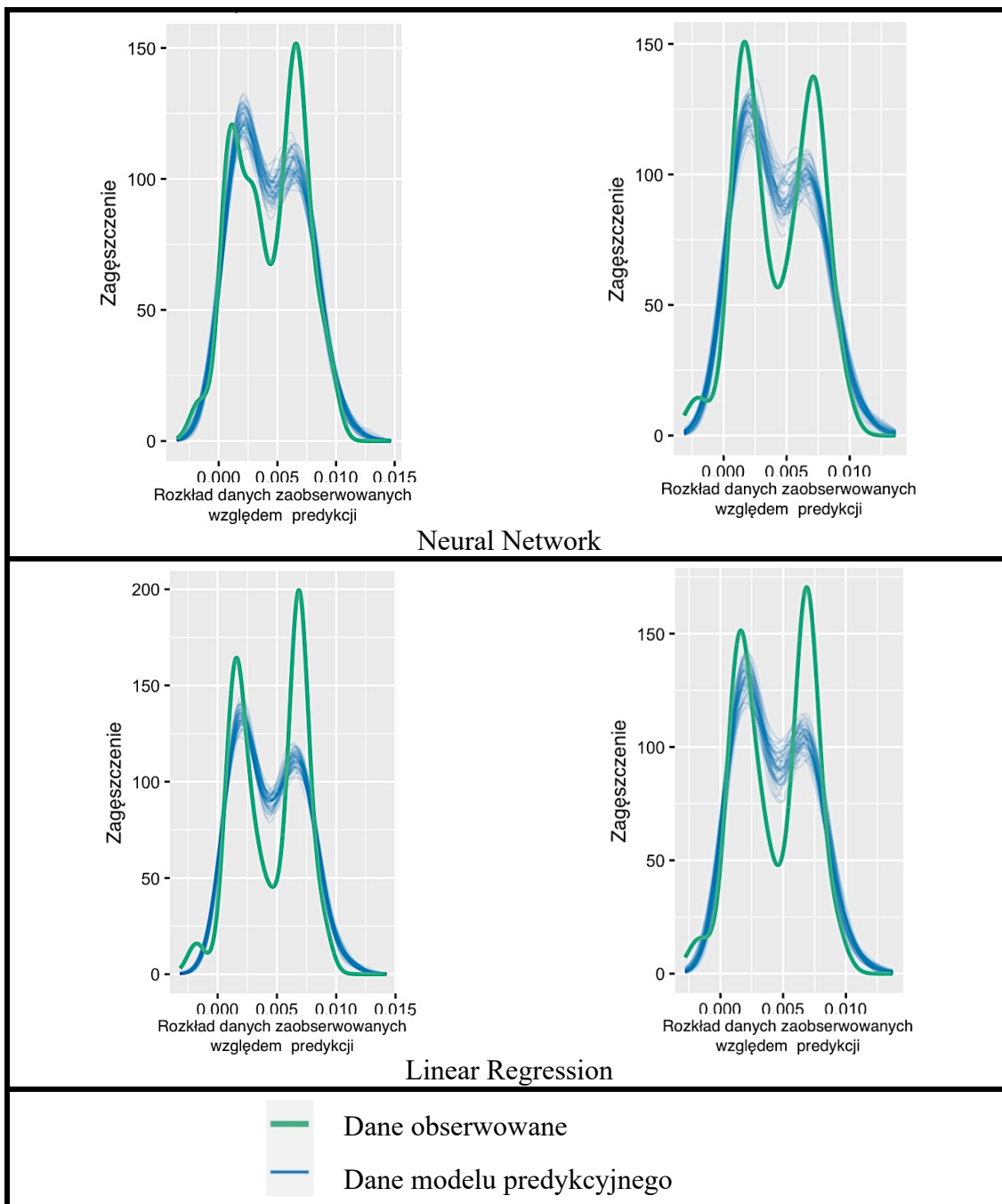
Random Forest



k-NN



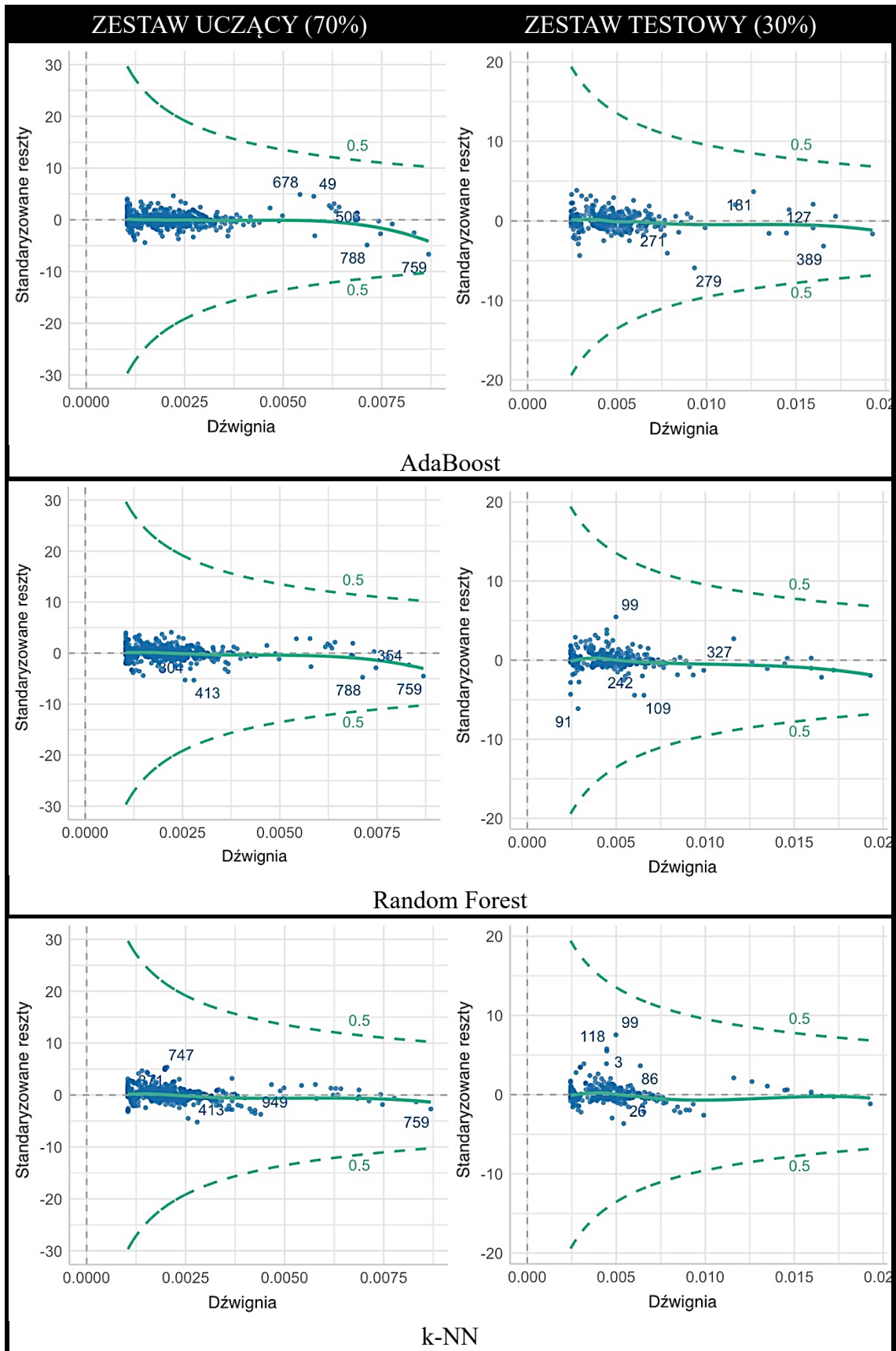
Gradient Boosting

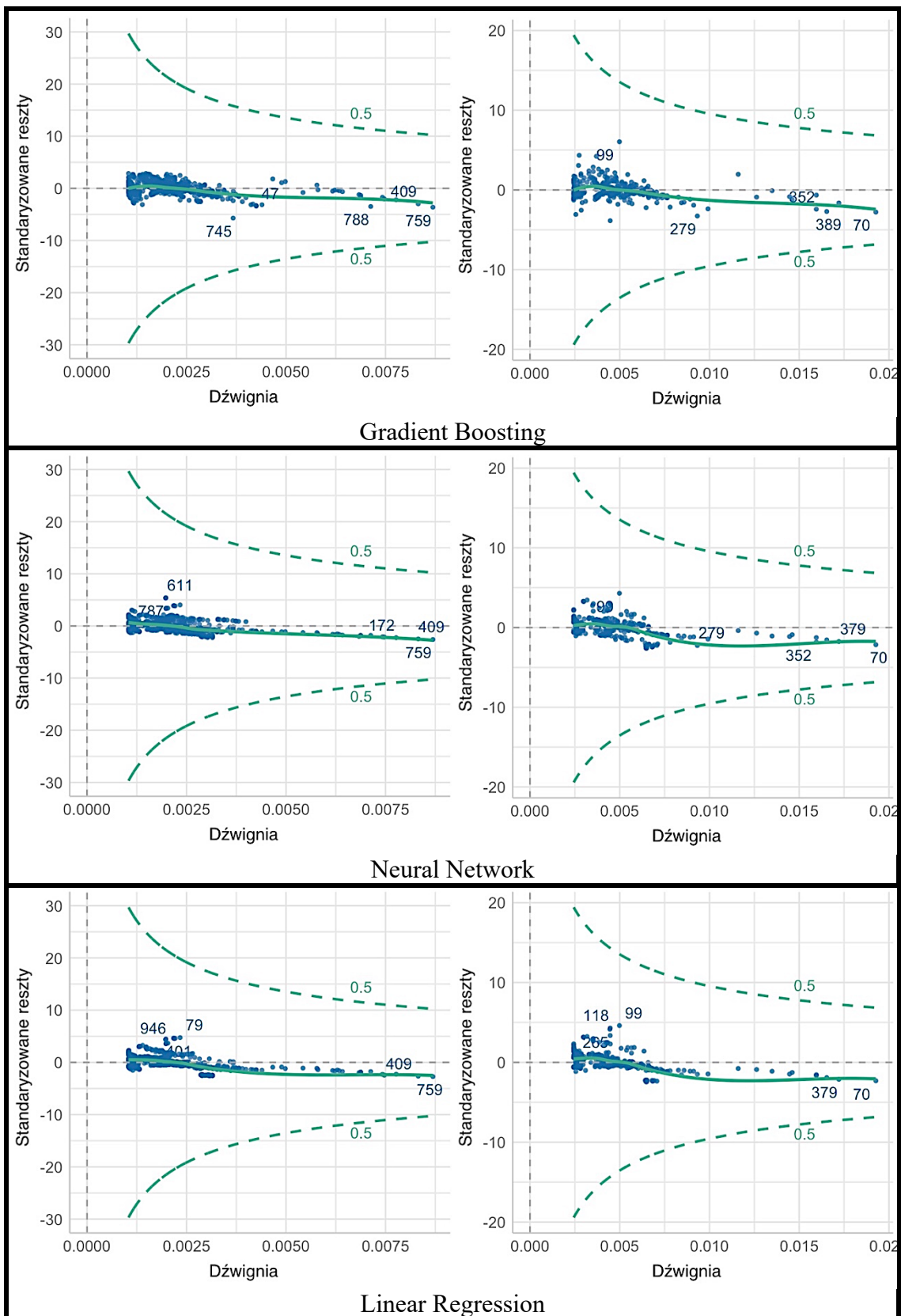


Rysunek 54. Wykresy predykcji założonego modelu dla poszczególnych algorytmów.

Analiza wpływowych wartości

Potencjalny wpływ obserwacji odstających nie charakterystycznych na modelowanie z użyciem algorytmów uczenia maszynowego opisano wcześniej. Na rysunku 55 zaprezentowano graficzną analizę wpływowych obserwacji, dla zestawu walidacyjnego. Dla żadnego z modeli nie stwierdzono obecności wpływowych wartości.





Rysunek 55. Wykresy analizy wpływowych obserwacji dla poszczególnych modeli.

W tabeli 18 zaprezentowano analizę wydajności modeli dla walidacji. Analiza jest uszeregowana hierarchicznie pod względem parametrów oceny $R^2_{(adj)}$, RMSA, AIC

(ważonego), BIC (ważonego). Najwyższy wynik wydajności uzyskano zarówno dla fazy treningowej jak i dla fazy testowej dla algorytmu *AdaBoost*, który uzyskał wydajność na poziomie 100%, kolejny algorytm z wysoką notą to *Random Forest* o wydajności 53.21% i 52.56% oraz *Gradient Boosting* 48.25% oraz 47.53%.

Tabela 18. Analiza wyników wydajności modeli dla zestawu danych walidacyjnych.

ZESTAW UCZĄCY Cross Validation	Model	$R^2_{(adj.)}$	RMSE	Sigma	AIC (ważone)	BIC (ważone)	Wynik wydajności
AdaBoost	lm	0.994	2.26×10^{-4}	2.26×10^{-4}	1.00	1.00	100.00%
Random Forest	lm	0.987	3.38×10^{-4}	3.38×10^{-4}	0.00	0.00	53.21%
k-NN	lm	0.979	4.35×10^{-4}	4.36×10^{-4}	0.00	0.00	49.43%
Gradient Boosting	lm	0.975	4.62×10^{-4}	4.62×10^{-4}	0.00	0.00	48.25%
Linear Regression	lm	0.851	0.001	0.001	0.00	0.00	14.44%
Neural Network	lm	0.793	0.001	0.001	0.00	0.00	0.00%

ZESTAW TESTOWY Cross Validation	Model	$R^2_{(adj.)}$	RMSE	Sigma	AIC (ważone)	BIC (ważone)	Wynik wydajności
AdaBoost	lm	0.986	3.22×10^{-4}	3.22×10^{-4}	1.00	1.00	100.00%
Random Forest	lm	0.980	4.21×10^{-4}	4.22×10^{-4}	0.00	0.00	52.56%
Gradient Boosting	lm	0.969	5.20×10^{-4}	5.21×10^{-4}	0.00	0.00	47.53%
k-NN	lm	0.953	6.58×10^{-4}	6.60×10^{-4}	0.00	0.00	40.29%
Linear Regression	lm	0.844	0.001	0.001	0.00	0.00	6.68%
Neural Network	lm	0.825	0.001	0.001	0.00	0.00	0.00%

Na rysunku 56 zaprezentowano graficzne odzwierciedlenie analizy wydajności poszczególnych modeli.



Rysunek 56. Graficzna interpretacja analizy wyników wydajności modeli dla zestawu danych walidacyjnych.

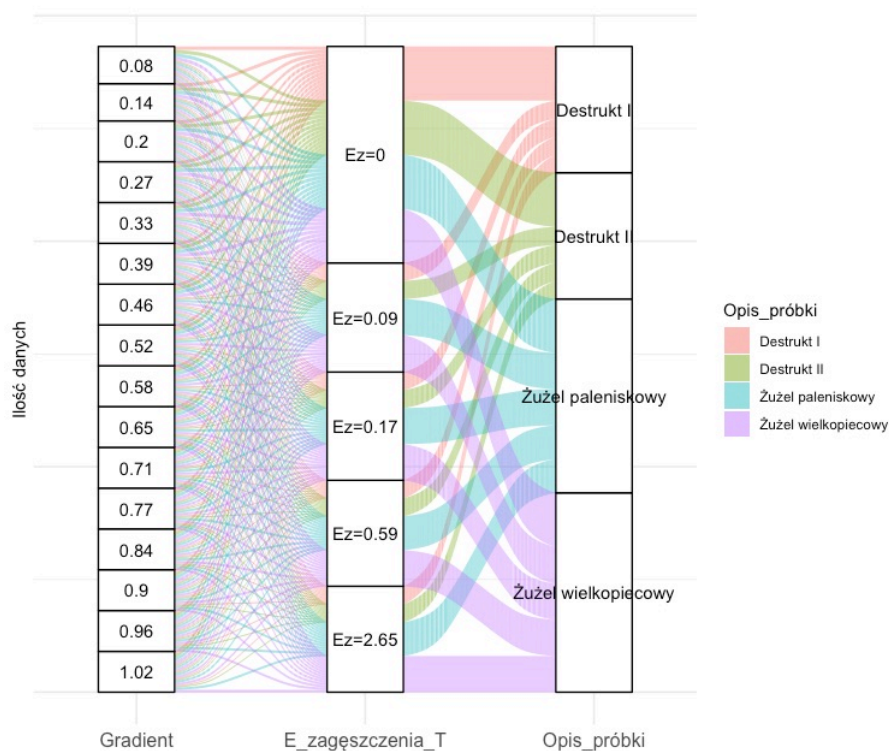
5.2. Predykcja współczynnika filtracji dla kruszyw antropogenicznych

5.2.1. Gromadzenie danych

Jak wcześniej w przypadku piasków dane zgromadzone dla kruszyw antropogenicznych poddano gruntownej obróbce. Zgromadzone dane, przefiltrowano pod względem brakujących wartości i przeanalizowano pod kątem możliwych błędów. Weryfikacja danych polegała na usunięciu ze zbiorów danych wartości nieistotnych i nieaktualnych, które mogłyby wpłynąć na poprawność działania wytrenowanego na

nich modelu. Proces czyszczenia danych dla kruszyw antropogenicznych wykonano jak w przypadku piasków. Szczegółowy opis etapów procesu znajduje się w rozdziale 5.1.1.

Zgromadzone dane objęły cztery rodzaje kruszyw antropogenicznych. Struktura zgromadzonych danych została zawarta na rysunku 57. Obejmuje rodzaj materiału, przyjęte gradienty hydrauliczne i energie zagęszczania przy jakich zbierane były dane dotyczące przepływu. Wszystkie dane zbierane były w identycznych warunkach.



Rysunek 57. Struktura zgromadzonych danych.

5.2.2. Eksploatacja i przygotowanie danych

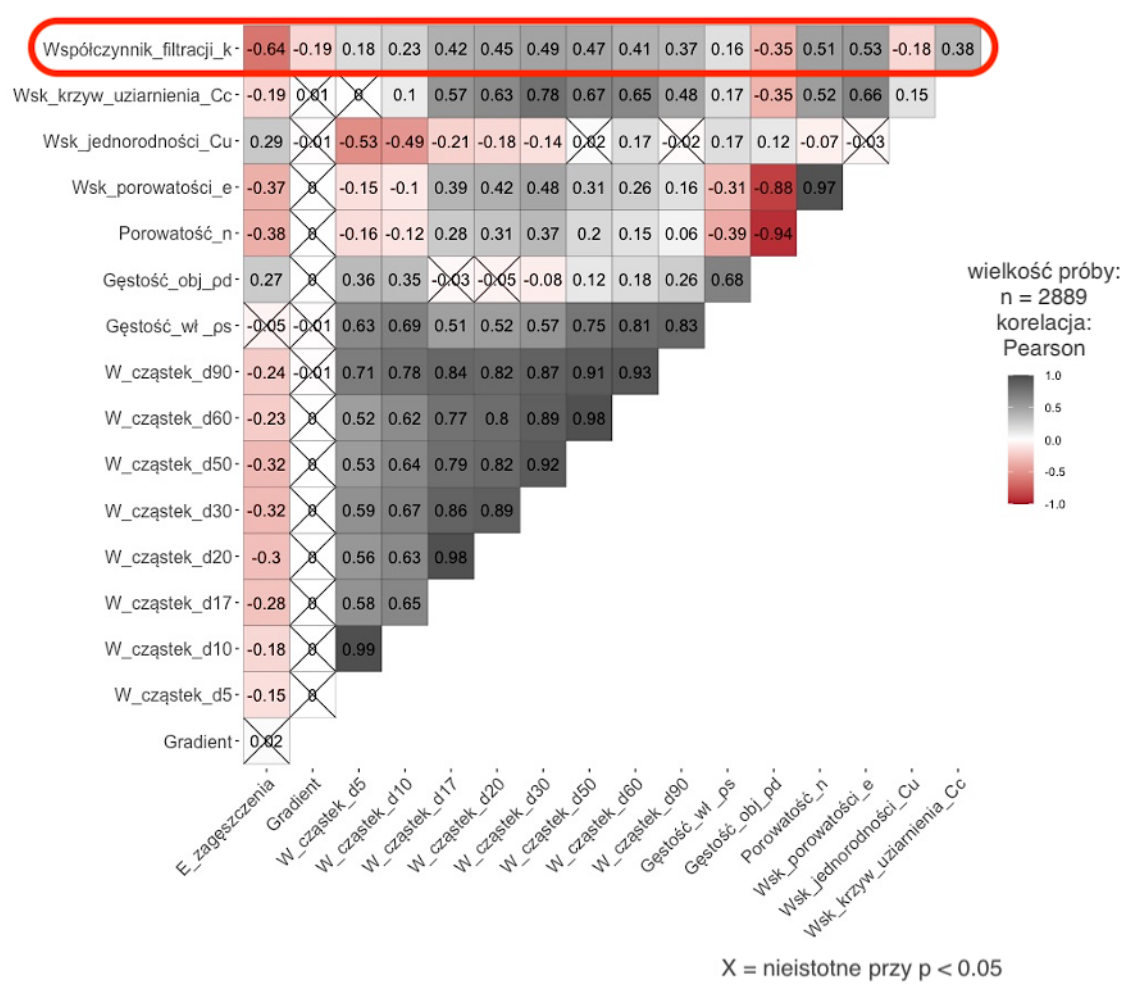
Wszystkie zebrane cechy materiału pozwalające przybliżyć parametry mogące mieć wpływ na współczynnik filtracji, zostały przeanalizowane pod kątem wzajemnych korelacji oraz limitów zastosowanych do modelowania parametrów, które znajdują się w tabeli 19.

Tabela 19 Limity zastosowanych do modelowania parametrów.

Kruszywa antropogeniczne	Minimum	Maximum
Energia zagęszczenia, [J/cm ³]	0.00	2.65
Gradient hydrauliczny, [-]	0.08	1.02
Wielkość cząstek (d_5), [mm]	0.01	2.60
Wielkość cząstek (d_{10}), [mm]	0.02	3.00

Wielkość cząstek (d_{17}), [mm]	0.04	7.80
Wielkość cząstek (d_{20}), [mm]	0.05	8.70
Wielkość cząstek (d_{30}), [mm]	0.03	10.00
Wielkość cząstek (d_{50}), [mm]	0.09	12.00
Wielkość cząstek (d_{60}), [mm]	0.15	14.00
Wielkość cząstek (d_{90}), [mm]	0.70	30.00
Gęstość właściwa (ρ_s), [g/cm ³]	2.01	2.59
Gęstość objętościowa (ρ_d), [g/cm ³]	0.80	1.81
Porowatość (n), [-]	0.28	0.66
Wskaźnik porowatości (e), [-]	0.40	1.93
Wskaźnik jednorodności (Cu), [-]	3.41	34.29
Wskaźnik krzywizny uziarnienia (Cc), [-]	0.07	7.85
Współczynnik filtracji (k), [m/s]	0.00007	0.06994

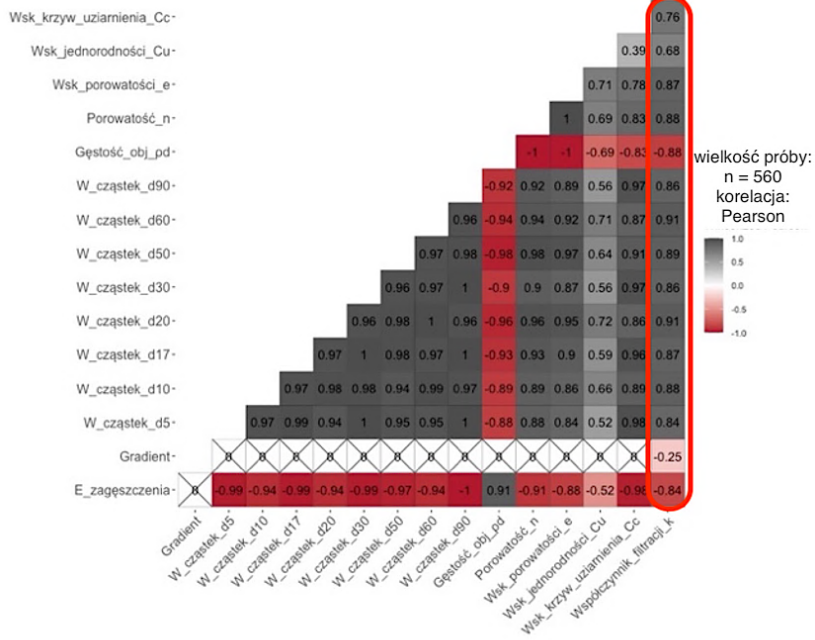
Mapę korelacji Pearsona wykonano z wykorzystaniem metody – Heatmap i zaprezentowano na rysunku 58. Można dostrzec, że parametry wpływające na wartość współczynnika filtracji dla mają zbliżoną do siebie wartość i trudno wyodrębnić najistotniejszy parametr. W takim przypadku sporządzono matrycę dla każdego z analizowanych materiałów oraz przygotowano drzewa klasyfikacyjne analizujące zależności pomiędzy cechami. Największą istotność cech względem współczynnika filtracji uzyskano dla energii zagęszczania, wielkości cząstek d_{30} , d_{50} , d_{20} oraz dla porowatości.



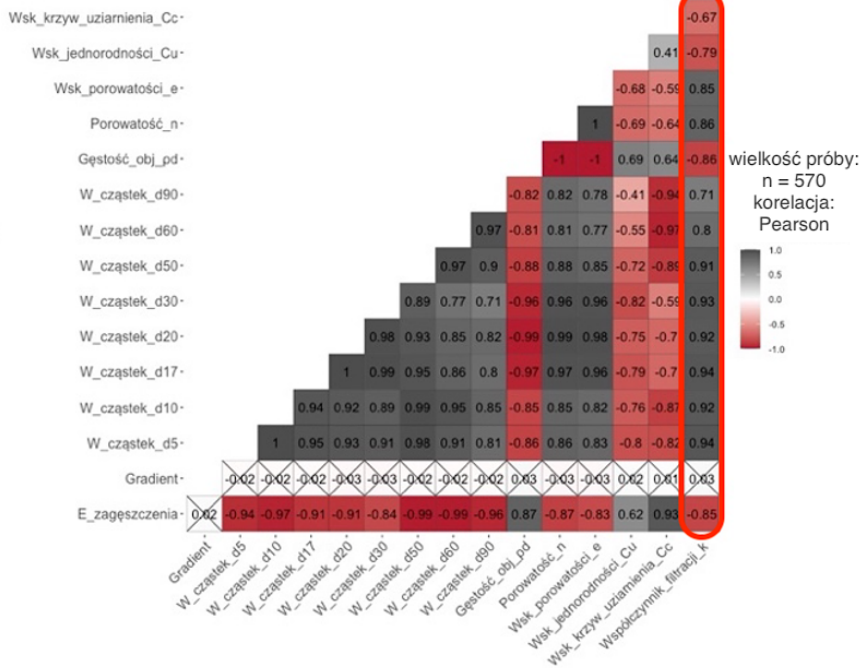
Rysunek 58. Heatmap korelacji.

Matryce korelacji dla poszczególnych materiałów zaprezentowano na rysunku 59, które lepiej obrazują korelacje poszczególnych cech dla każdego z materiałów. Dla obu destruktywów oraz dla żużła wielkopiecowego otrzymano wysokie współczynniki korelacji ze współczynnikiem filtracji dla prawie wszystkich cech inaczej niż dla żużła paleniskowego, gdzie najwyższą korelację uzyskały gęstość, porowatość oraz energia zagęszczenia, a niskie parametry uziarnienia.

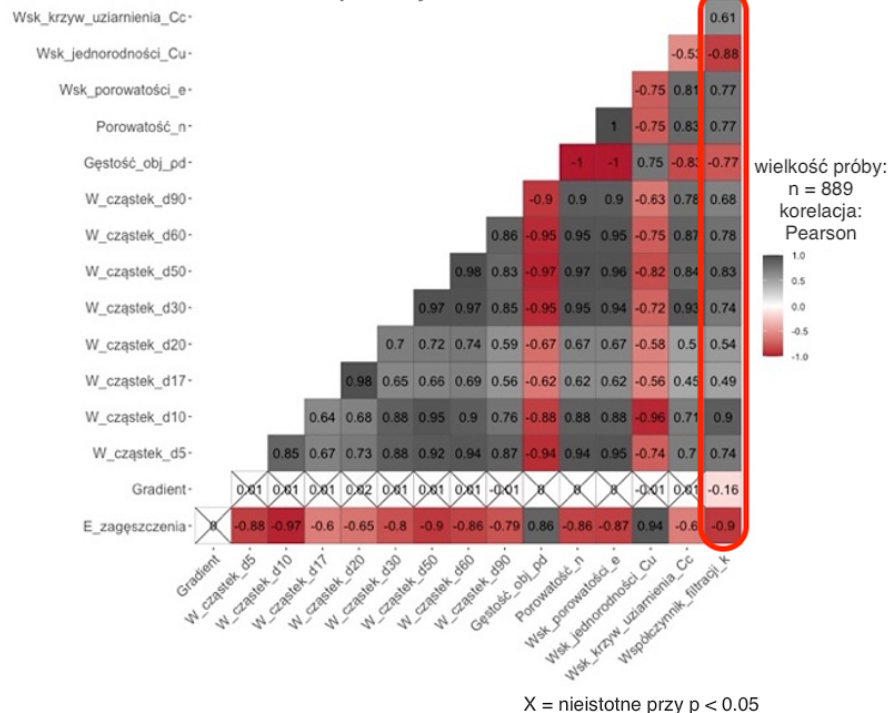
Destrukt I



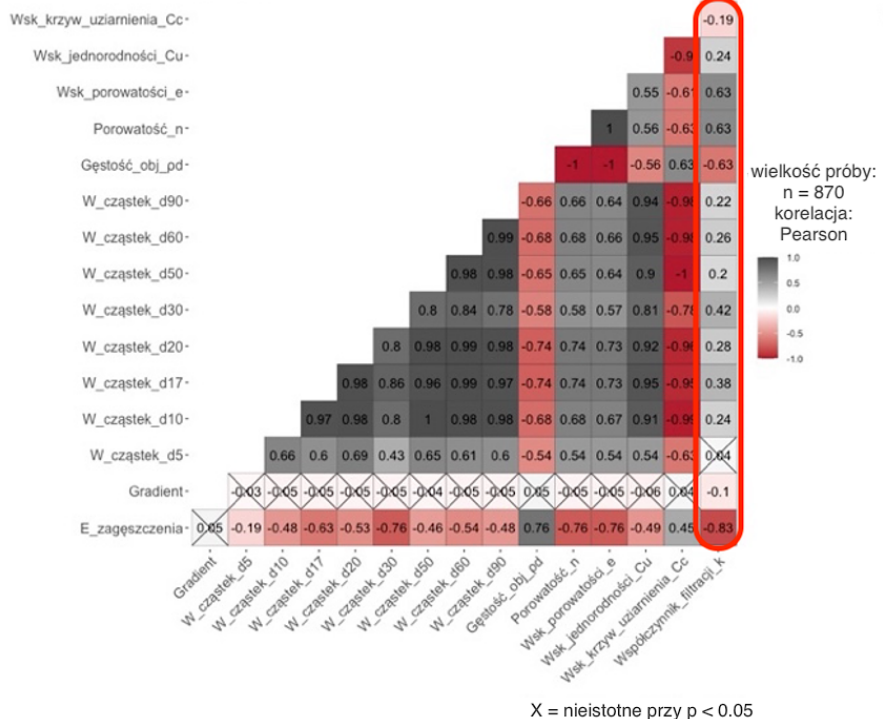
Destrukt II



Żużel wielkopieczowy



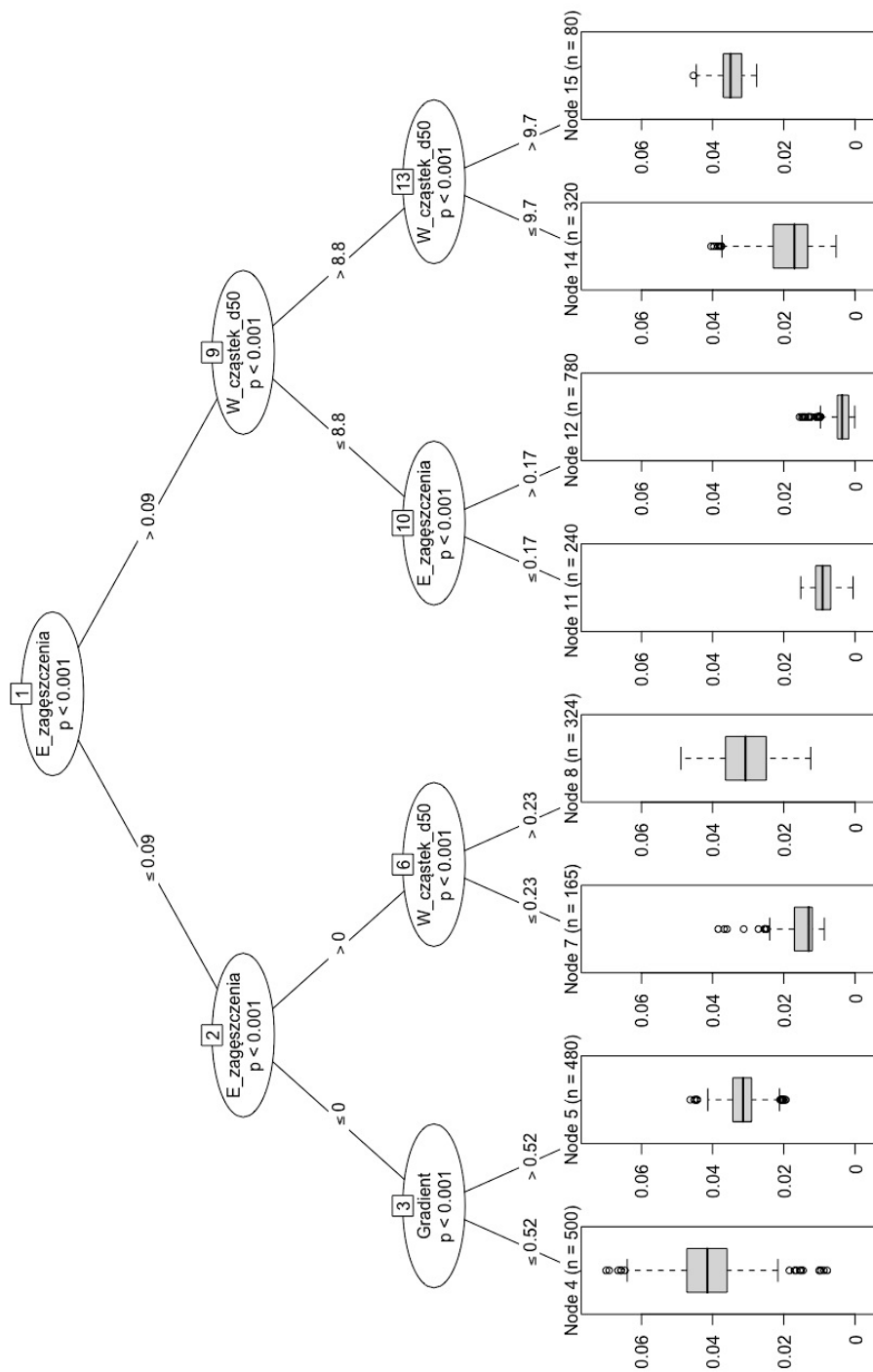
Żużel paleniskowy



Rysunek 59. Heatmap korelacji w zależności od analizowanego materiału.

Analiza klasyfikacyjna z użyciem techniki drzewa decyzyjnego (rysunek 60 i 61) pokazuje rzeczywisty wpływ poszczególnych parametrów fizycznych w wyjaśnieniu współczynnika filtracji. Technika ta nie tylko pozwala na analizę zależności

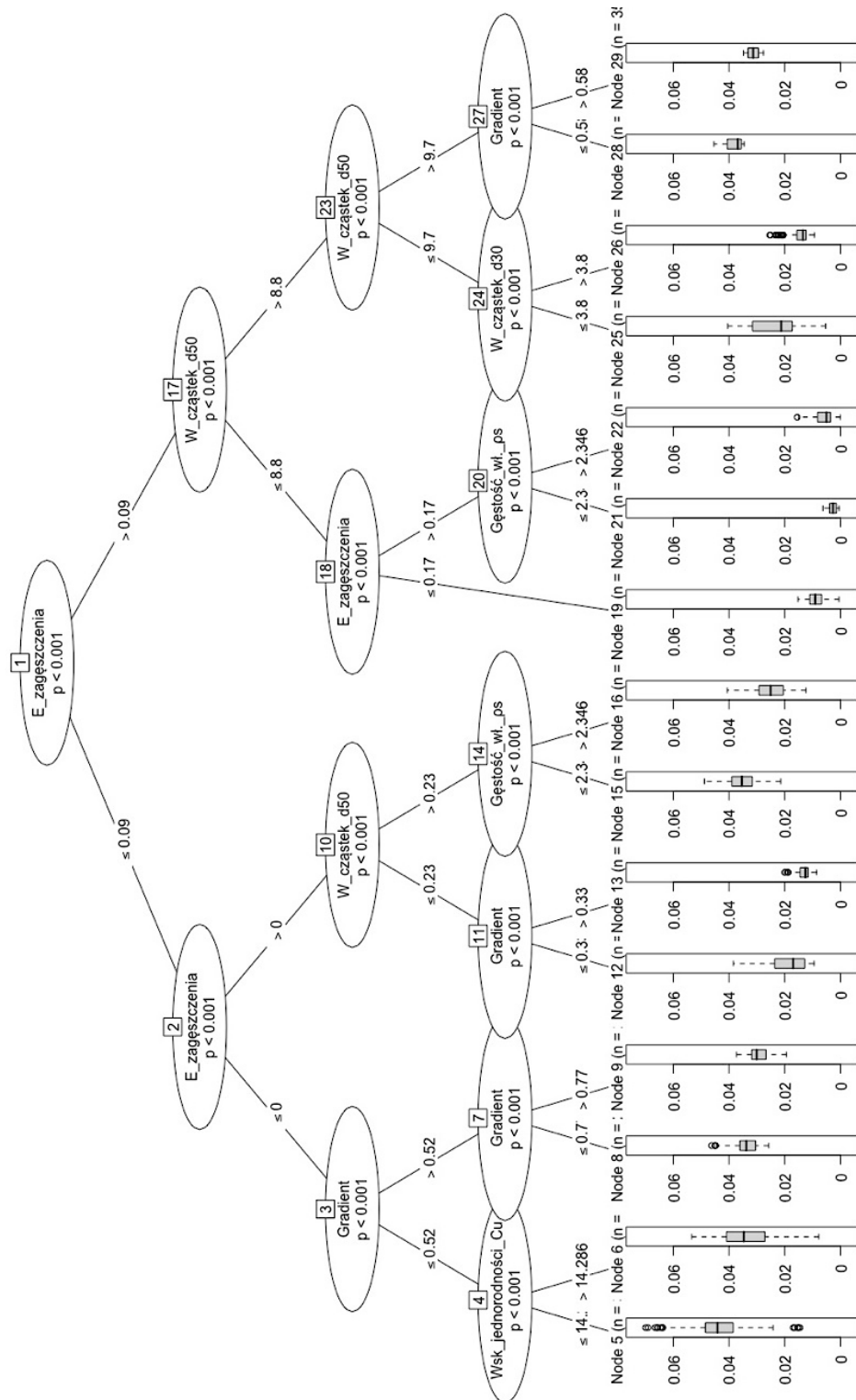
poszczególnych cech i ich wpływ na współczynnik filtracji, ale daje także możliwość obserwacji interakcji cech względem siebie.



Rysunek 60. Analiza klasyfikacyjna parametrów z wykorzystaniem techniki drzewa decyzyjnego (3 rozgałęzienia).

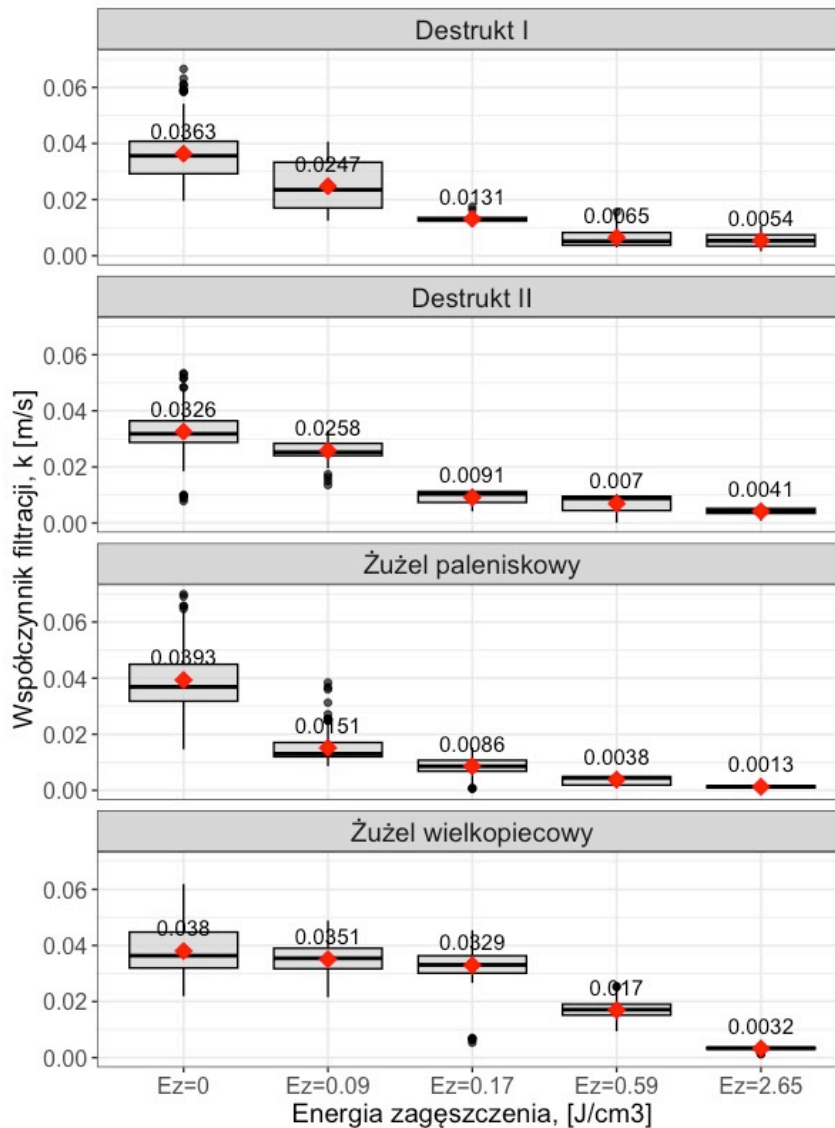
Na rysunku 60 zaprezentowano analizę klasyfikacyjną z 3 rozgałęzieniami na rysunku 61 z 4 rozgałęzieniami. Cechami materiału istotnymi dla tej analizy okazały się

energia zagęszczenia, gradient hydrauliczny, wielkość ziaren d_{50} . Wielkości tych cech objaśniają wpływ parametrów fizycznych na kształtowanie współczynnika filtracji.



Rysunek 61. Analiza klasyfikacyjna parametrów z wykorzystaniem techniki drzewa decyzyjnego (4 rozgałęzienia).

Wyniki badań współczynnika filtracji zaprezentowano na rysunku 62, w podziale na poszczególne rodzaje kruszyw i uwzględniając parametr energii zagęszczenia jako istotny względem wcześniej zaprezentowanych analiz istotności parametrów.



Rysunek 62 Wyniki badań współczynnika filtracji z uwzględnieniem zastosowanej energii zagęszczenia.

5.2.3. Tworzenie i ocena modeli dla próby w podziale 70/30


Wyniki predykcji modeli z zastosowaniem algorytmów zaprezentowano w tabeli 20. Najlepsze wyniki predycyjne uzyskał algorytm *AdaBoost* przy R^2 dla próby uczącej 0.997 i R^2 dla próby testowej 0.998. Jednocześnie model *AdaBoost* uzyskał błąd średniokwadratowy (MSE) w zakresie od 5.55×10^{-7} do 8.17×10^{-7} , pierwiastkowy błąd średniokwadratowy (RMSE) między 7.45×10^{-4} a 9.04×10^{-4} , średni błąd bezwzględny (MAE) 3.55×10^{-4} do 4.93×10^{-4} .

Drugi w kolejności algorytm (zarówno dla próby uczącej jak i testowej) to *Random Forest* który uzyskał podobne poziomy błędów oraz R^2 – zestaw uczący 0.996 oraz zestaw testowy 0.987. W przypadku algorytmów *k-NN* oraz *Gradient Boosting* otrzymane dopasowanie modelu było mniej dokładne a algorytmy *Neural Network* oraz *Linear Regression* cechowały się najslabszym dopasowaniem, gdzie R^2 znacząco odstaje. Najniższy współczynnik determinacji uzyskano dla *Linear Regression* w przedziale od 0.706 do 0.737.

W dalszej części zaprezentowano szczegółową analizę otrzymanych wyników predycyjnych w tym analizę rozkładu reszt w celu zbadania przyczyn i zależności otrzymanych wyników predycyjnych. Ważnym elementem tej części pracy jest weryfikacja i potwierdzenie poprawności rezultatów obliczeń wynikających z pierwszej analizy w celu doboru algorytmu o jak najlepszych parametrach i tolerancję modelu na efekt modelowania odbiegający od głównego trendu modelowania.

Tabela 20. Wyniki estymacji dla zestawów danych uczącego i testowych.

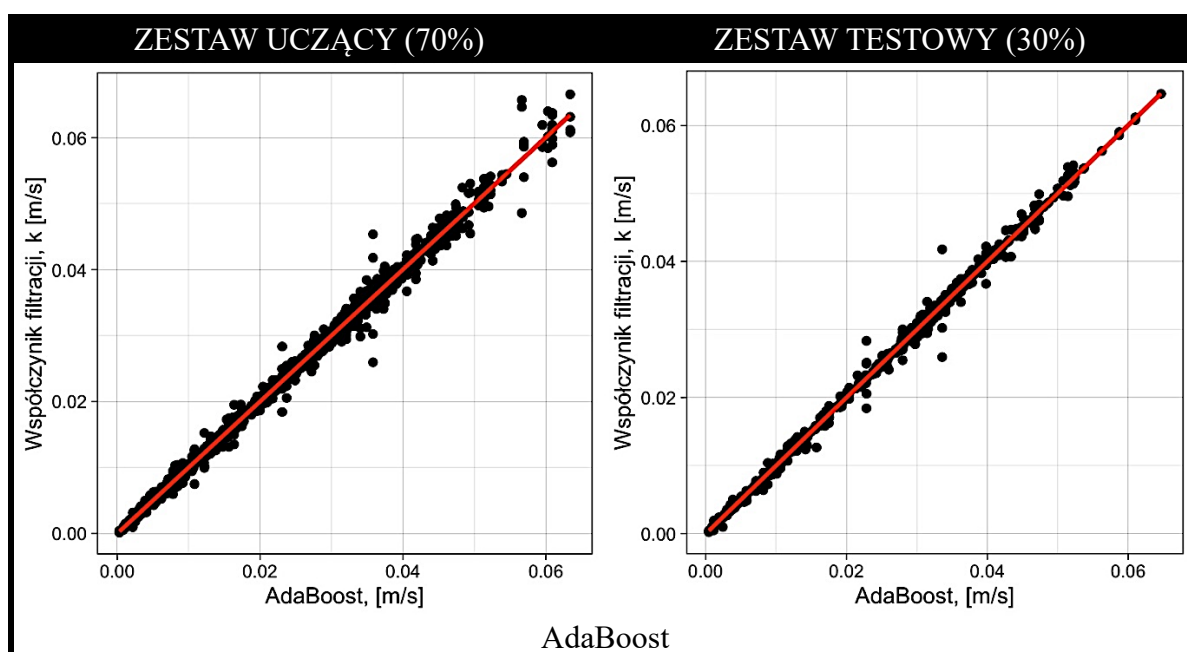
Zestaw uczący (70%)				
Algorytm	MSE	RMSE	MAE	R^2
AdaBoost	8.17×10^{-7}	9.04×10^{-4}	4.93×10^{-4}	0.997
Random Forest	1.06×10^{-6}	1.03×10^{-3}	5.69×10^{-4}	0.996
k-NN	4.09×10^{-6}	2.02×10^{-3}	9.91×10^{-4}	0.983
Gradient Boosting	8.53×10^{-6}	2.92×10^{-3}	1.85×10^{-3}	0.964
Neural Network	3.72×10^{-5}	6.10×10^{-3}	4.42×10^{-3}	0.843
Linear Regression	6.98×10^{-5}	8.35×10^{-3}	6.16×10^{-3}	0.706

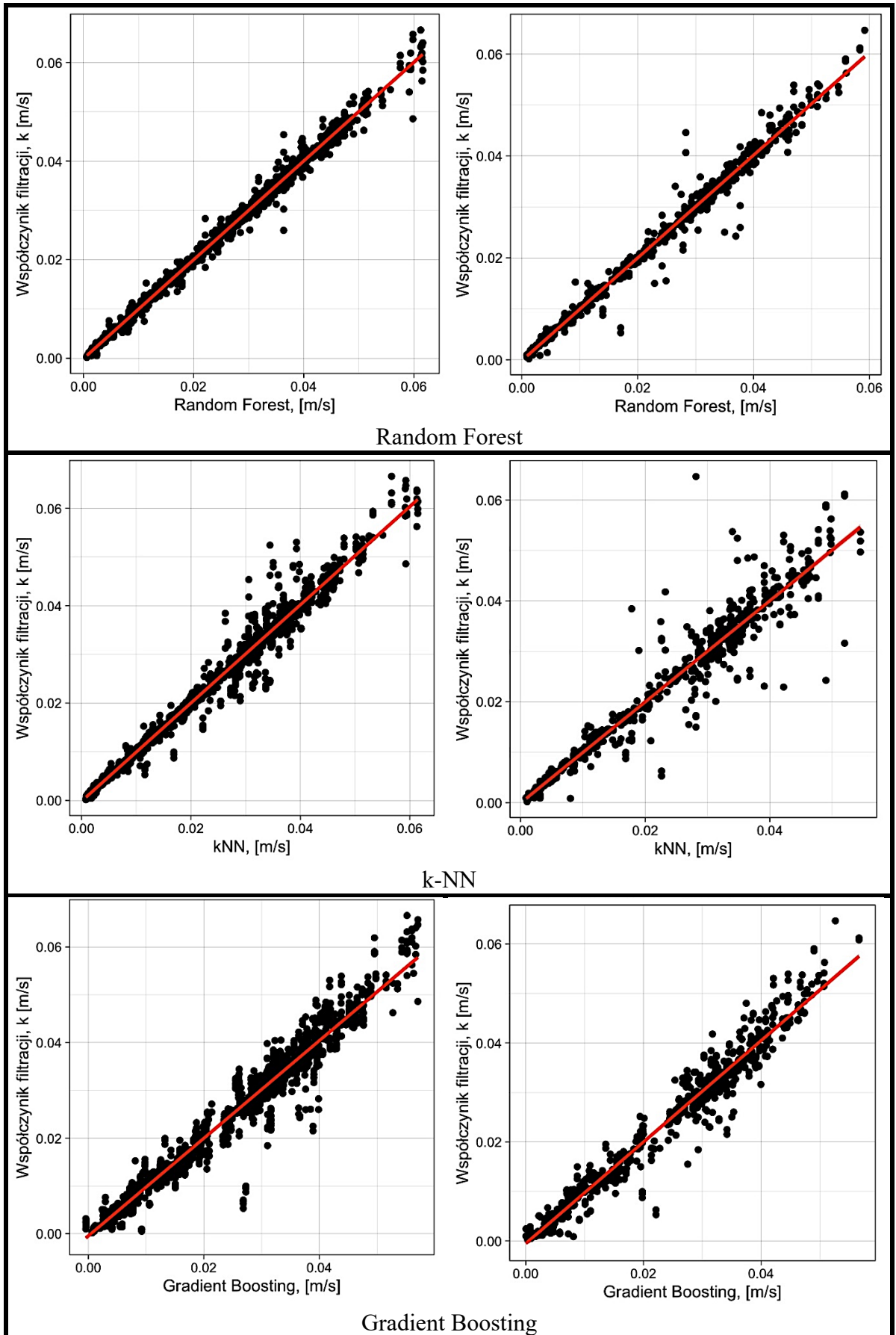


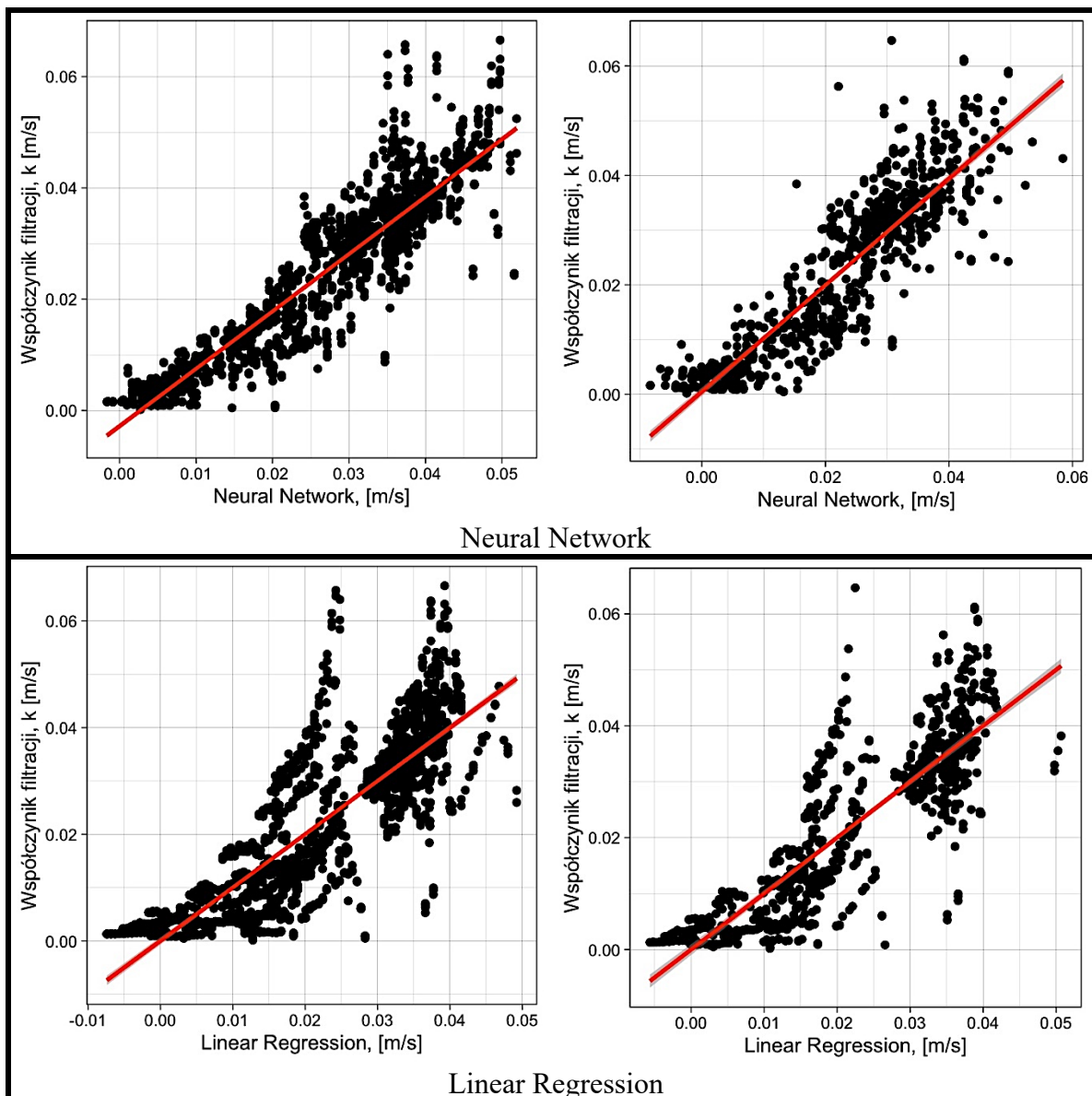
Zestaw testowy (30%)				
Algorytm	MSE	RMSE	MAE	R^2
AdaBoost	5.55×10^{-7}	7.45×10^{-4}	3.55×10^{-4}	0.998
Random Forest	2.96×10^{-6}	1.72×10^{-3}	8.33×10^{-4}	0.987
Gradient Boosting	8.12×10^{-6}	2.85×10^{-3}	1.84×10^{-3}	0.965
k-NN	1.30×10^{-5}	3.61×10^{-3}	1.72×10^{-3}	0.944
Neural Network	4.46×10^{-5}	6.68×10^{-3}	5.01×10^{-3}	0.808
Linear Regression	6.09×10^{-5}	7.81×10^{-3}	5.79×10^{-3}	0.737

Rysunek 63 odzwierciedla wcześniej omówione w tabeli 20 wyniki predykcji. Najlepsze dopasowanie uzyskano dla algorytmu *Adaboost*, gdzie dane pochodzące z obserwacji oraz predykcji układają się blisko linii regresji zarówno dla zestawu danych uczących jak i testowych. Wyniki algorytmów, które uzyskały niższe wyniki dopasowania R^2 prezentują także gorszą korelację na rysunku 63 a wyniki predykcji względem obserwacji znacząco odbiegają od linii regresji. Jest tak szczególnie w przypadku *Linear Regression* oraz *Neural Network*, świadczy to o słabszej zdolności tych modeli do przewidywania współczynnika filtracji.

Zaprezentowane na rysunku 63 wykresy pozwalają na zobrazowanie rzeczywistych rezultatów predykcji i ocenę jej skuteczności. Analizując same błędy oraz współczynnik determinacji można wnioskować, że otrzymane dla wszystkich modeli wyniki mają podobną skuteczność predykcyjną. Wizualizowanie wyników szacowania pozwala zweryfikować stopień rozbieżności obserwacji od wyników predykcji (rysunek 63).







Rysunek 63. Porównanie wyników modelowania z obserwacjami.

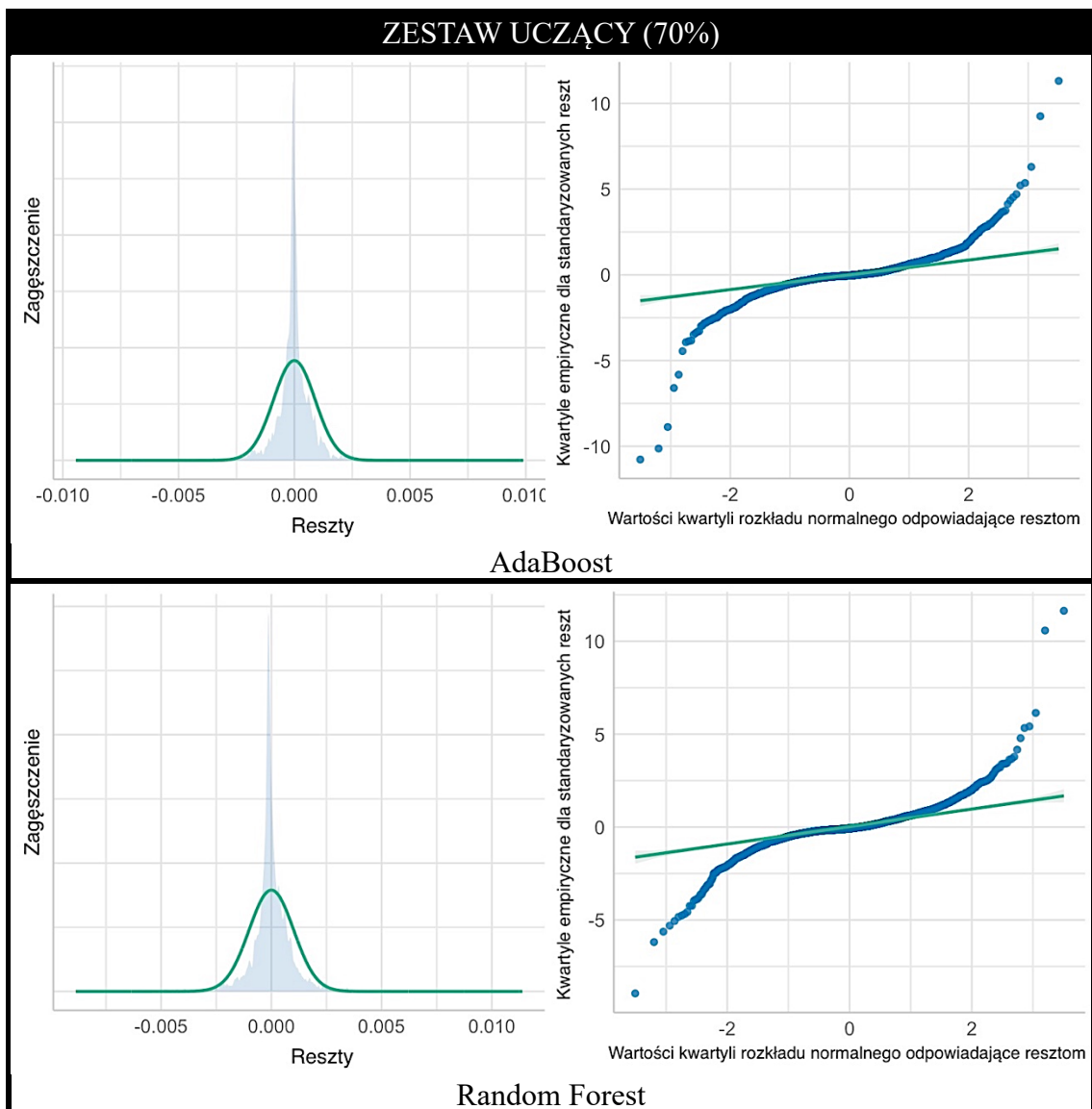
Analiza rozkładu normalności reszt wraz wykresem kwartył-kwartył (Q-Q plot)

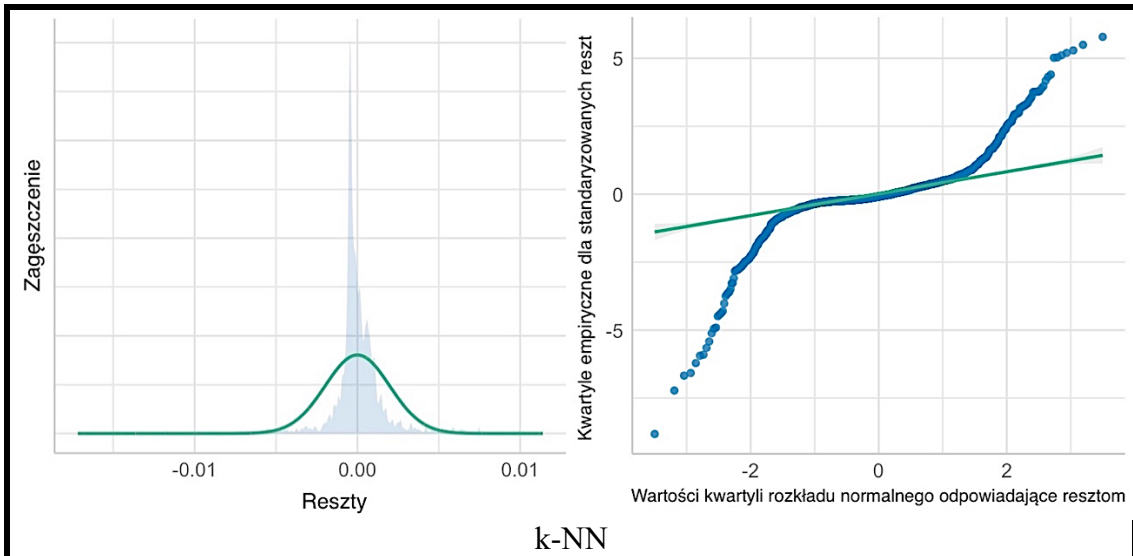
Wykresy ilustrujące rozkład histogramowy reszt dla poszczególnych analiz zaprezentowano dla wszystkich algorytmów, na rysunku 64 dla zestawu uczącego i na rysunku 65 dla zestawu testowego. Wykres ten jest histogramowym odzwierciedleniem rozkładu reszt odpowiadającym różnicy między wartością obserwowaną i szacowaną przez model.

Jak w przypadku piasków dla algorytmu *AdaBoost* uzyskano rozkład gęstości reszt koncentrujący się wokół wartości zero, który ma wydłużony kształt jednak zachowuje charakter rozkładu normalnego o równomiernym rozkładzie reszt odstających w ogonach na wykresie Q-Q.

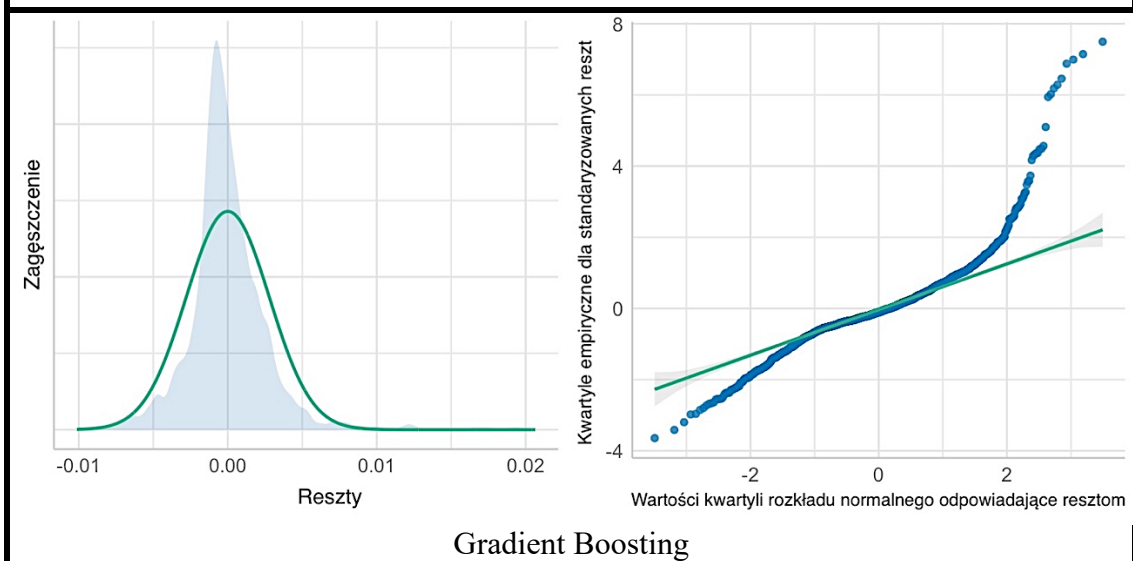
Podobną charakterystykę rozkładu reszt zaobserwowano w przypadku algorytmu *Random Forest* jednak o większych przedziałach rozkładu, nierównomiernym w ogonach. Algorytmy *Gradient Boosting*, *Linear Regression* oraz *Neural Network* mają rozkład o szerszej podstawie, i o nierównomiernym rozkładzie w stosunku do rozkładu normalnego.

W ich przypadku koncentracja rozkładu reszt wokół wartości zero jest dużo mniejsza, a rozkład ma szerszą podstawę. Podobnie w przypadku rozkładu reszt na wykresie Q-Q, symetria rozkładu ogonów jest nierównomierna. Powyższe obserwacje odnoszą się do obu zestawów uczącego i testowego.

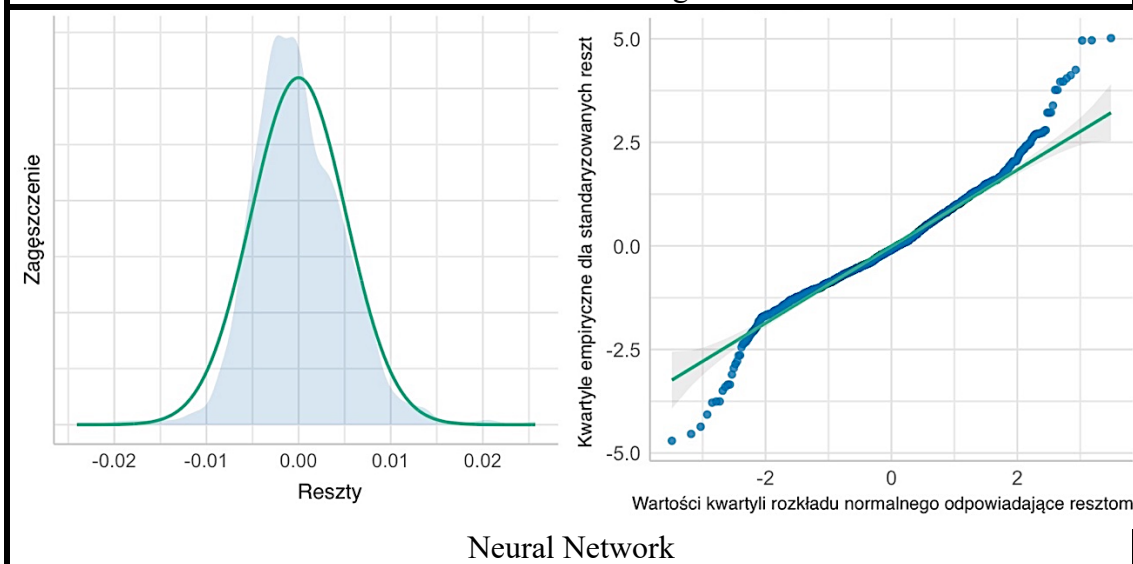




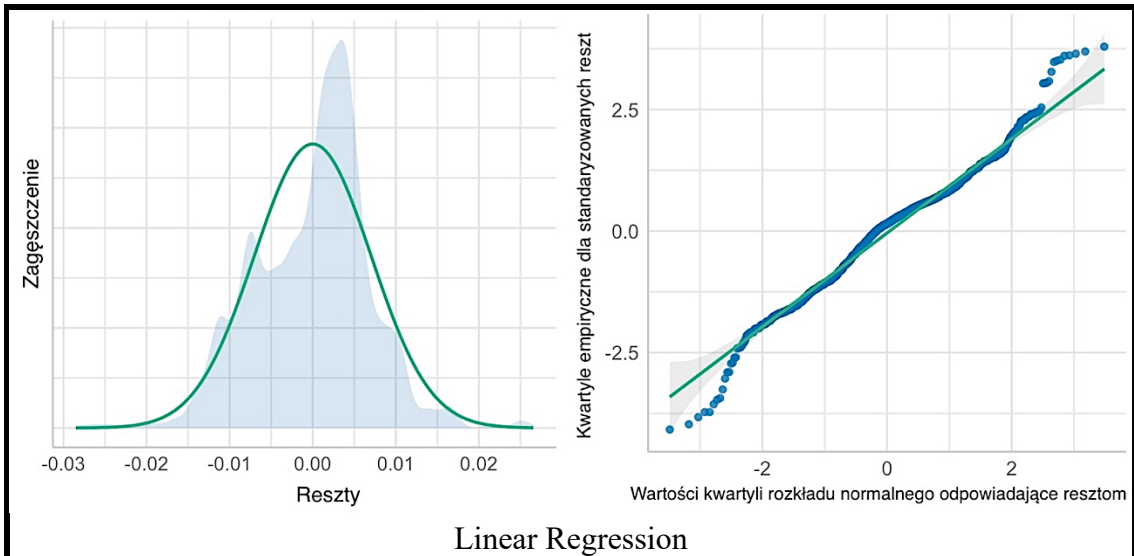
k-NN



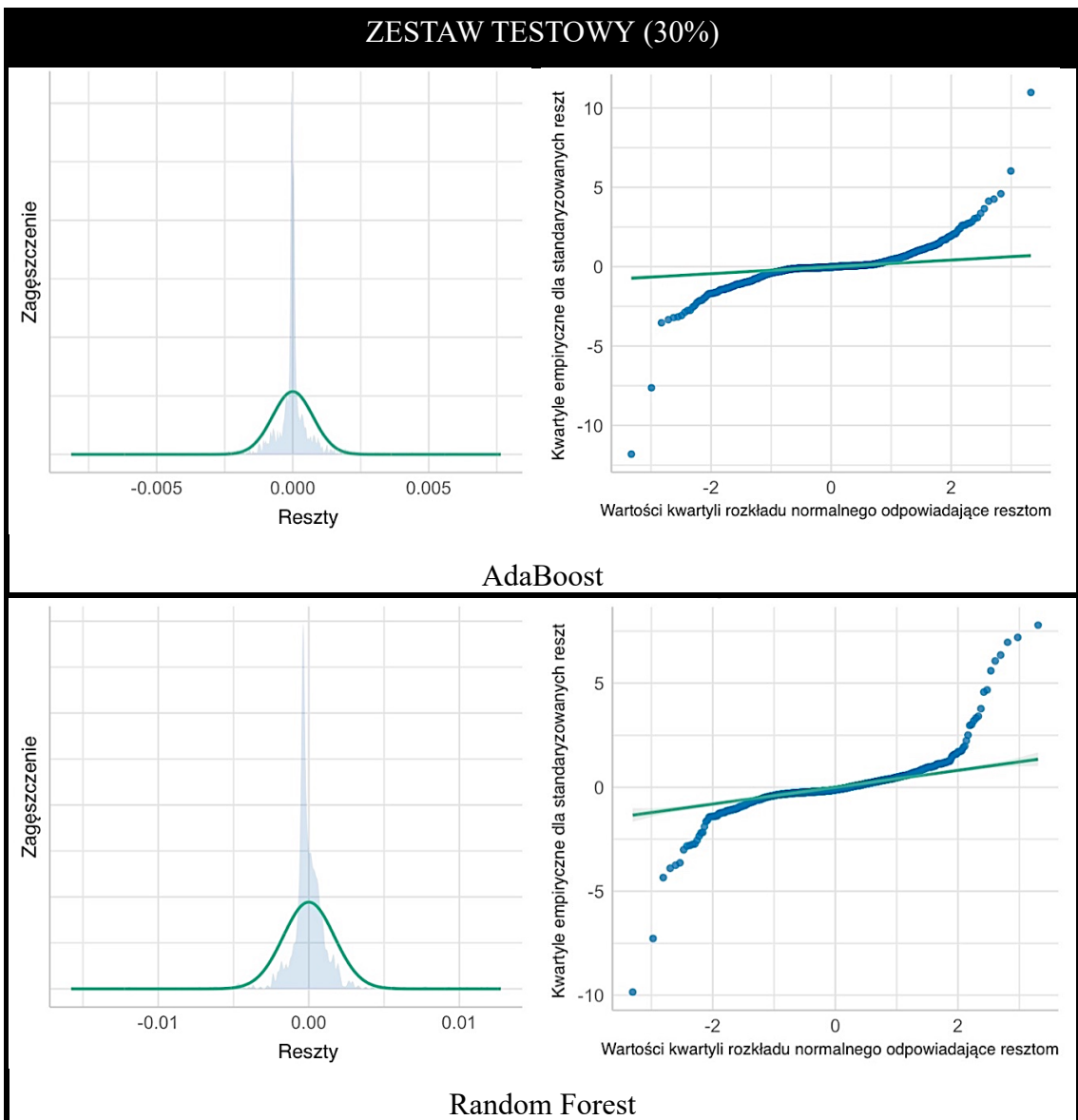
Gradient Boosting

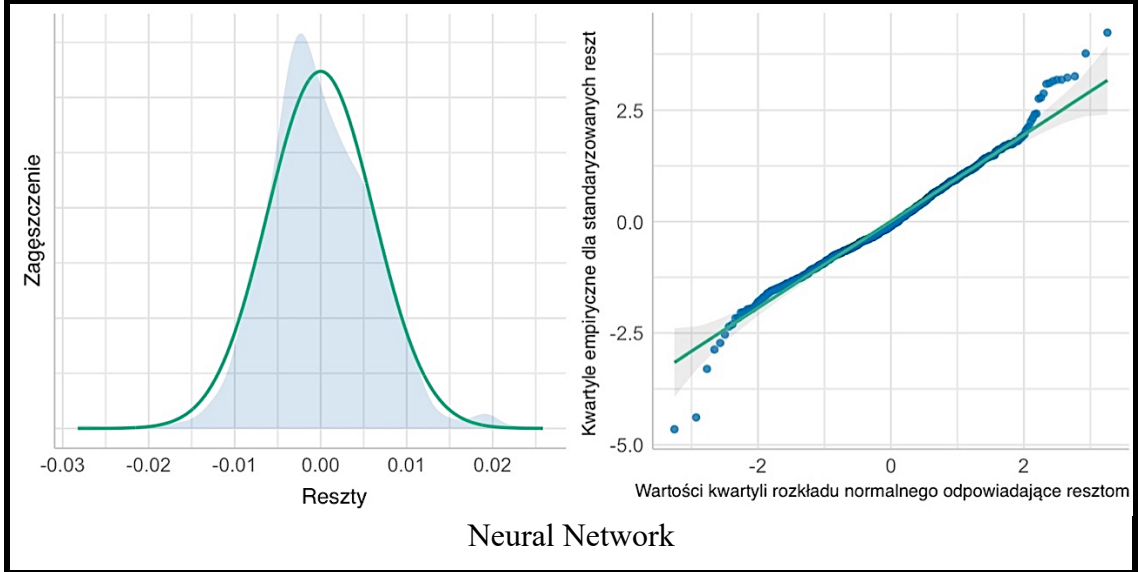
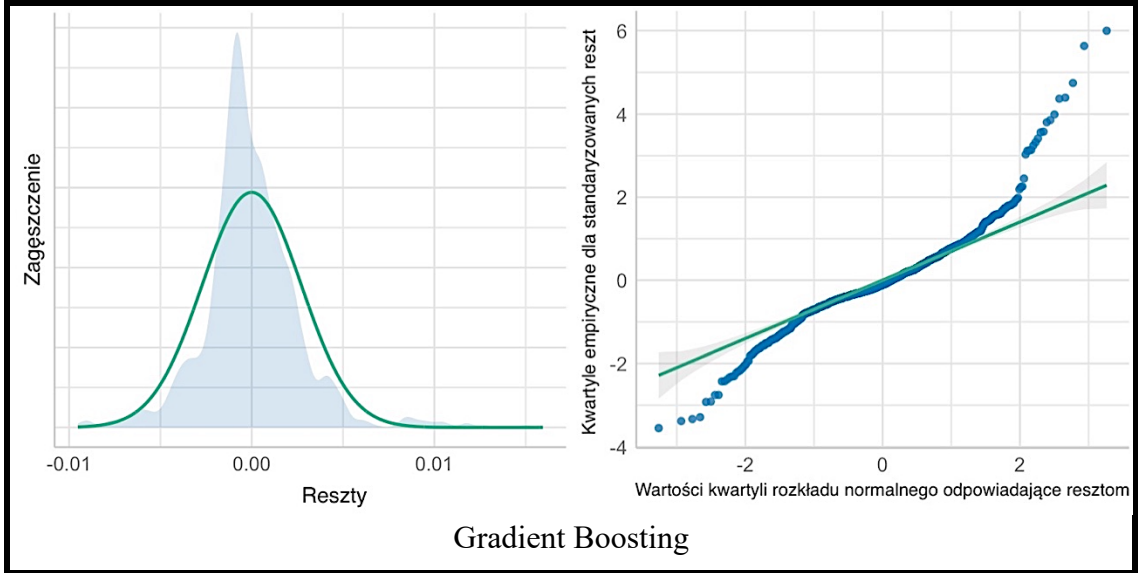
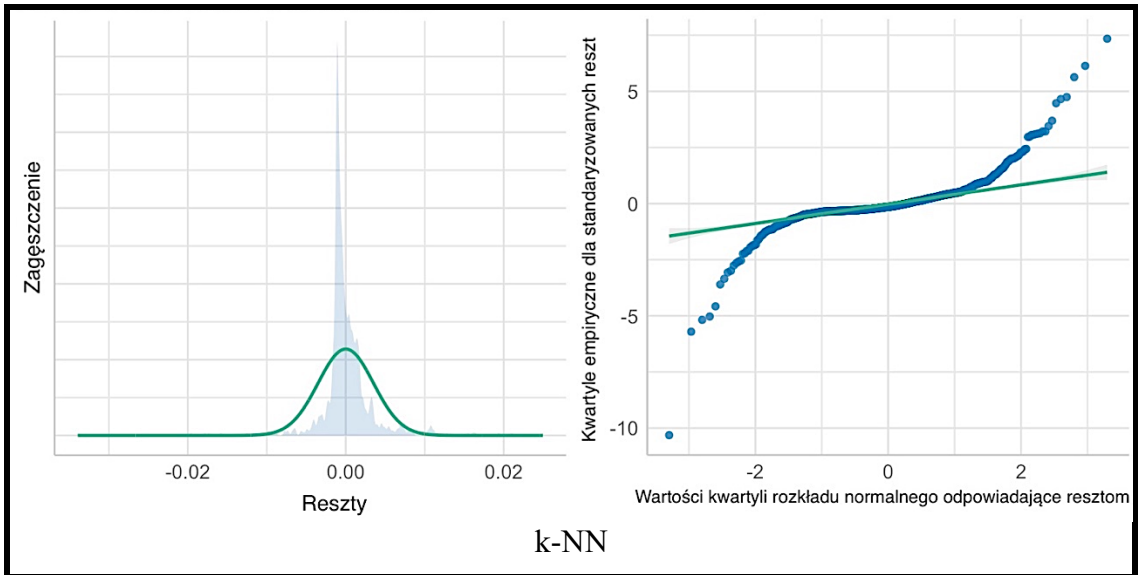


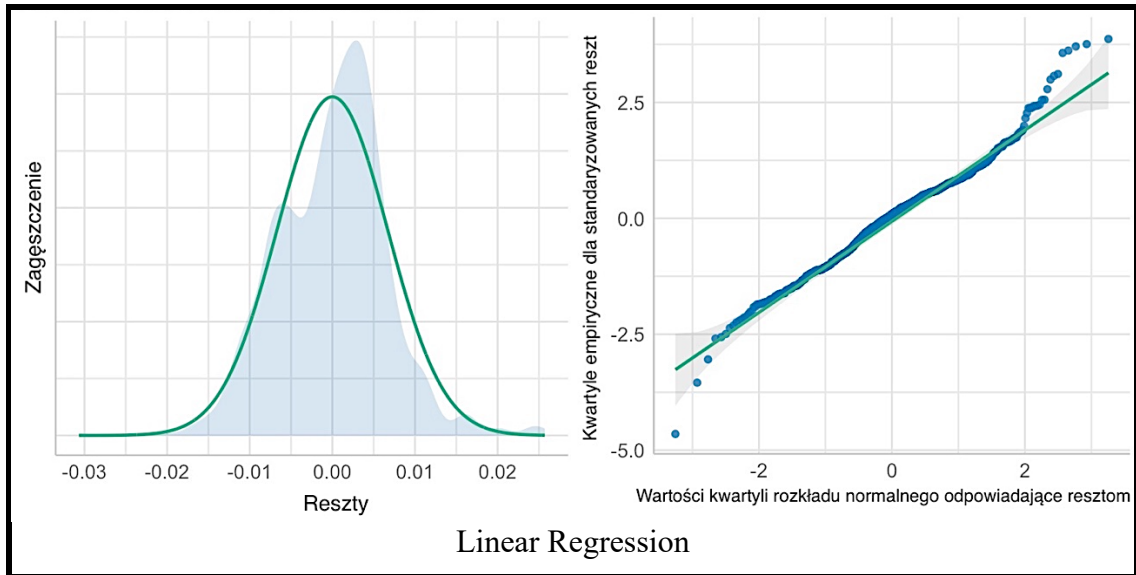
Neural Network



Rysunek 64. Wykresy normalności rozkładu reszt histogram zagęszczenia reszt (po lewej) i wykres Q-Q (po prawej) dla poszczególnych modeli.







Rysunek 65. Wykresy normalności rozkładu reszt histogram zagęszczenia reszt (po lewej) i wykresie Q-Q (po prawej) dla poszczególnych modeli.

Wyniki kurtozy i skośności zaprezentowano w tabeli 21, zarówno dla zestawu uczącego jak i testowego. Na podstawie wyników otrzymanych dla kurtozy można wnioskować o silnej koncentracji wyników wokół średniej dla analizowanych algorytmów wszystkie wyniki są większe od 0. Największa koncentracja (rozkłady „wysmukłone”), o charakterze rozkładu leptokurtycznym to *Adaboost*, *Random Forest* i *k-NN* zarówno w przypadku zestawów uczących jak i testowych. Pozostałe algorytmy mają rozkłady o charakterze mezokurtycznym.

W przypadku każdego z zestawów i algorytmów możemy mówić o występowaniu niewielkiej lub małej asymetrii rozkładu. Dla zestawu uczącego niewielką asymetrię lewostronną stwierdzono dla modeli *Linear Regression* i *Neural Network*. Małą asymetrię prawostronną stwierdzono w przypadku pozostałych modeli.

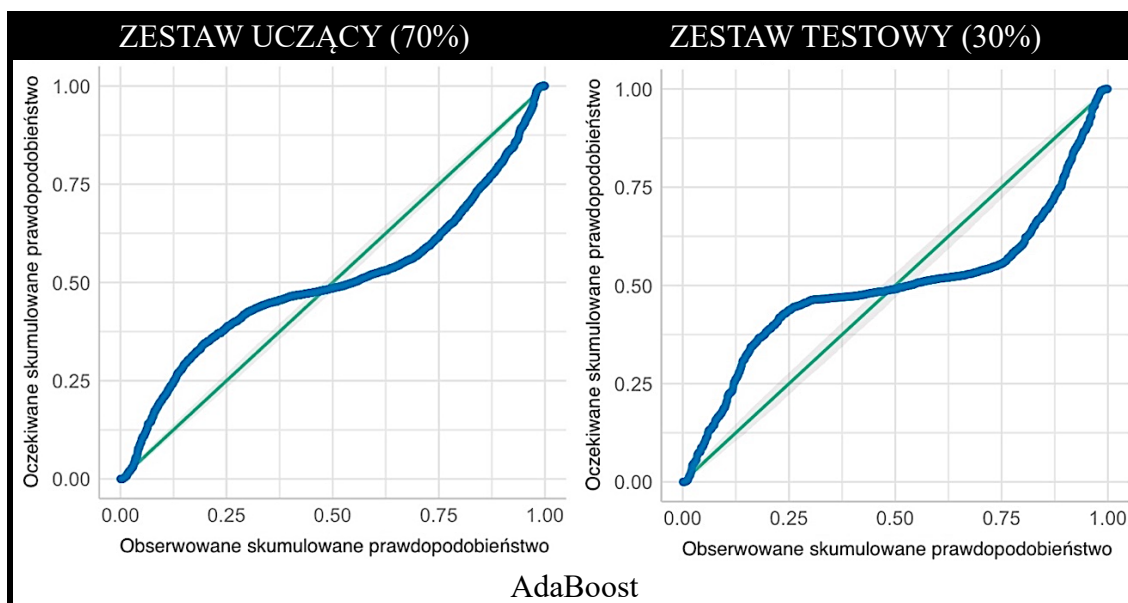
Tabela 21. Wyniki kurtozy i skośności estymacji reszt dla zestawów danych uczącego i testowych.

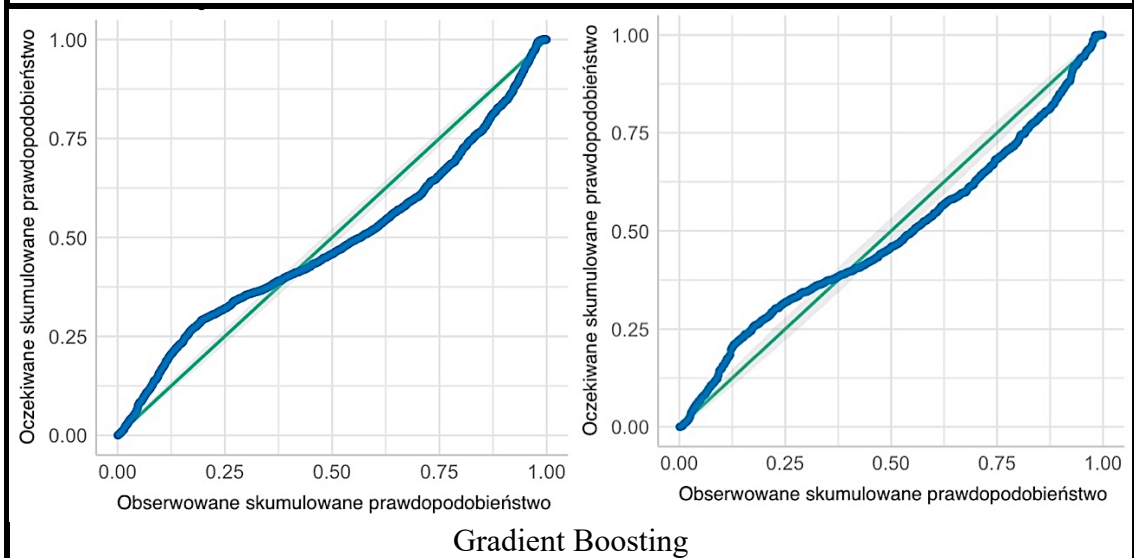
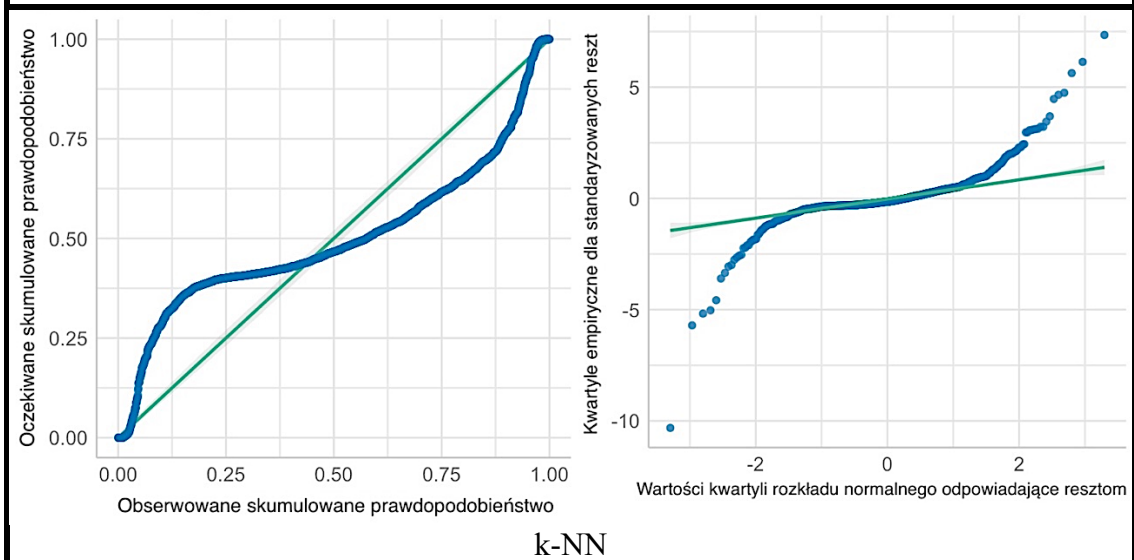
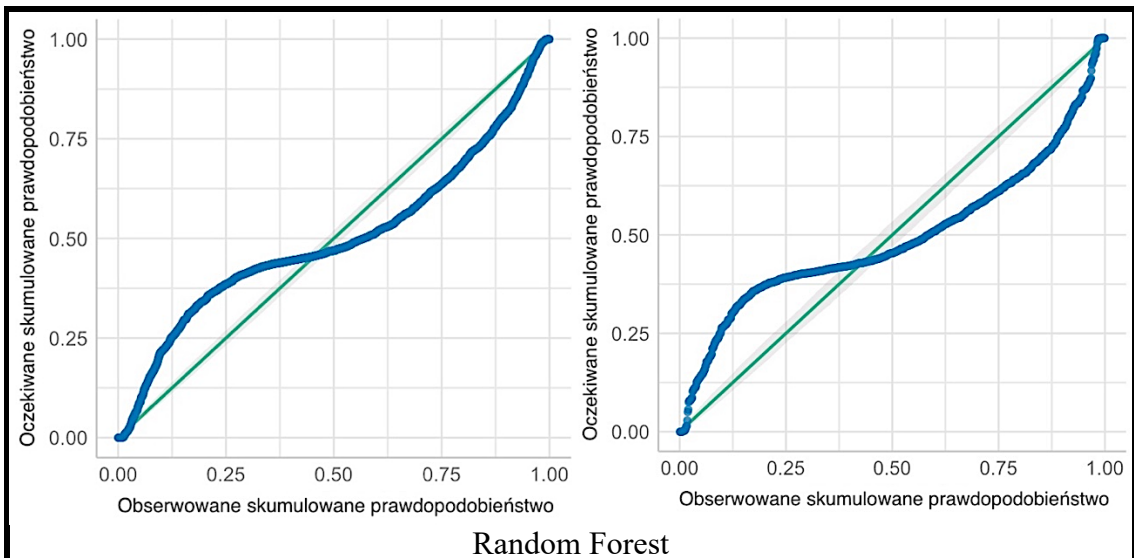
	KURTOZA	SKOŚNOŚĆ
	Zestaw uczący 70%	
Neural Network	1.768	-0.0544
AdaBoost	1.972	0.3048
k-NN	1.924	0.2600
Linear Regression	1.952	-0.1910
Random Forest	1.977	0.3043
Gradient Boosting	1.790	0.2023

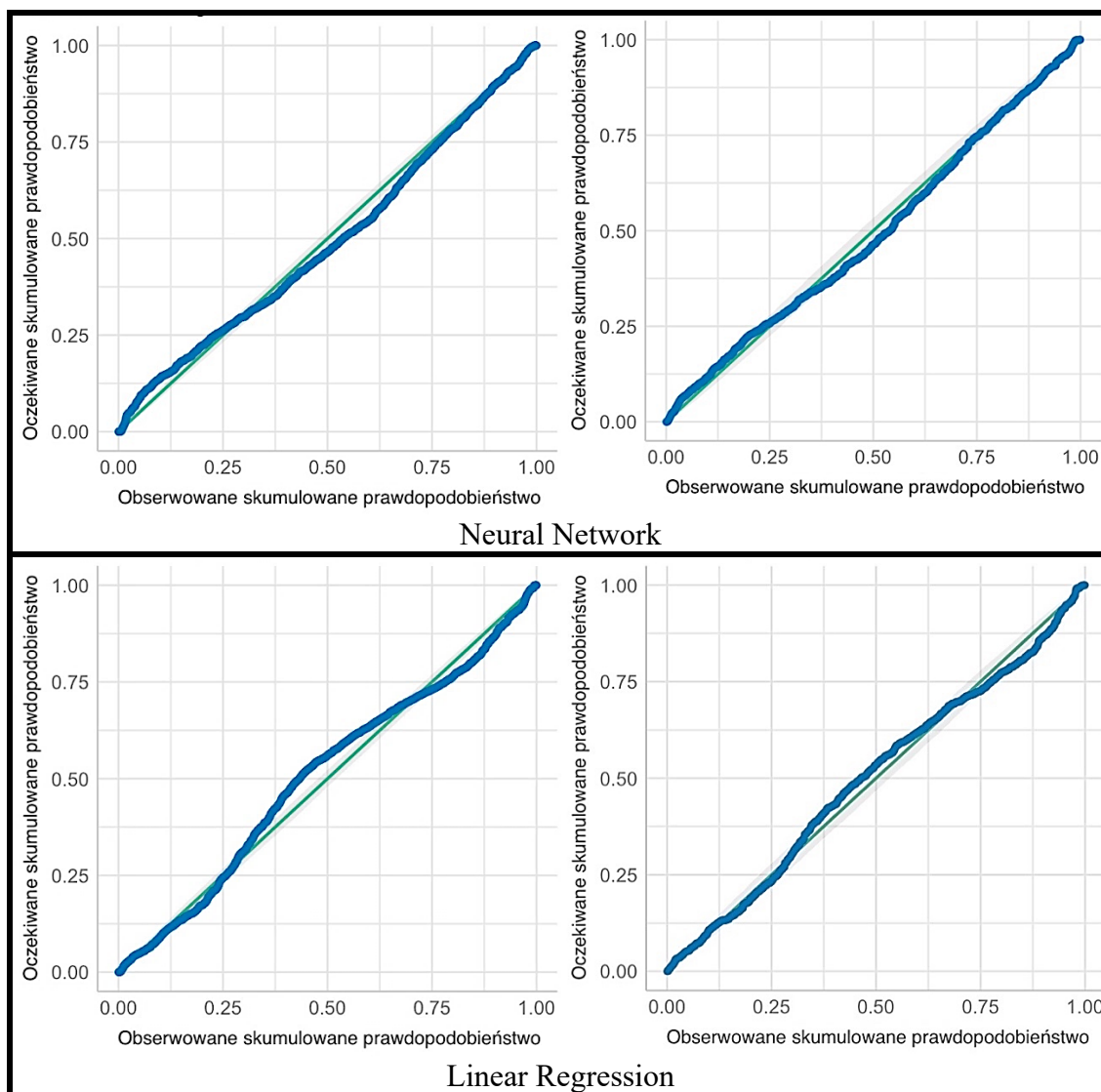
	Zestaw testowy 30%	
Neural Network	1.955	-0.0315
AdaBoost	1.889	0.2972
k-NN	1.686	0.1744
Linear Regression	1.831	-0.0834
Random Forest	1.811	0.2538
Gradient Boosting	1.665	0.1680

Analiza oczekiwanego skumulowanego prawdopodobieństwa reszt (P-P plot)

Wykresy normalności rozkładu reszt (P-P plot) dla poszczególnych modeli przedstawiono na rysunku 66. Obserwując rozkład wartości obserwowanych względem estymowanych największą symetrię rozkładu obserwujemy w przypadku algorytmu *AdaBoost*, słabszą w przypadku *Random Forest*. Dla *k-NN* rozkład wartości nie zachowuje równomierności a skumulowane prawdopodobieństwo dla obserwacji spada już od wartości 0.40. Dla *Gradient Boosting* symetria rozkładu wartości jest bardziej spłaszczona i zbliżona do wartości teoretycznej podziału, zaznaczonej na wykresie kolorem zielonym. W przypadku pozostałych algorytmów obserwujemy brak równomierności rozkładu wartości, a sam rozkład jest nieciągły (*Linear Regression*). Jednak wartości koncentrują się wokół linii symetrii rozkładu, niemalże się z nią pokrywając.



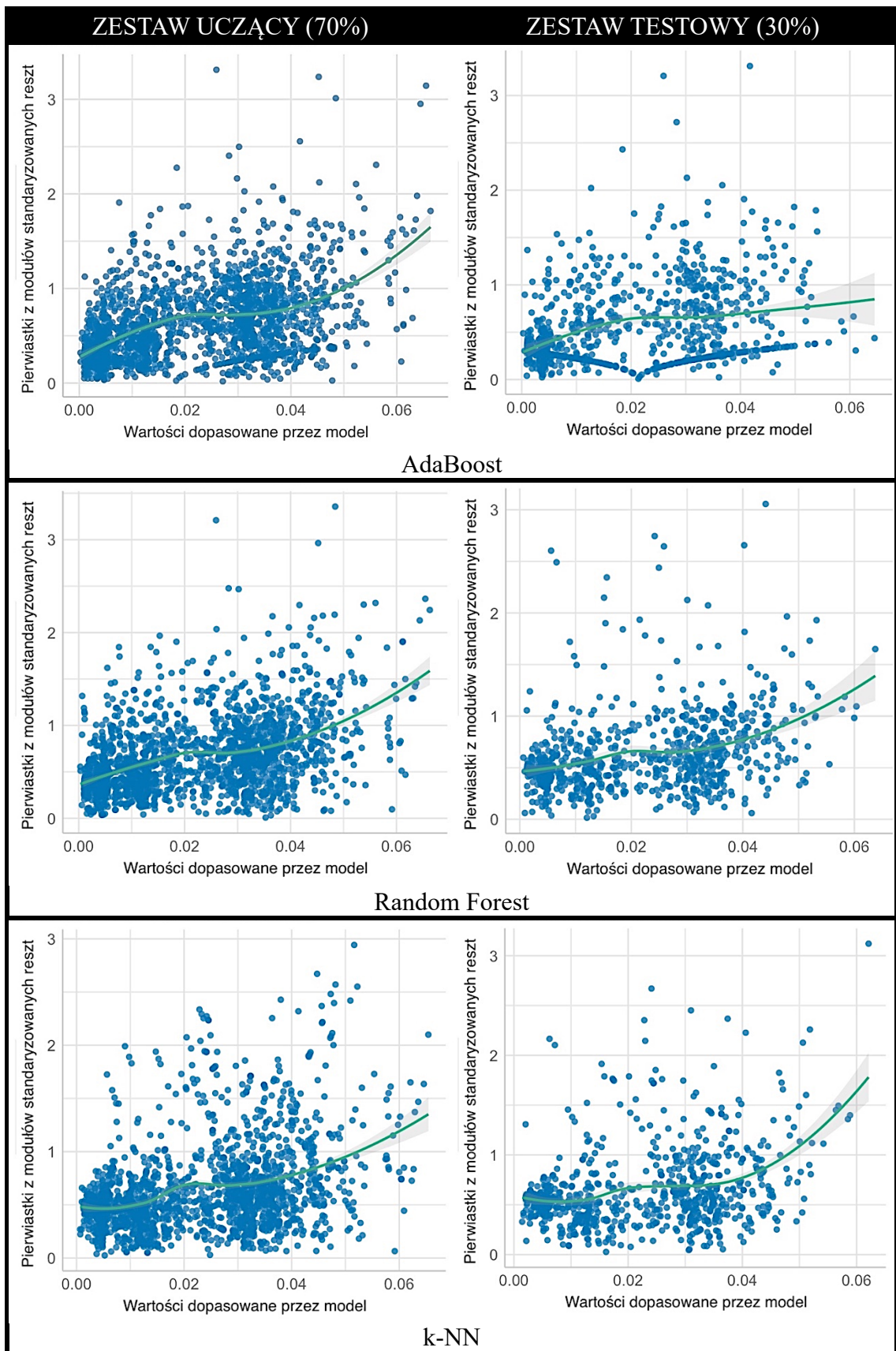


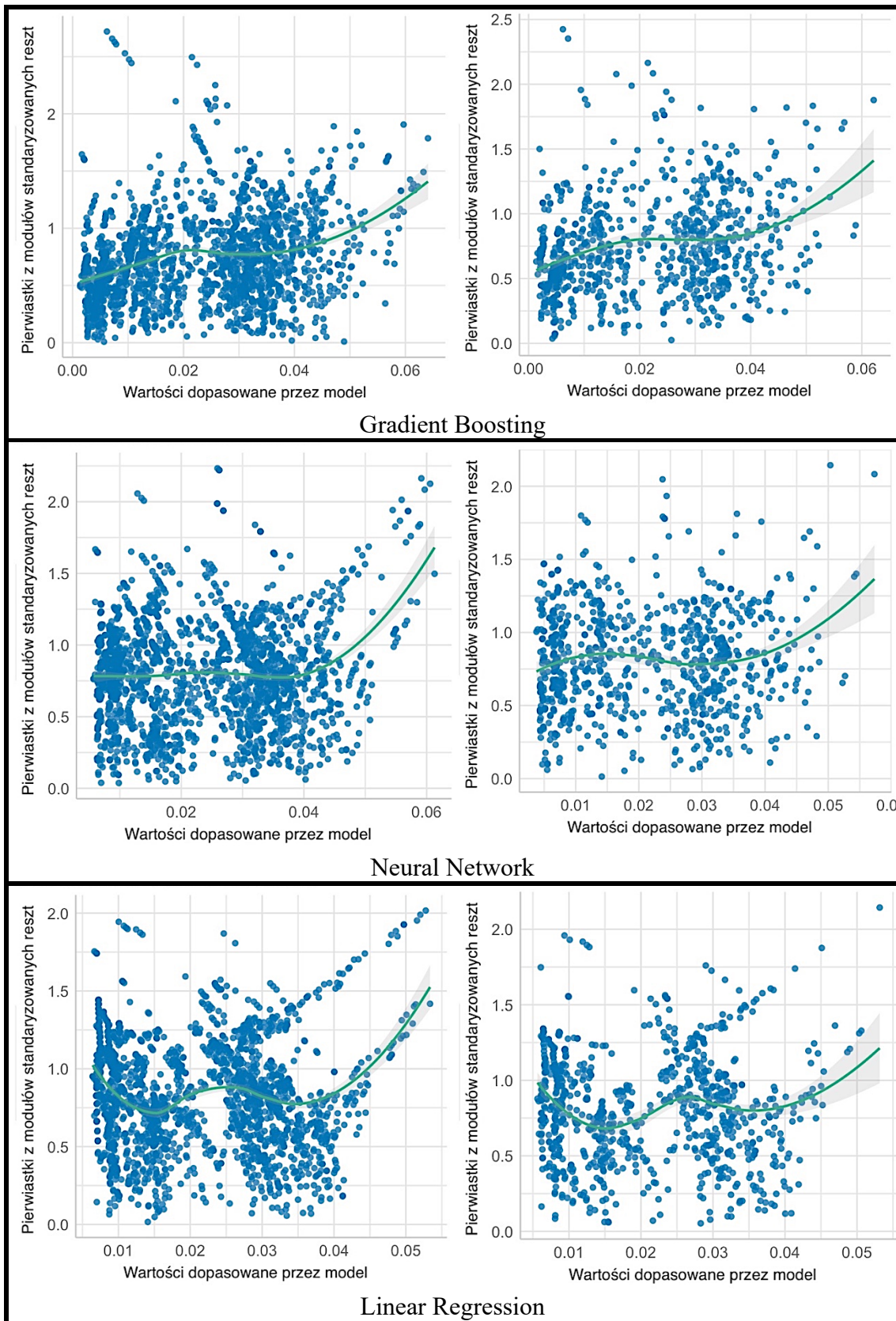


Rysunek 66. Wykresy normalności rozkładu reszt (P-P plot) dla poszczególnych modeli.

Analiza hetroskedestyczności

Bazując na wcześniejszym doświadczeniu z analizy piasków i analizując wykresy pierwiastków z modułów standardowych reszt (rysunek 67), kształt wachlarza rozkładu wskazuje na możliwość wystąpienia heteroskedastyczności. Problem heteroskedestyczności został omówiony szerzej we wcześniejszym rozdziale 5.1.3.





Rysunek 67. Wykresy heteroscedastyczności dla poszczególnych modeli.

W tabeli 22 znajdują się wyniki testów Breuscha-Pagana, Durбина-Watsona oraz Breusch-Godfrey na autokorelację reszt. Wyniki testu Breuscha-Pagana pozwoliły stwierdzić występowanie heteroskedastyczności we wszystkich modelach. Oznacza to zastosowanie prawidłowej ilości zmiennych do oszacowania analizowanych modeli.

Przeprowadzono test Durбина-Watsona mający wykluczyć hipotezę o występowaniu autokorelacji pierwszego rzędu pomiędzy zmiennymi. Wszystkie wyniki oscylują wokół wartości $DW=2$, co świadczy o braku autokorelacji zmiennych

Ostatecznie odrzucono hipotezę o występowaniu autokorelacji mniejszej lub równej trzy stosując test Breuscha-Godfrey, gdzie przypadku wszystkich modeli występuje p-value większe od 0.05. Pozwala to na odrzucenie hipotezy o występowaniu autokorelacji dla badanych modeli.

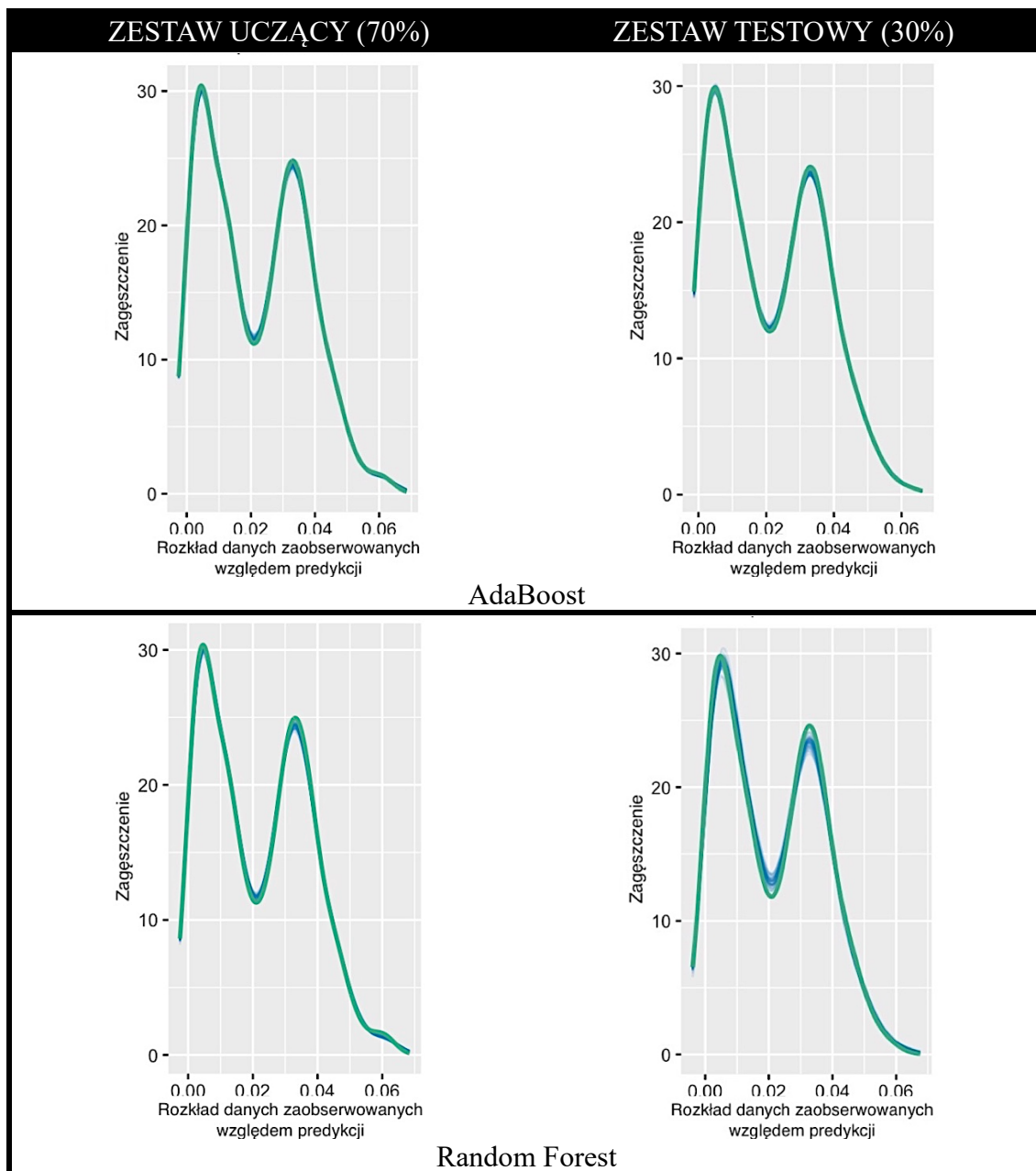
Tabela 22. Wyniki testów Breuscha-Pagana, Durбина-Watsona oraz Breusch-Godfrey na autokorelację reszt.

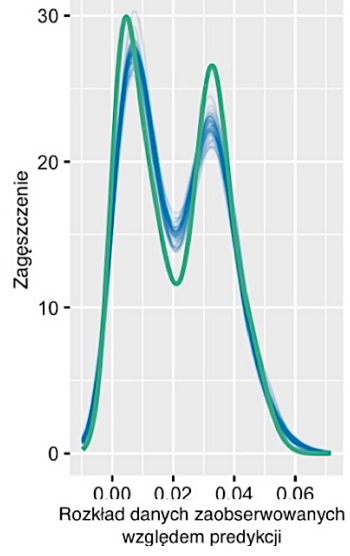
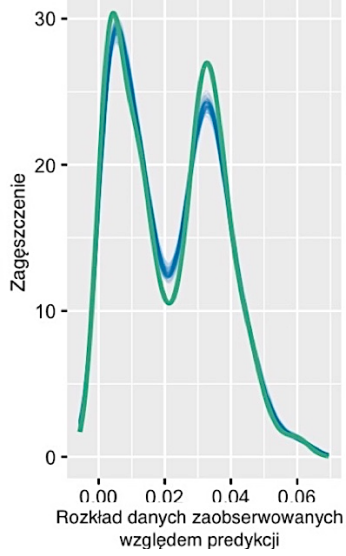
TRENING	Test Breuscha-Pagana			Test Durbin-Watson		Test Breusch-Godfrey		
	BP	df	p-value	DW	p-value	LM test	df	p-value
AdaBoost	70.879	1	$< 2.2 \times 10^{-16}$	1.969	0.245	0.476	1	0.490
Random Forest	75.144	1	$< 2.2 \times 10^{-16}$	1.946	0.110	1.501	1	0.221
k-NN	96.849	1	$< 2.2 \times 10^{-16}$	1.966	0.220	0.592	1	0.442
Gradient Boosting	14.274	1	1.58×10^{-4}	1.996	0.462	0.009	1	0.925
Neural Network	36.317	1	1.68×10^{-9}	2.039	0.811	0.791	1	0.374
Linear Regression	8.411	1	3.73×10^{-3}	2.002	0.519	0.007	1	0.933

TEST	Test Breuscha-Pagana			Test Durbin-Watson		Test Breusch-Godfrey		
	BP	df	p-value	DW	p-value	LM test	df	p-value
AdaBoost	9.488	1	2.07×10^{-3}	1.969	0.326	0.203	1	0.652
Random Forest	8.960	1	2.76×10^{-3}	1.982	0.392	0.073	1	0.787
k-NN	26.966	1	2.07×10^{-7}	1.963	0.293	0.295	1	0.587
Gradient Boosting	13.531	1	2.35×10^{-4}	2.065	0.830	0.927	1	0.336
Neural Network	9.391	1	2.18×10^{-3}	1.914	0.101	1.457	1	0.227
Linear Regression	2.851	1	9.13×10^{-2}	1.998	0.491	0.00044	1	0.983

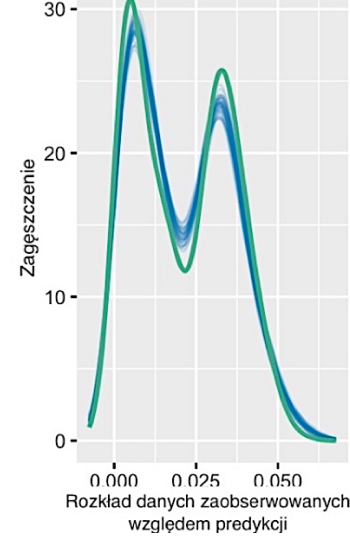
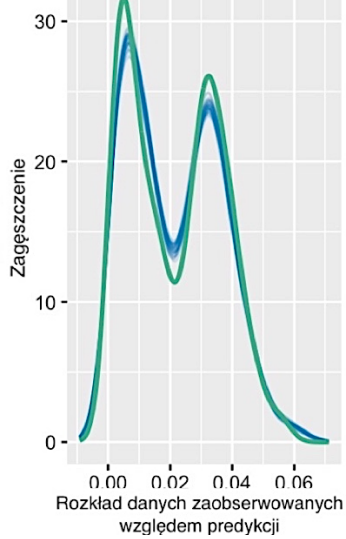
Analiza danych zaobserwowanych względem predykcji

Kontrola predykcjna z wyprzedzeniem (rysunek 68) weryfikuje dopasowanie danych przewidywanych przez poszczególne algorytmy na modele dostosowane do danych empirycznych. Najlepsze dopasowanie do wyników badań uzyskały algorytmy *AdaBoost*, *Random Forest*. W przypadku modeli *k-NN* i *Gradient Boosting* obserwujemy nieco słabszą odporność modeli na dane odstające od głównego trendu zagęszczenia danych. W przypadku modelu powstałego na bazie algorytmu *Neural Network* i *Linear Regression* widać znaczące odchylenia od głównej osi trendu.

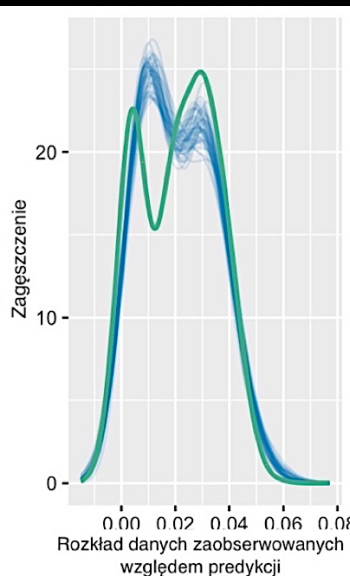
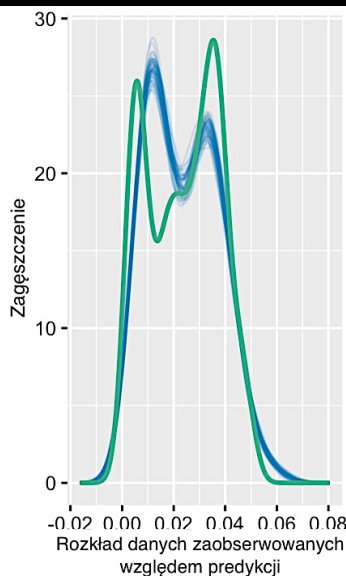




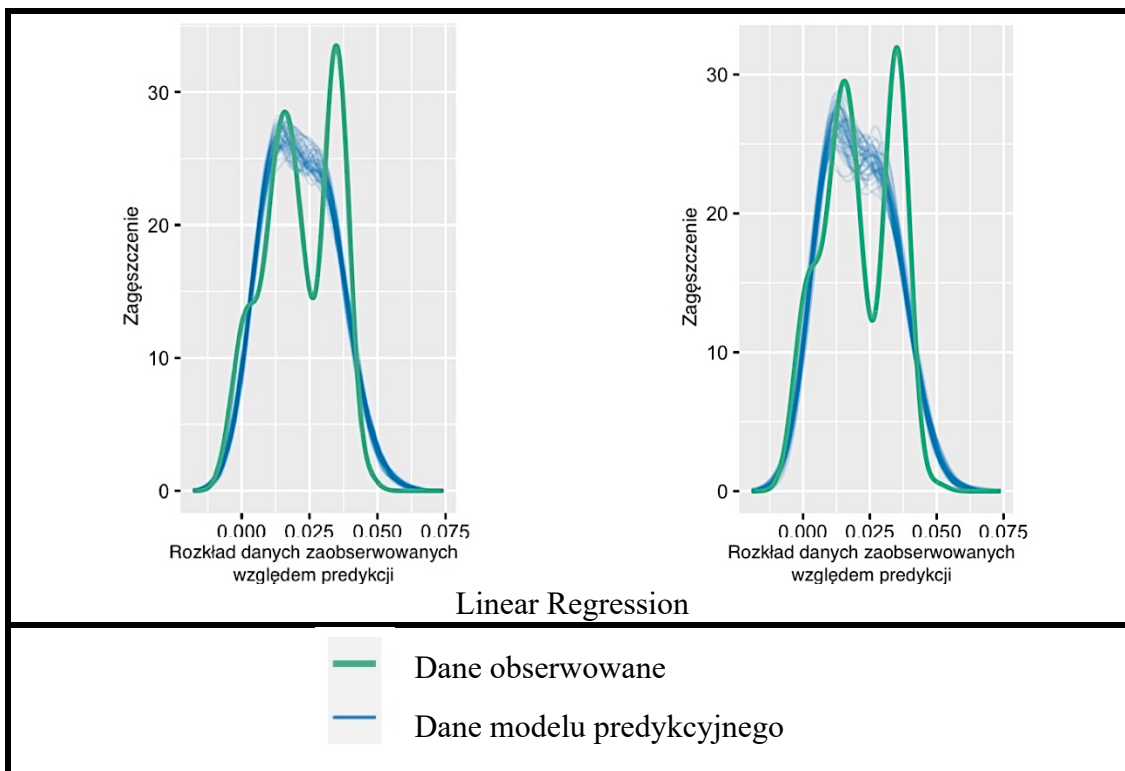
k-NN



Gradient Boosting



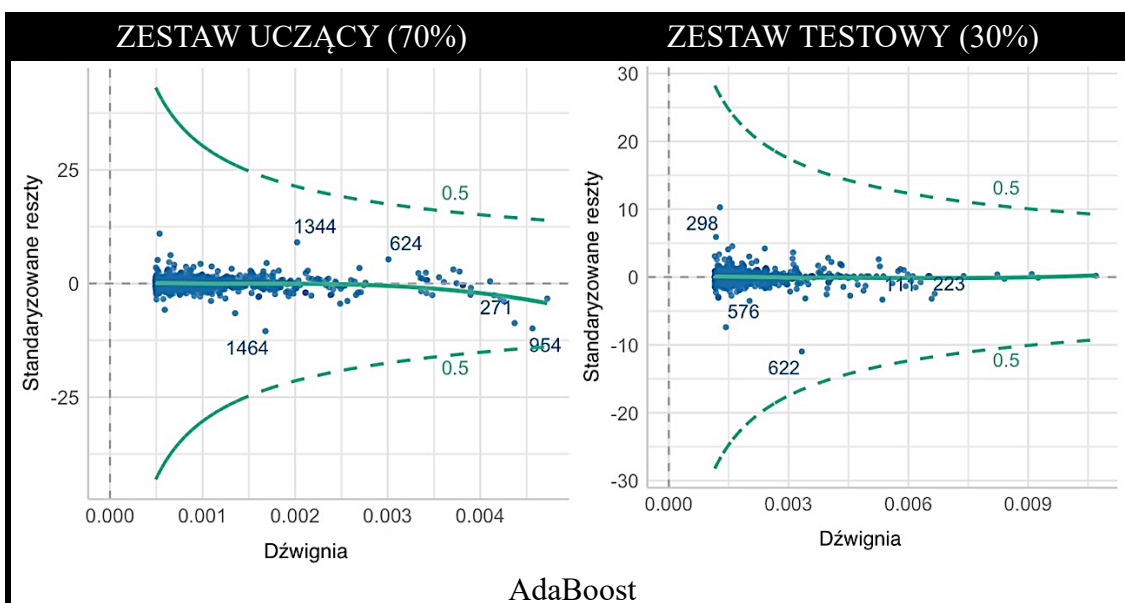
Neural Network

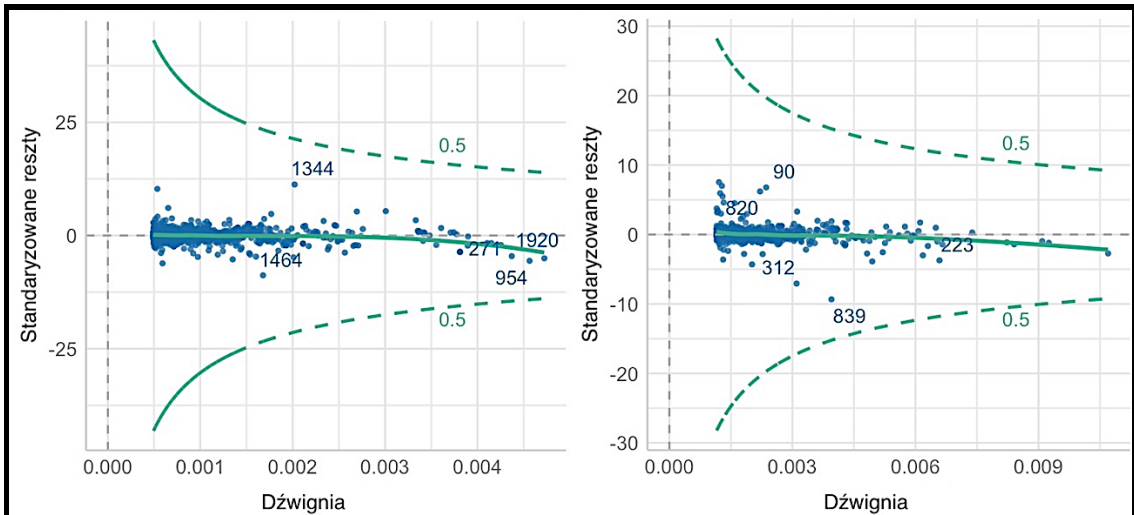


Rysunek 68. Wykresy predykcji założonego modelu dla poszczególnych algorytmów.

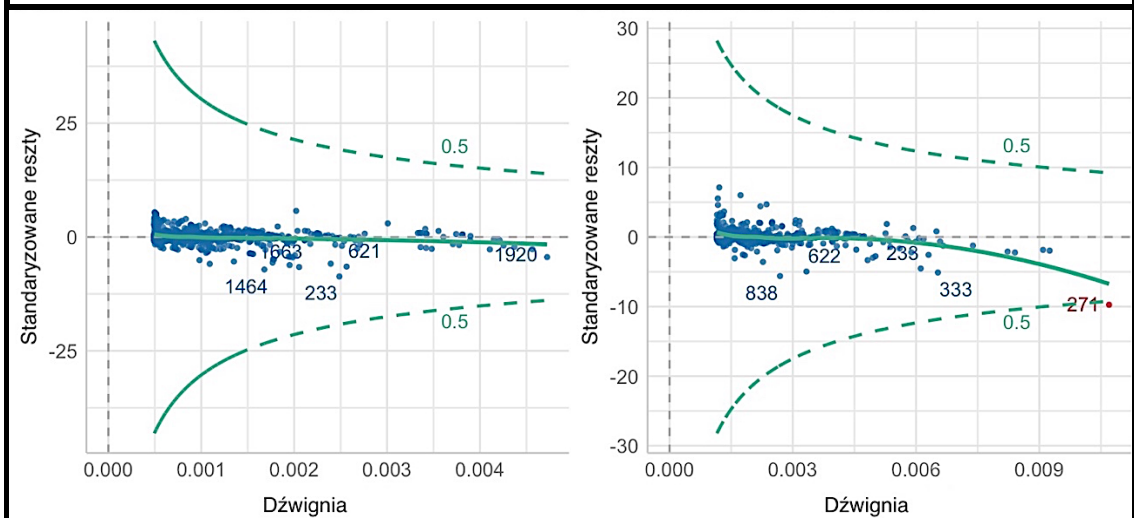
Analiza wpływowych wartości

Na rysunku 69 zaprezentowano graficzną analizę wpływowych obserwacji, dla zestawów uczącego i testowego. Dla żadnego z badanych modeli nie stwierdzono występowania wartości wpływowych mogących mieć istotny wpływ na predykcję współczynnika filtracji i wpływać na wiarygodność modelu.

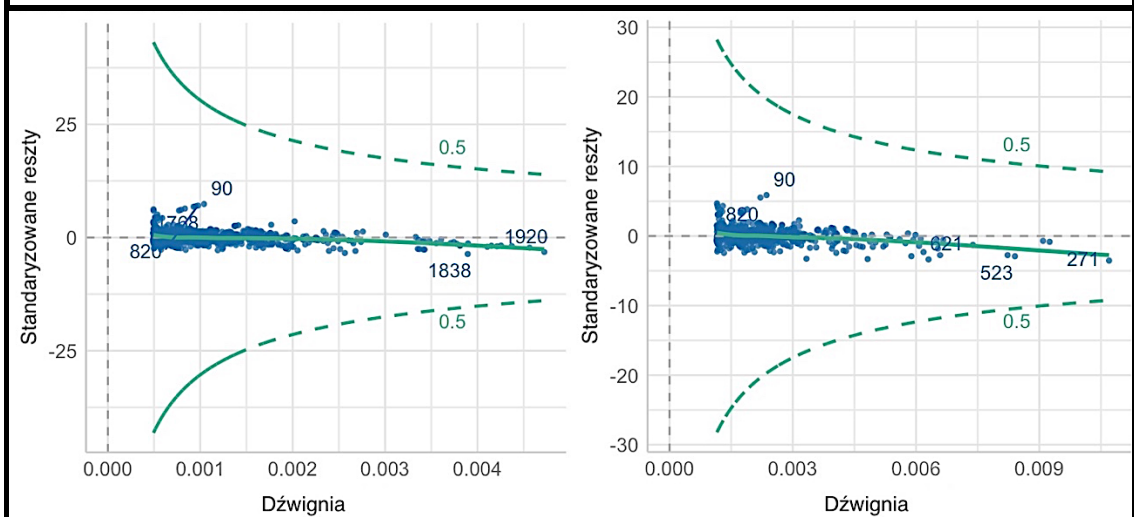




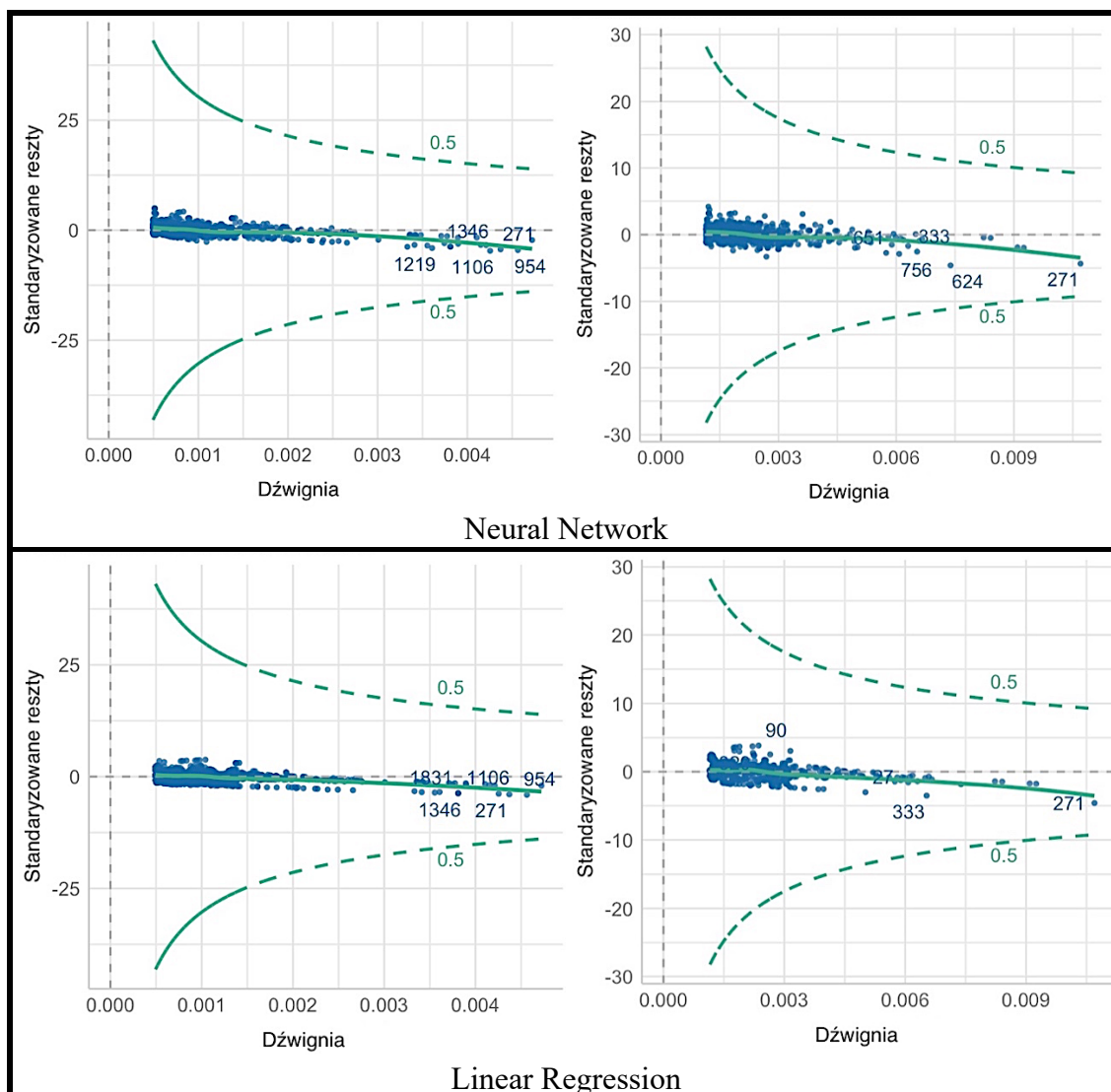
Random Forest



k-NN



Gradient Boosting



Rysunek 69. Wykresy analizy wpływowych obserwacji dla poszczególnych modeli.

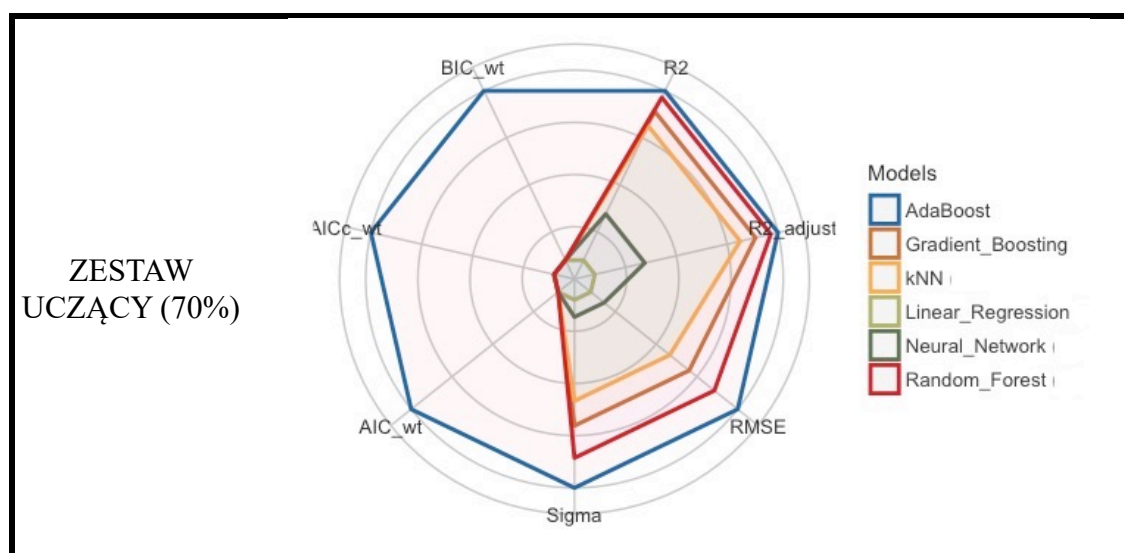
W tabeli 23 zaprezentowano analizę wydajności modeli uwzględniającą zestaw uczący i testowy. Analiza jest uszeregowana hierarchicznie pod względem parametrów oceny $R^2_{(adj.)}$, RMSA, AIC (ważonego), BIC (ważonego). Najwyższy wynik wydajności uzyskano dla algorytmu *AdaBoost*, który uzyskał wydajność na poziomie 100%, kolejny algorytm z wysoką wydajnością modeli jest *Random Forest* o wydajności 66.19% dla zestawu uczącego i 66.44% dla zestawu testowego oraz *Gradient Boosting* 61.39% dla zestawu uczącego i 61.71% dla zestawu testowego. Najniższą wydajność uzyskano dla algorytmu *Linear Regression* (0.00%).

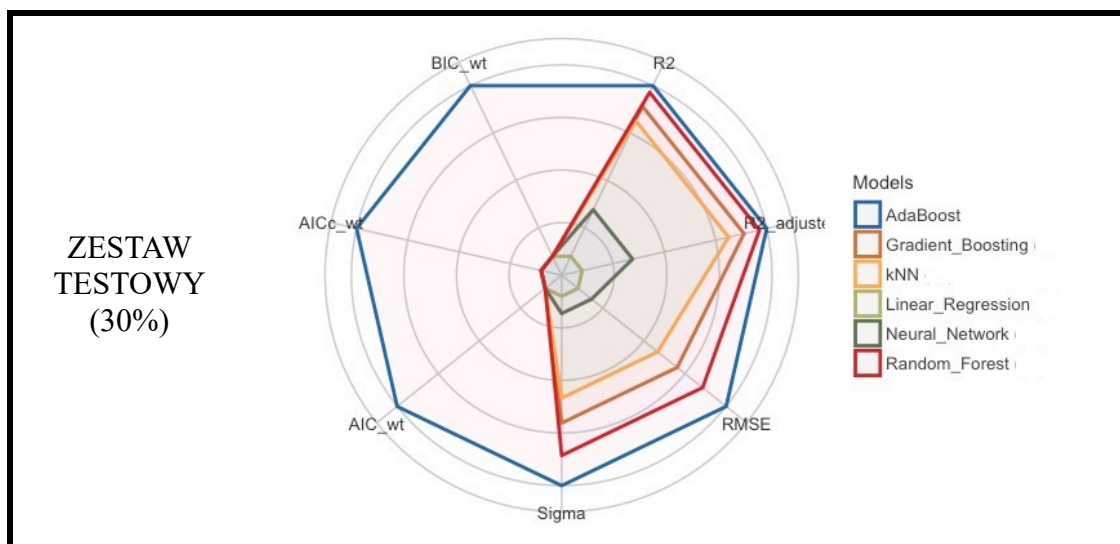
Tabela 23. Analiza wyników wydajności modeli dla zestawów danych uczącego i testowych.

TRENING	Model	$R^2_{(adj.)}$	RMSE	Sigma	AIC (ważone)	BIC (ważone)	Wynik wydajności
AdaBoost	lm	0.995	0.0010	0.0010	1.00	1.00	100.00%
Random Forest	lm	0.995	0.0010	0.0010	0.00	0.00	66.19%
k-NN	lm	0.990	0.0020	0.0020	0.00	0.00	61.39%
Gradient Boosting	lm	0.980	0.0020	0.0020	0.00	0.00	53.69%
Neural Network	lm	0.941	0.0040	0.0040	0.00	0.00	31.74%
Linear Regression	lm	0.870	0.0050	0.0050	0.00	0.00	0.00%

TEST	Model	$R^2_{(adj.)}$	RMSE	Sigma	AIC (ważone)	BIC (ważone)	Wynik wydajności
AdaBoost	lm	0.997	0.0008	0.0008	1.00	1.00	100.00%
Random Forest	lm	0.997	0.0009	0.0009	0.00	0.00	66.44%
k-NN	lm	0.992	0.0010	0.0010	0.00	0.00	61.71%
Gradient Boosting	lm	0.981	0.0020	0.0020	0.00	0.00	52.47%
Neural Network	lm	0.945	0.0030	0.0030	0.00	0.00	32.16%
Linear Regression	lm	0.876	0.0050	0.0050	0.00	0.00	0.00%

Na rysunku 70 zaprezentowano graficzne odzwierciedlenie analizy wydajności poszczególnych modeli.





Rysunek 70. Graficzna interpretacja analizy wyników wydajności modeli dla zestawów danych uczącego i testowych.

5.2.4. Tworzenie i ocena modeli dla próby dzielonej metodą Cross Validation

Wyniki predykcji modeli z zastosowaniem algorytmów zaprezentowano w tabeli 24. Najlepsze wyniki predykcyjne uzyskał algorytm *AdaBoost* przy R^2 dla zestawu uczącego 0.992 i R^2 dla próby testowej 0.968. Jednocześnie model *AdaBoost* uzyskał błąd średniokwadratowy (MSE) w zakresie od 1.82×10^{-6} - 7.49×10^{-6} , pierwiastkowy błąd średniokwadratowy (RMSE) między 1.35×10^{-3} a 2.74×10^{-3} , średni błąd bezwzględny (MAE) 7.28×10^{-4} do 1.19×10^{-3} . Kolejny algorytm z najwyższym współczynnikiem determinacji (zarówno dla zestawu uczącego jak i testowego) *Random Forest* uzyskał podobne poziomy błędów oraz R^2 , zestaw uczący 0.990 oraz zestaw testowy 0.959. W przypadku algorytmów *k-NN* oraz *Gradient Boosting* otrzymano niższe wyniki dopasowania modelu, jednak ze współczynnikiem determinacji powyżej 0.9. Najniższy współczynnik determinacji uzyskano dla *Linear Regression* w przedziale od 0.701 do 0.726.

Tabela 24. Wyniki estymacji dla zestawów danych uczącego i testowych – Cross Validation.

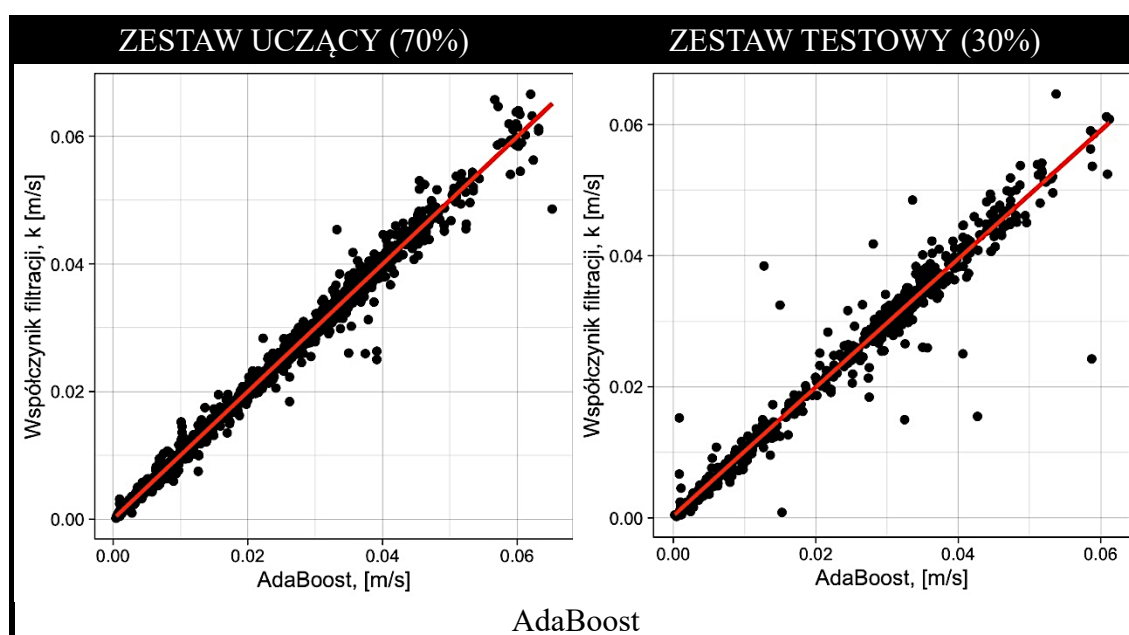
Cross Validation – Zestaw uczący				
Algorytm	MSE	RMSE	MAE	R^2
AdaBoost	1.82×10^{-6}	1.35×10^{-3}	7.28×10^{-4}	0.992
Random Forest	2.49×10^{-6}	1.58×10^{-3}	8.42×10^{-4}	0.990
Gradient Boosting	9.93×10^{-6}	3.15×10^{-3}	1.98×10^{-3}	0.958
k-NN	1.19×10^{-5}	3.46×10^{-3}	1.66×10^{-3}	0.950

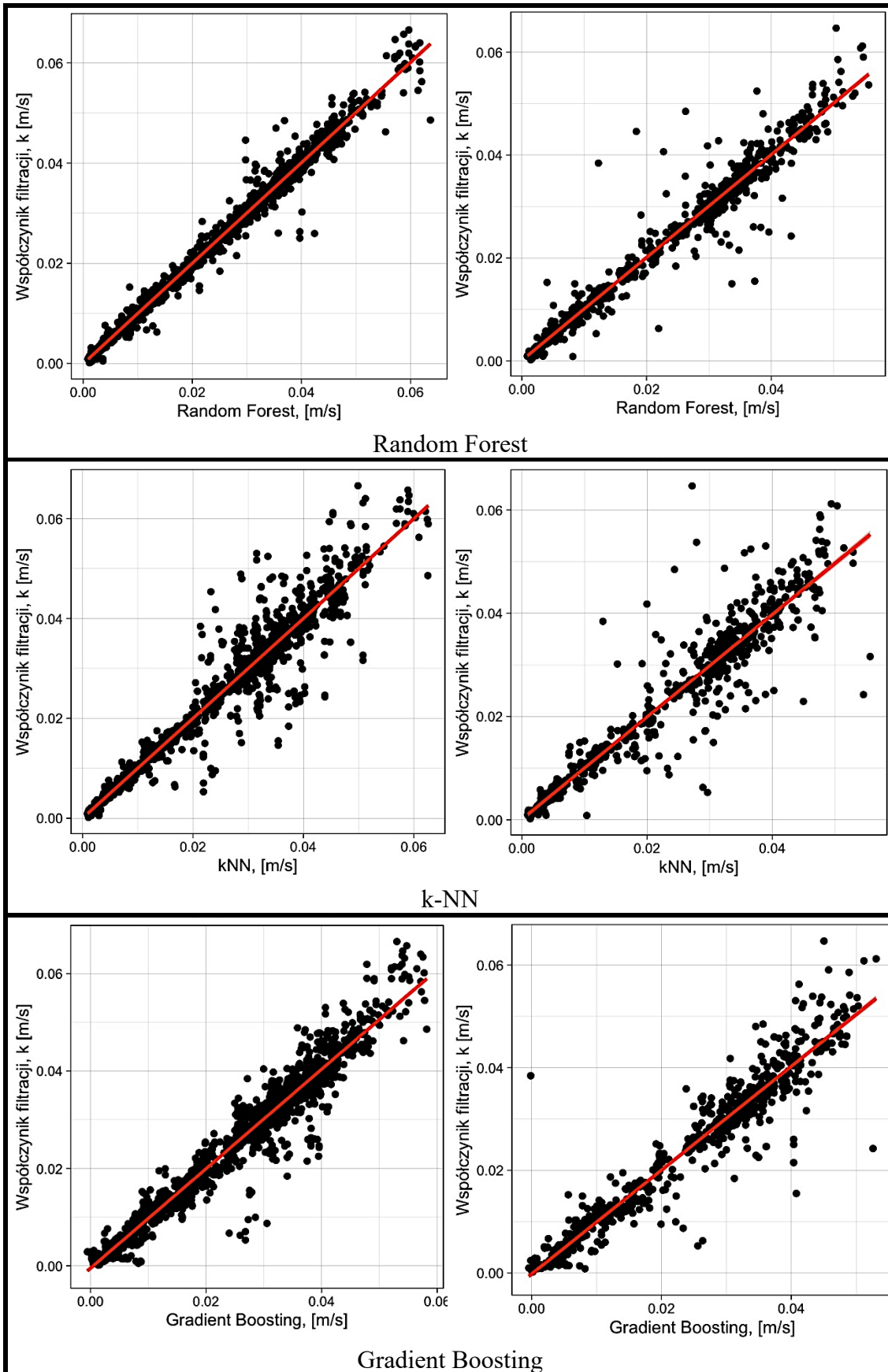
Neural Network	4.08×10^{-5}	6.39×10^{-3}	4.50×10^{-3}	0.828
Linear Regression	7.10×10^{-5}	8.42×10^{-3}	6.23×10^{-3}	0.701

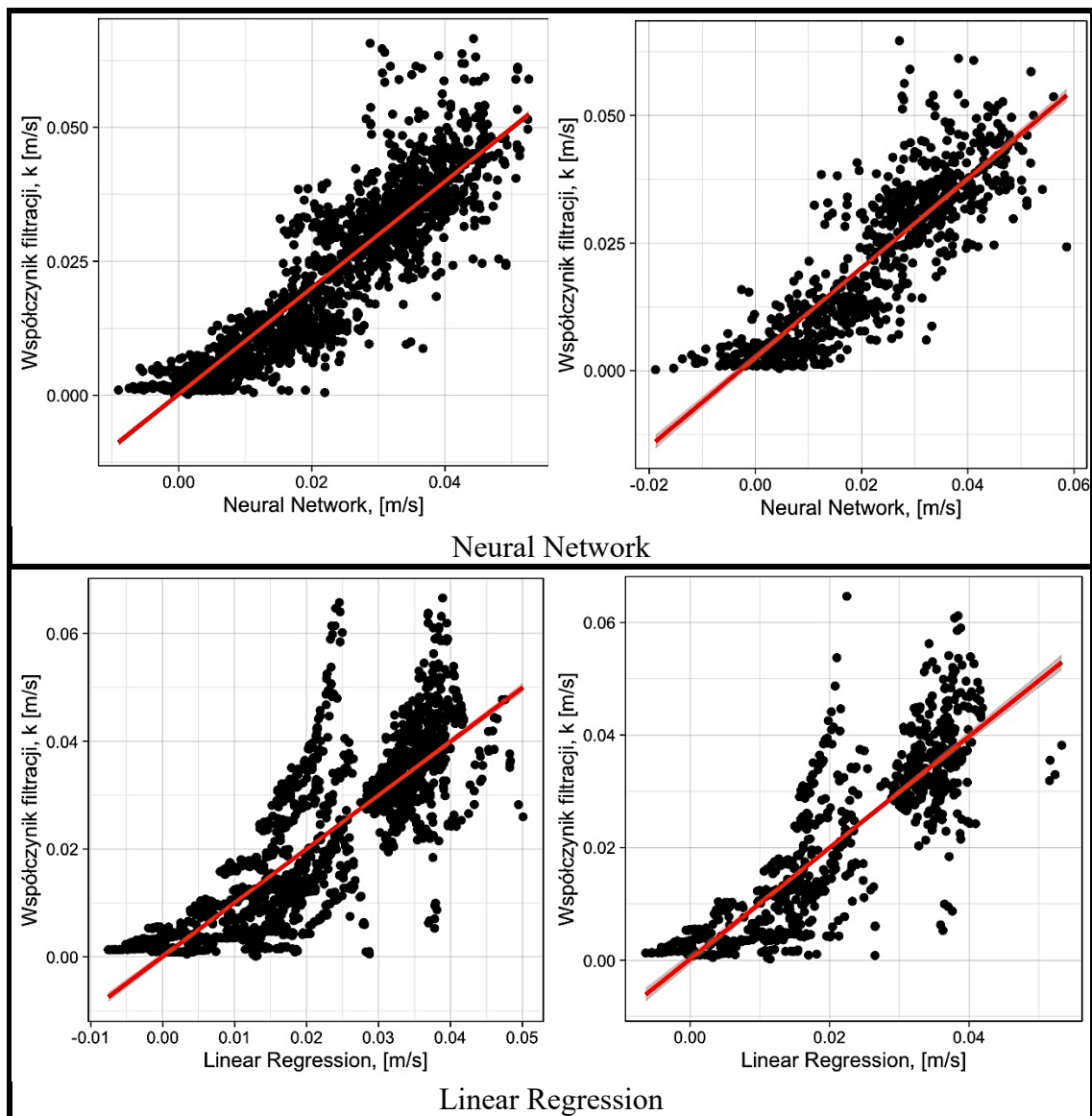


Cross Validation – Zestaw testowy				
Algorytm	MSE	RMSE	MAE	R^2
AdaBoost	7.49×10^{-6}	2.74×10^{-3}	1.19×10^{-3}	0.968
Random Forest	9.52×10^{-6}	3.09×10^{-3}	1.49×10^{-3}	0.959
Gradient Boosting	1.52×10^{-5}	3.90×10^{-3}	2.22×10^{-3}	0.934
k-NN	2.00×10^{-5}	4.47×10^{-3}	2.28×10^{-3}	0.914
Neural Network	6.29×10^{-5}	7.93×10^{-3}	5.93×10^{-3}	0.728
Linear Regression	6.36×10^{-5}	7.97×10^{-3}	5.92×10^{-3}	0.726

Rysunek 71 odzwierciedla wcześniej zaprezentowane w tabeli 24 wyniki predykcji dla zestawów uczącego i testowego. Najlepsze dopasowanie uzyskano dla algorytmu *Adaboost* R^2 dla zestawu uczącego wynosił 0.992, a dla testowego 0.968. Na rysunku 71, dane dla algorytmu *AdaBoost* dla zestawu danych uczącego, pochodzące z obserwacji oraz predykcji układają się blisko linii regresji. Dla danych testowych widoczne są pojedyncze wartości nieco bardziej oddalone od linii regresji. W przypadku algorytmów *Linear Regression* oraz *Neural Network*, wyniki zestawione na wykresie charakteryzują znaczne oddalenie od linii regresji i brak jednolitego charakteru rozkładu wartości co ma istotny wpływ na zdolność tych modeli do przewidywania współczynnika filtracji.





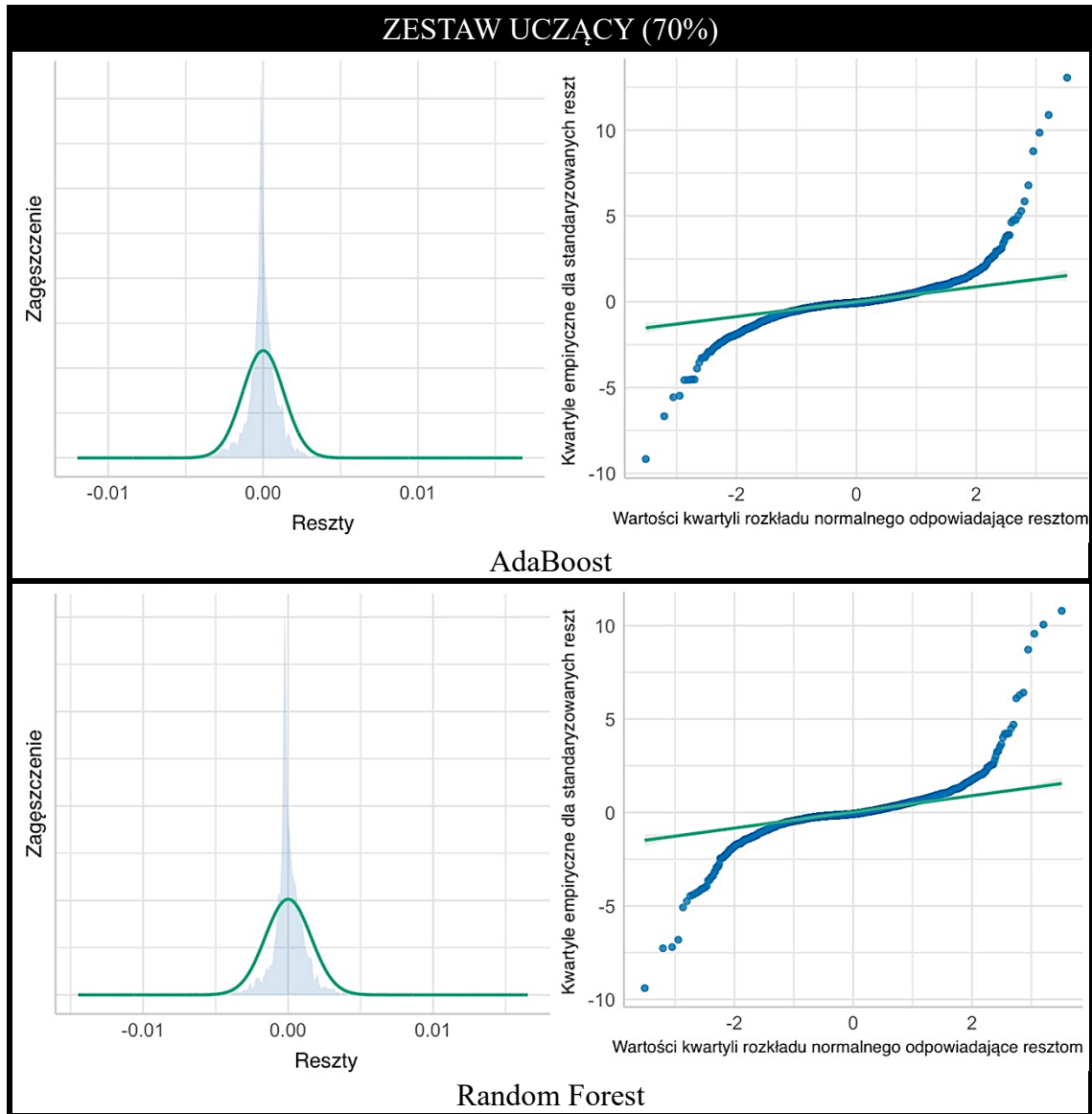


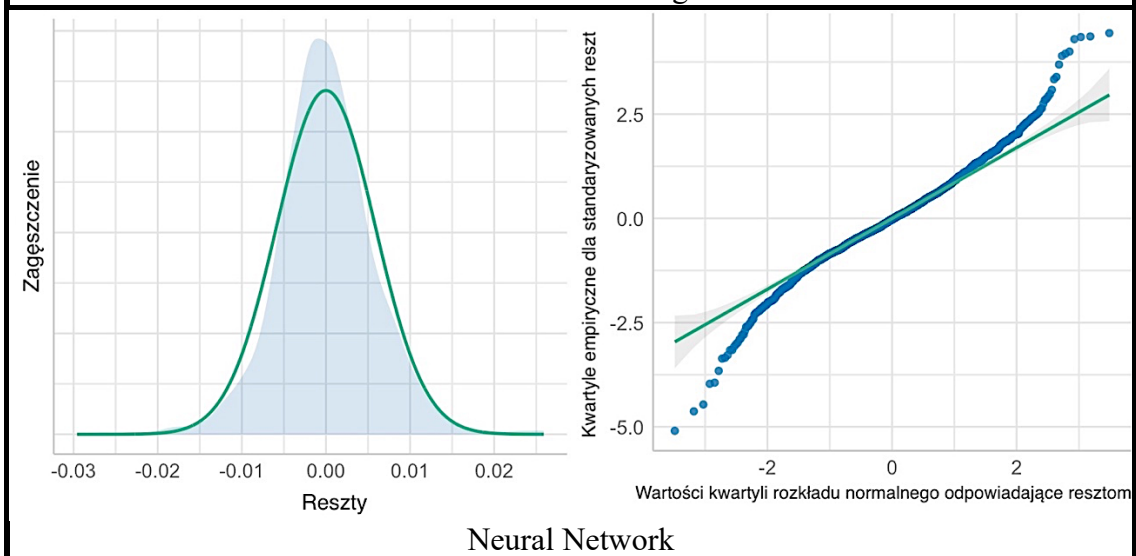
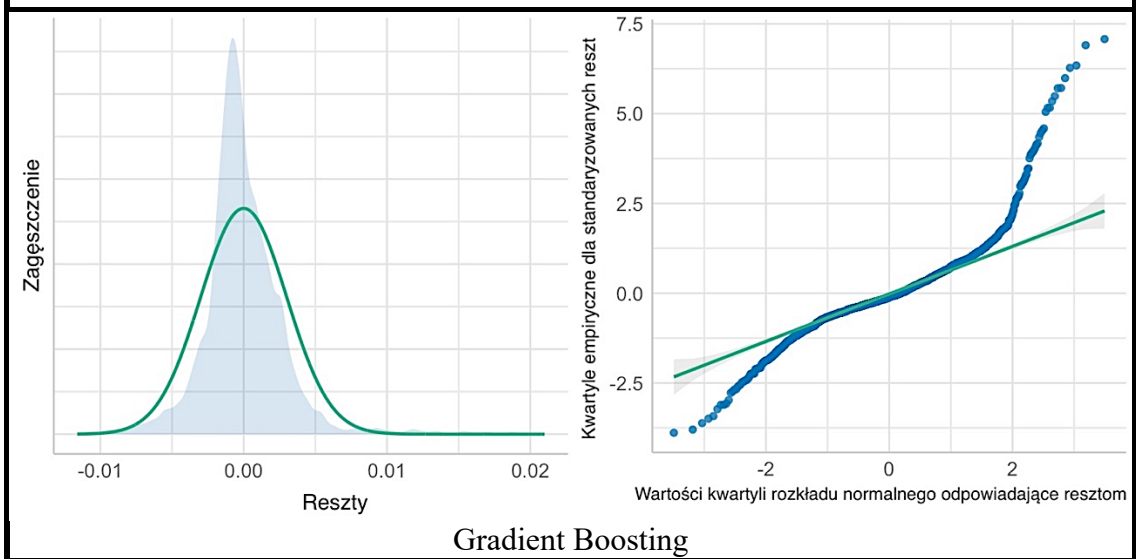
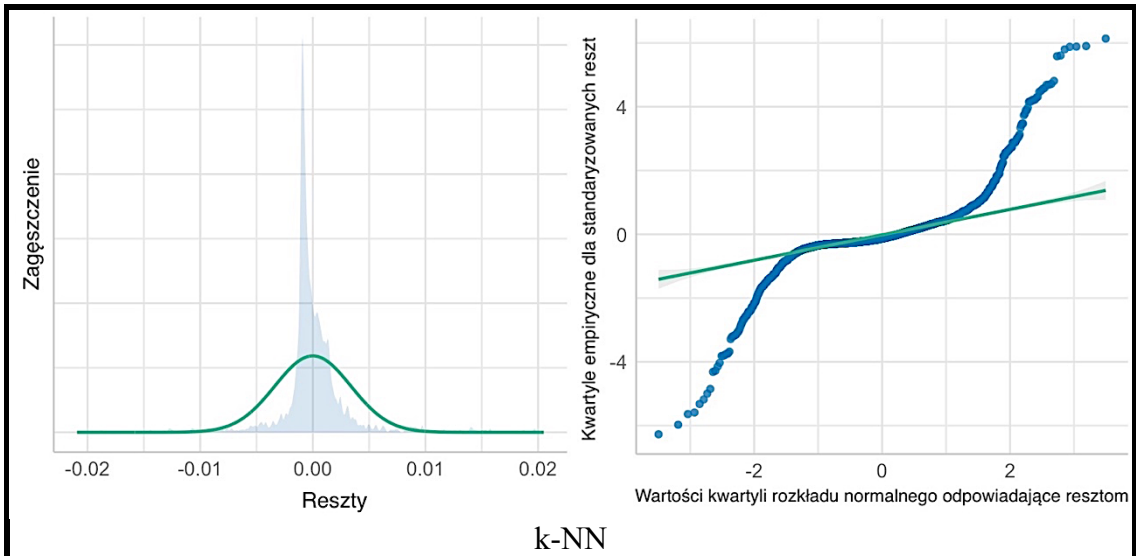
Rysunek 71. Porównanie wyników modelowania z obserwacjami.

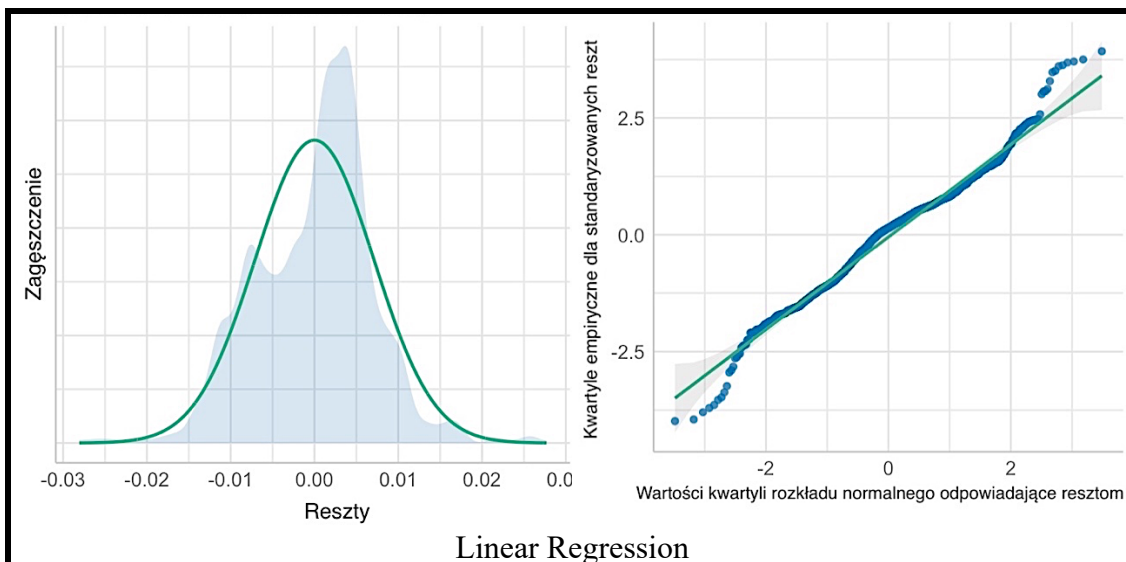
Analiza rozkładu normalności reszt wraz wykresem kwartył-kwartył (Q-Q plot)

Analizę rozkładu reszt przeprowadzono dla wszystkich algorytmów, zastosowano graficzną interpretację w postaci histogramów rozkładu reszt i wykresów Q-Q przedstawionych na rysunku 72 dla zestawu danych uczących i na rysunku 73 dla zestawu danych testowych. Uzyskane wyniki korespondują z wynikami uzyskanymi wcześniej w przypadku zestawów uczących i testowych dla podziału próby 70% / 30%. Najmniejsze odchylenia reszt, czyli najlepszą predykcję prawidłowych wyników uzyskano dla algorytmu *AdaBoost* gdzie szerokość podstawy rozkładu teoretycznego zawiera się w przedziale ± 0.005 , podobnie dla *Random Forest*, dla algorytmu *k-NN* było to 0.01. Algorytmy *Linear Regression* oraz *Neural Network* mają rozkład o szerszej podstawie, o nierównomiernym rozkładzie w stosunku do rozkładu normalnego.

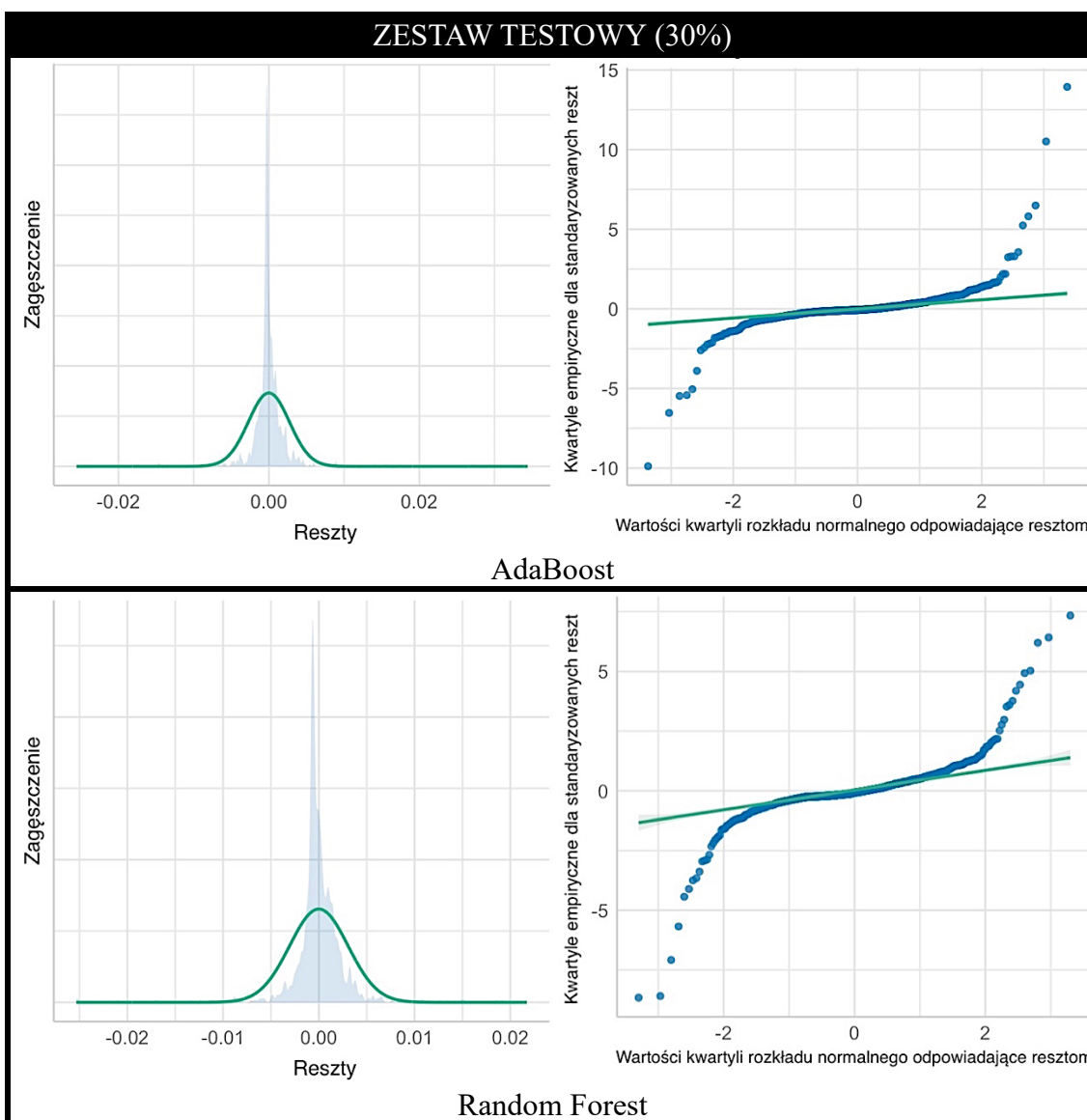
W ich przypadku koncentracja rozkładu reszt wokół wartości zero jest dużo mniejsza, a rozkład ma szerszą podstawę. Podobnie w przypadku rozkładu reszt na wykresie Q-Q, symetria rozkładu ogonów jest nierównomierna. Powyższe obserwacje odnoszą się do obu zestawów uczącego i testowego.

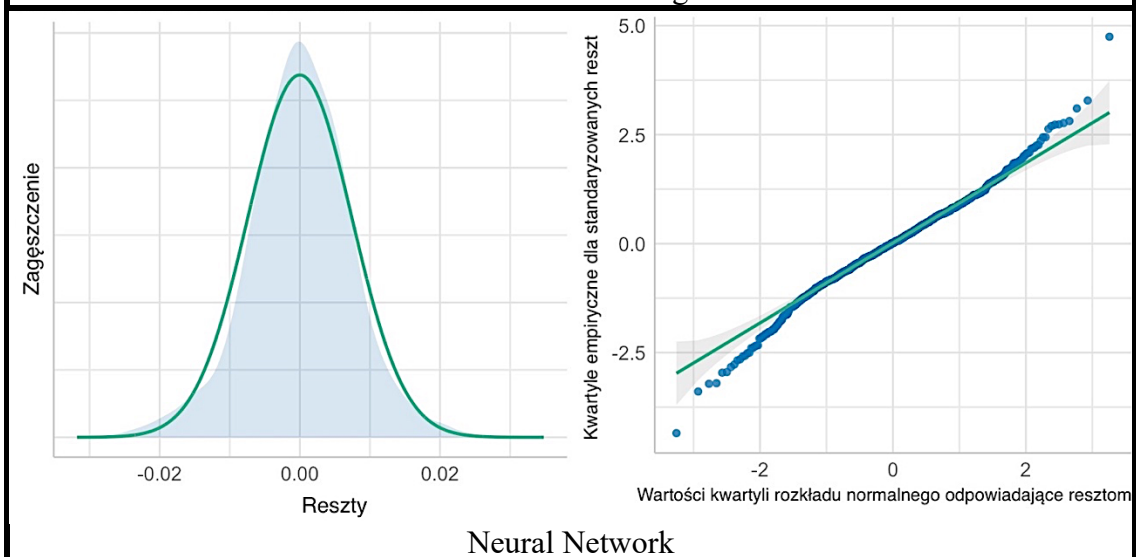
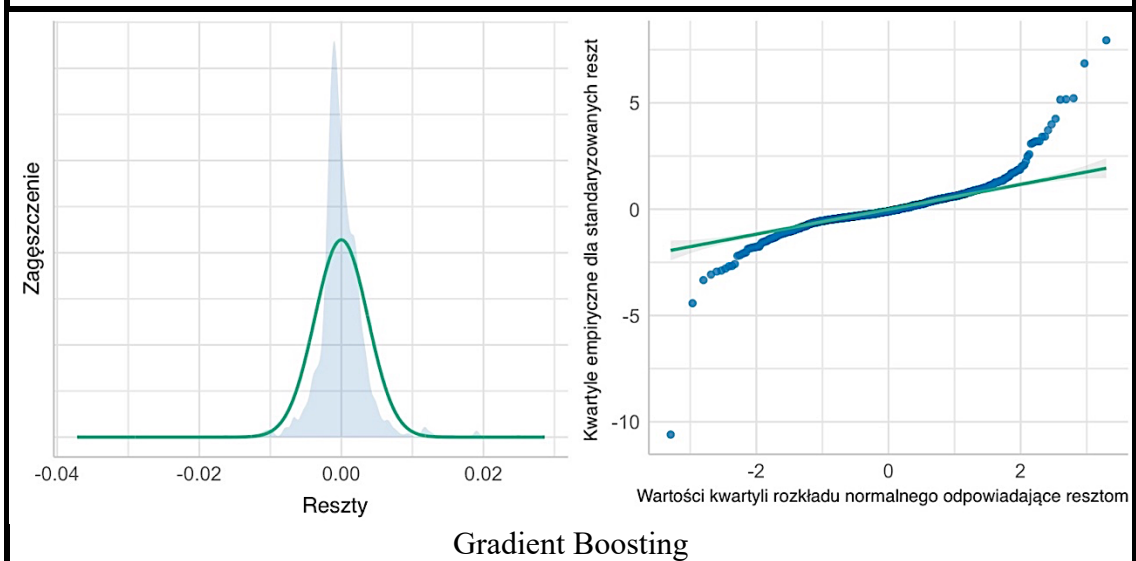
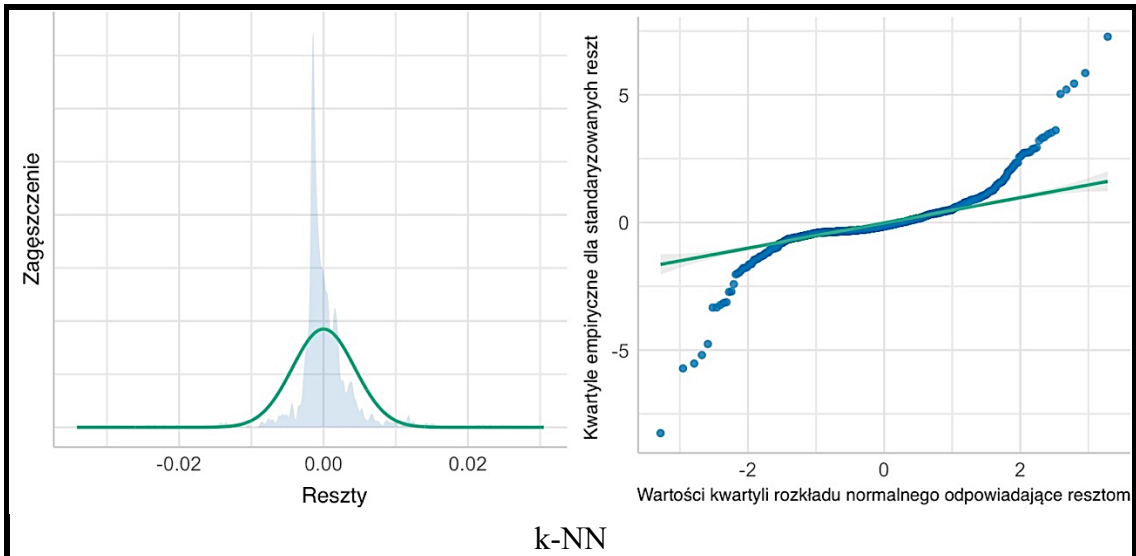


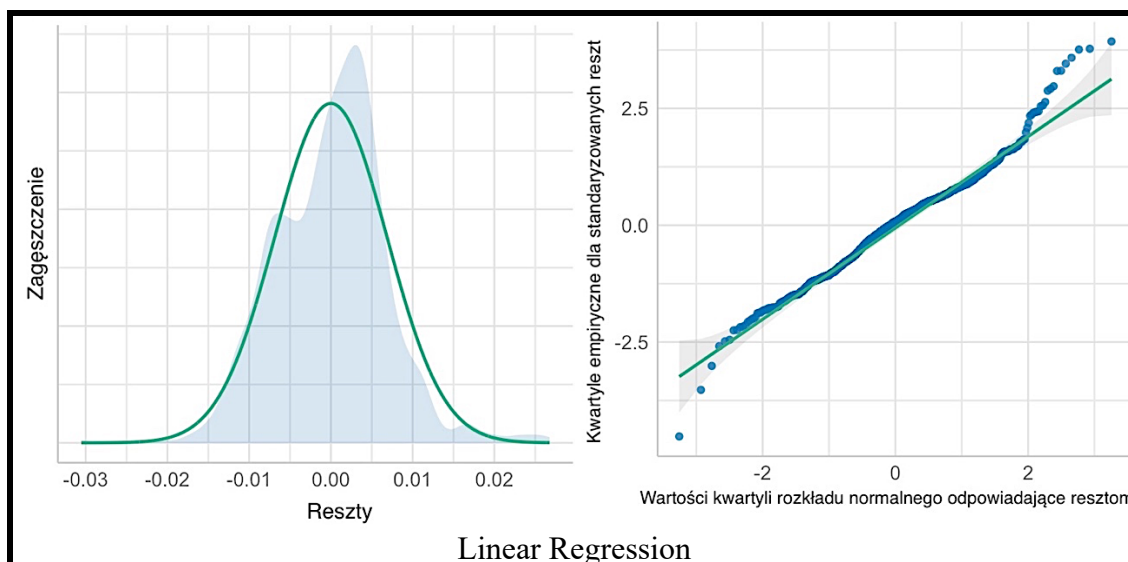




Rysunek 72. Wykresy normalności rozkładu reszt histogram zagęszczenia reszt (po lewej) i wykresie Q-Q (po prawej) dla poszczególnych modeli.







Rysunek 73. Wykresy normalności rozkładu reszt histogram zagęszczenia reszt (po lewej) i QQ-plot (po prawej) dla poszczególnych modeli.

Wyniki kurtozy i skośności estymacji reszt dla walidacji zaprezentowano w tabeli 25. Na podstawie wyników otrzymanych dla wyliczeń kurtozy, ponieważ wszystkie otrzymane wyniki są większe niż 0, można mówić, że w przypadku wszystkich algorytmów występuje znaczna koncentracja wyników wokół średniej.

Rozkłady reszt *AdaBoost*, *Random Forest* i *k-NN* wpisują się w charakterystykę rozkładu leptokurtycznego. *Neural Network* oraz *Linear Regression* wpisują się w rozkład mezokurtyczny z uwagi na duże podobieństwo ich rozkładu koncentracji reszt do rozkładu normalnego.

Analiza wyników skośności świadczy o występowaniu małej prawostronnej skośności uzyskanych wyników dla wszystkich algorytmów poza *Linear Regression* dla którego uzyskany wynik skośności pozwala wnioskować o lewostronnej asymetrii. W przypadku *Neural Network* można wnioskować o braku asymetrii.

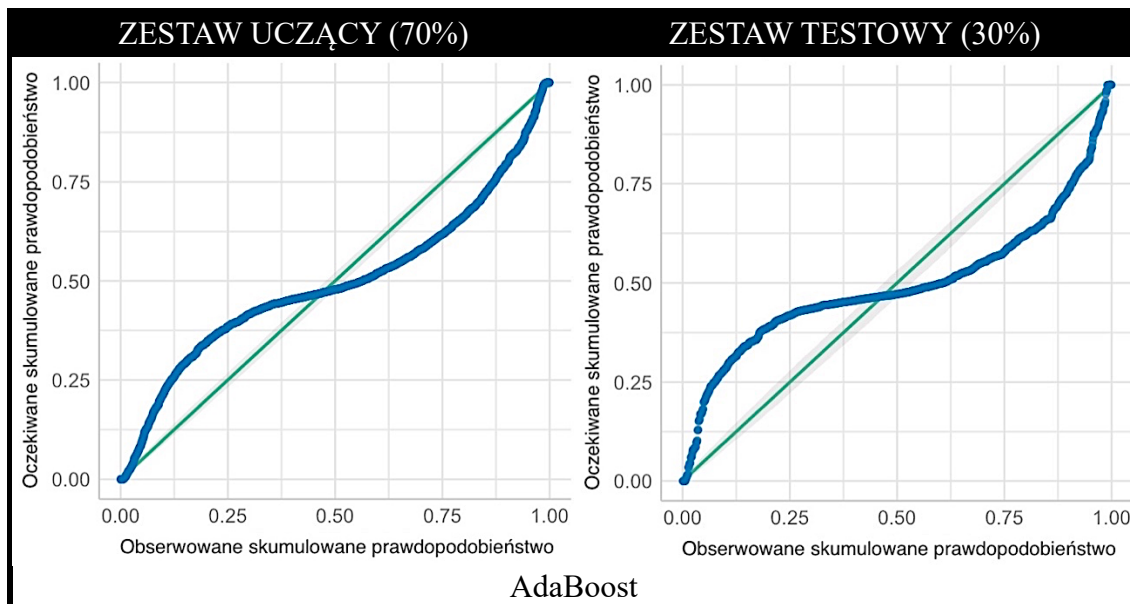
Tabela 25. Wyniki kurtozy i skośności estymacji reszt dla walidacji.

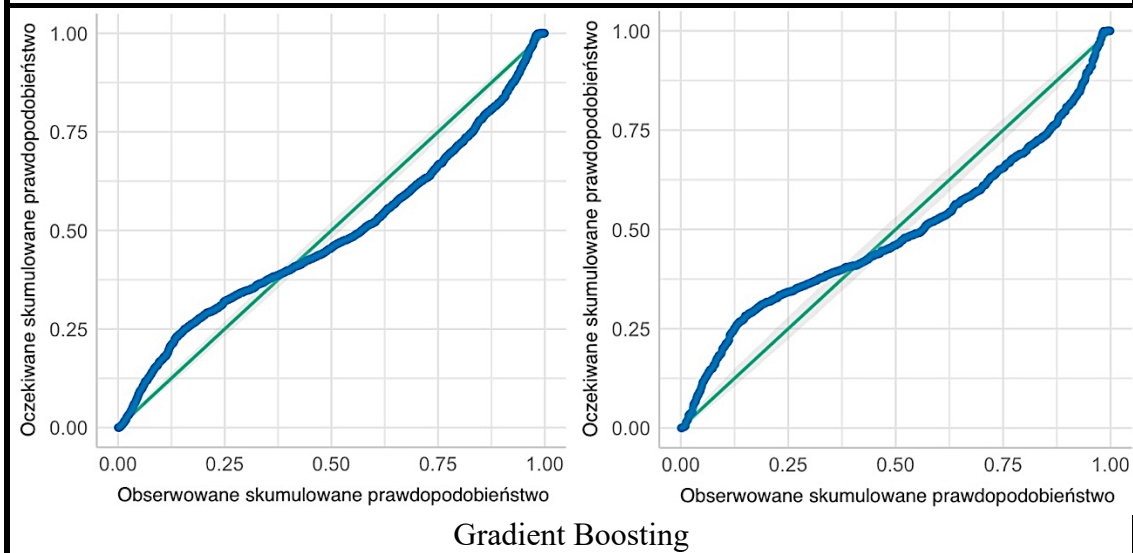
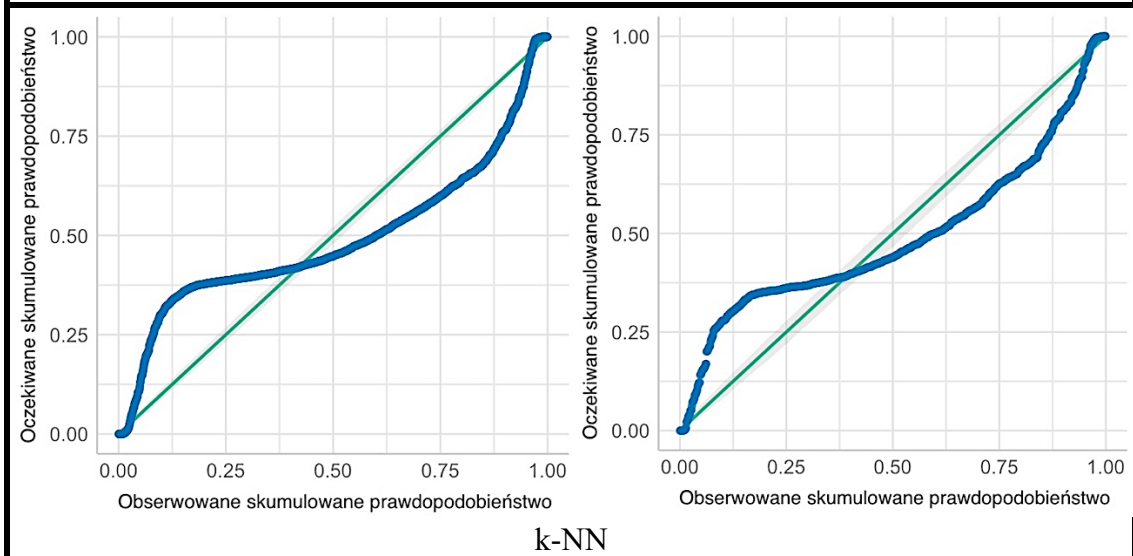
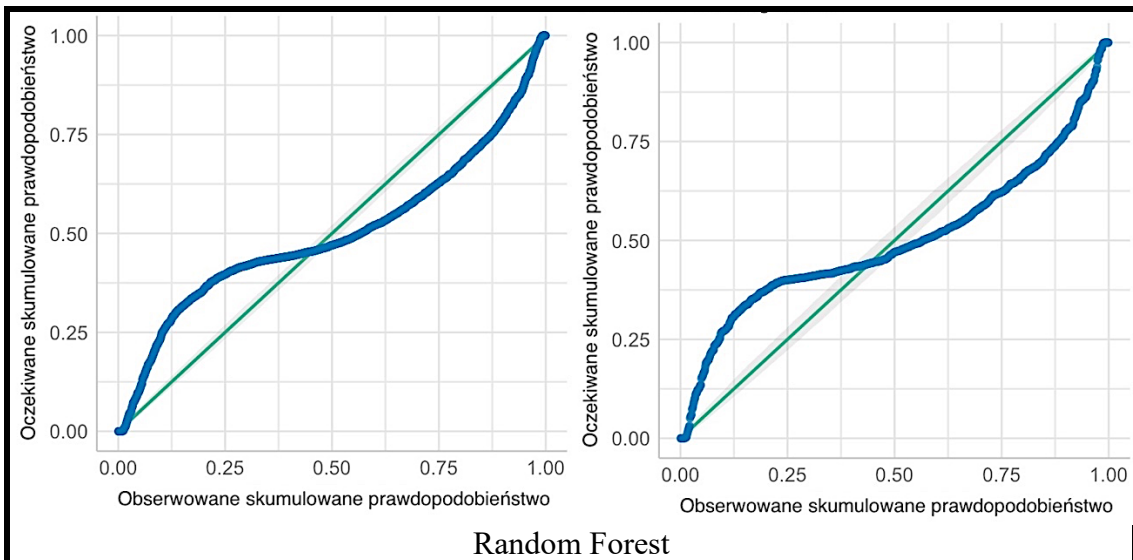
	KURTOZA	SKOŚNOŚĆ
	Cross Validation – Trening	
Neural Network	1.866	-0.0347
AdaBoost	1.986	0.3076
k-NN	1.845	0.2149
Linear Regression	1.960	-0.1921
Random Forest	1.961	0.2956
Gradient Boosting	1.776	0.1883

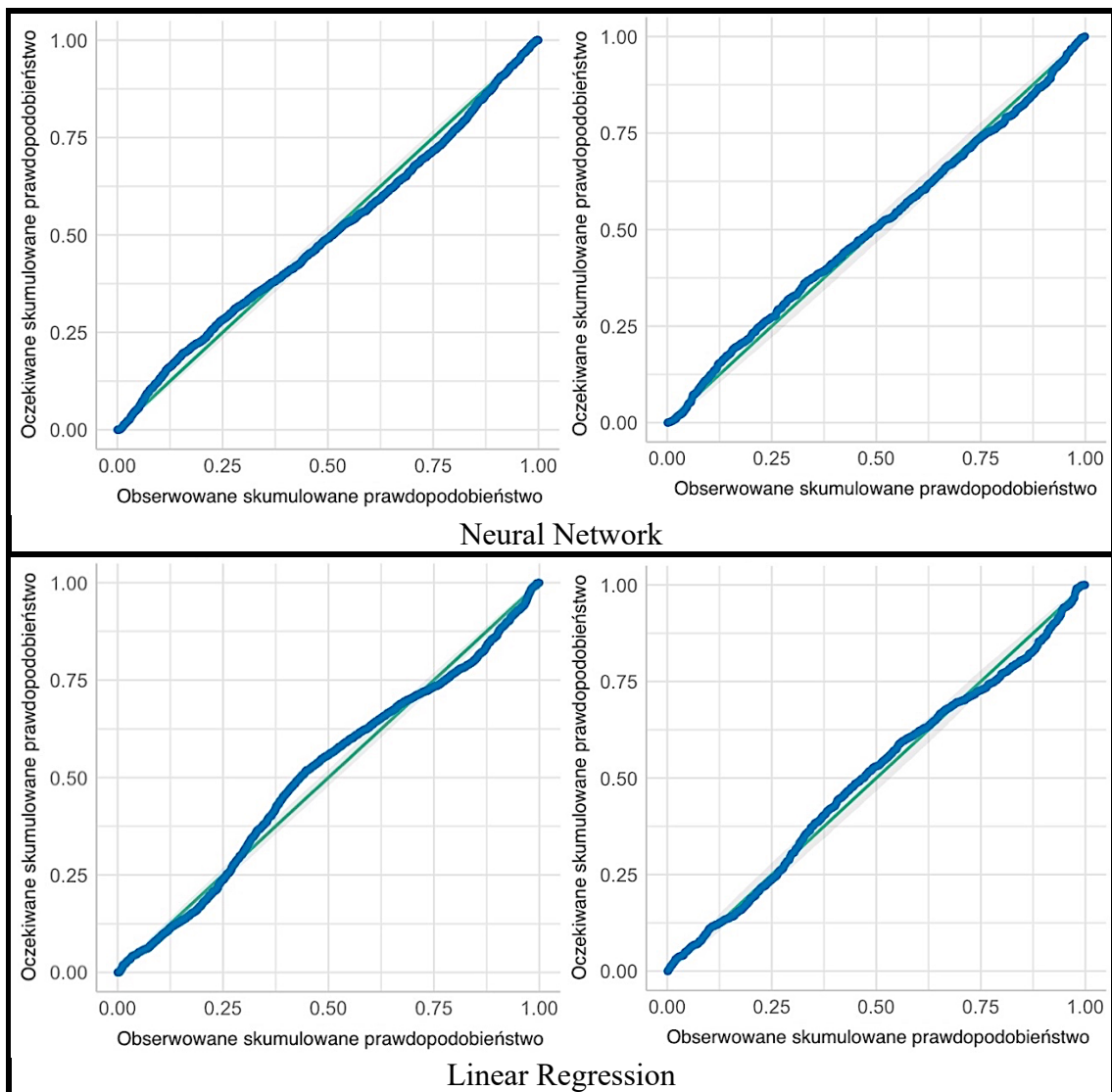
	Cross Validation – Test	
Neural Network	2.079	-0.0331
AdaBoost	1.885	0.2913
k-NN	1.654	0.1449
Linear Regression	1.867	-0.0796
Random Forest	1.704	0.2161
Gradient Boosting	1.633	0.1523

Analiza oczekiwanego skumulowanego prawdopodobieństwa reszt (P-P plot)

Wykresy normalności rozkładu reszt (P-P plot) dla poszczególnych modeli przedstawiono na rysunku 74. Obserwując rozkład wartości obserwowanych względem oczekiwanych największą symetrię rozkładu obserwujemy dla algorytmu *AdaBoost*. W przypadku *Random Forest* i *k-NN* rozkład wartości ma mniejszą symetrię. Dla *Gradient Boosting* symetria rozkładu wartości jest bardziej spłaszczona i zbliżona do wartości teoretycznej liniowej zaznaczonej na wykresie (kolor zielony). W przypadku pozostałych algorytmów obserwuje się brak równomierności rozkładu wartości. Jednak wartości koncentrują się wokół linii symetrii rozkładu, niemalże się z nią pokrywając.





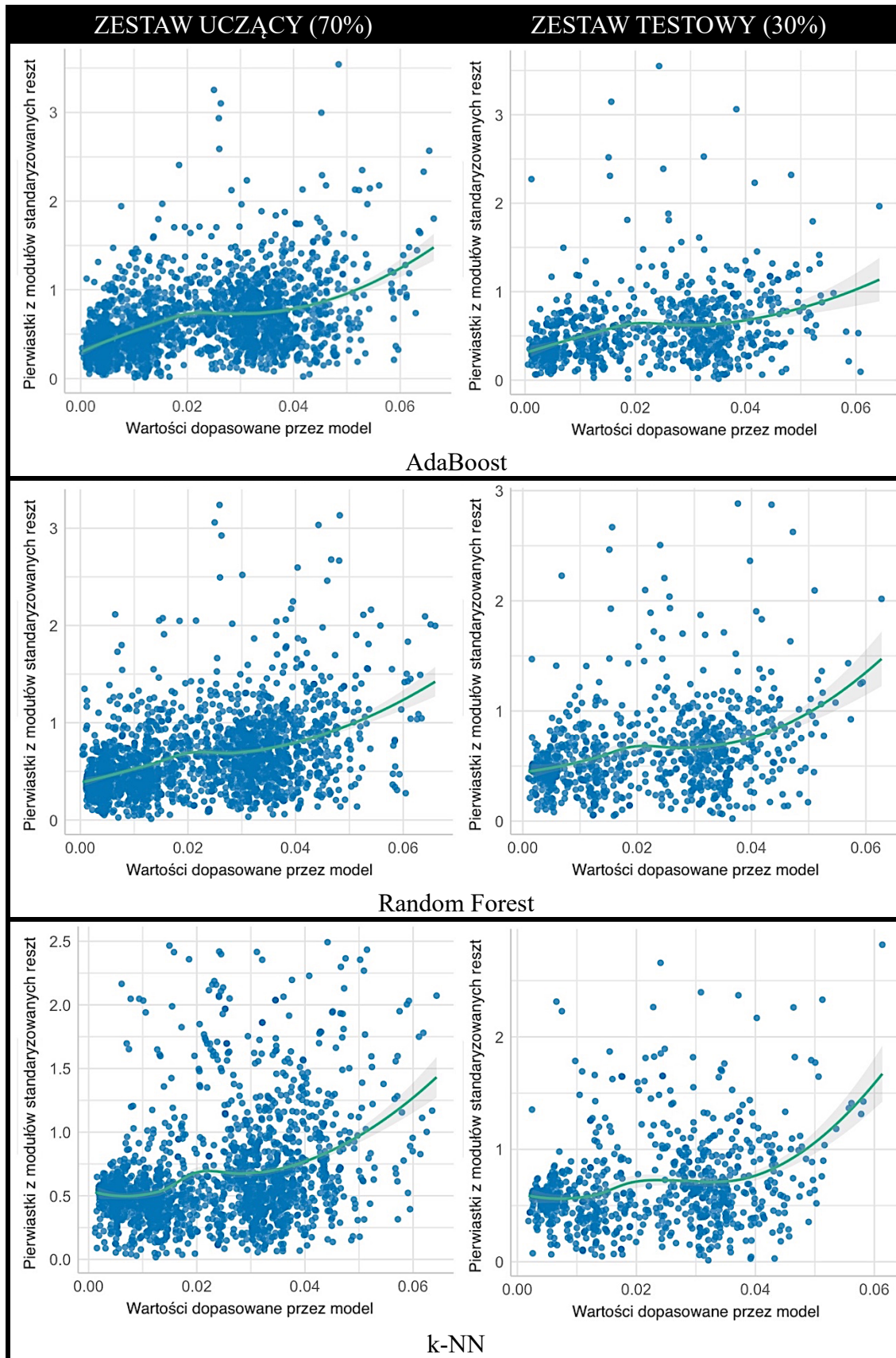


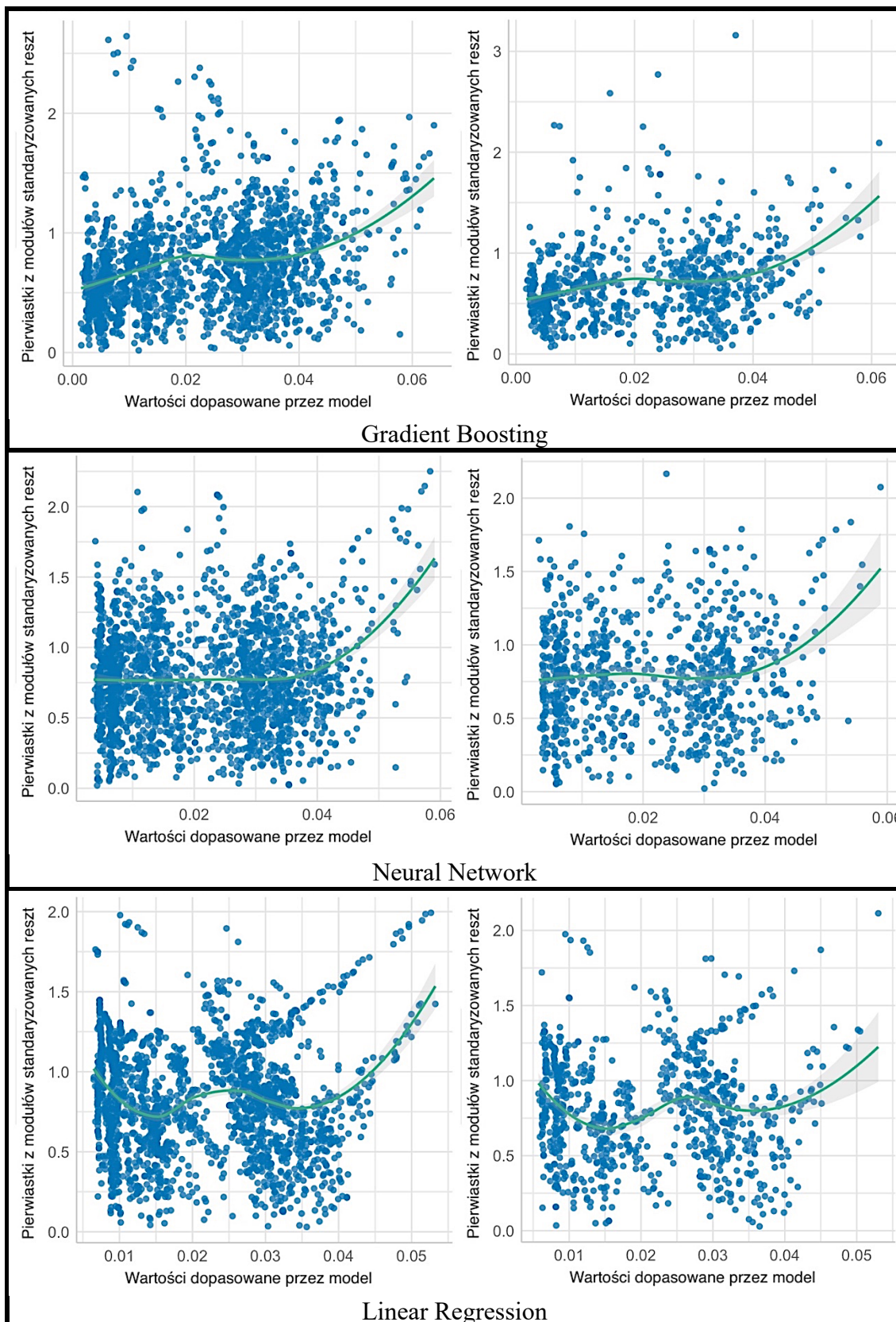
Rysunek 74. Wykresy normalności rozkładu reszt (P-P plot) dla poszczególnych modeli.

Analiza hetroskedestyczności

Obserwując wykresy pierwiastków z modułów standardowych reszt na rysunku 75, widoczny jest „kształt wachlarza” dla *Neural Network* oraz *Linear Regression*, i niejednoznaczne wyniki w przypadku pozostałych algorytmów wskazane jest zweryfikowanie hipotezy o występowaniu heteroskedastyczności.

Problem heteroskedestyczności rozpatrywany w przypadku danych dla zestawu uczącego i testowego pozwolił w drodze dalszej analizy odrzucić hipotezę o możliwej autokorelacji reszt dla wszystkich analizowanych algorytmów. Mamy do czynienia z dużą niejednorodnością zbioru danych z uwagi na występowanie w zbiorze kilku rodzajów materiałów o różnej charakterystyce parametrów fizycznych.





Rysunek 75. Wykresy heteroskedestyczności dla poszczególnych modeli.

W tabeli 26 znajdują się wyniki testów Breuscha-Pagana na weryfikację występowania heteroskedystyczności, Durбина-Watsona oraz Breusch-Godfrey'a na autokorelację reszt.

Wyniki wstępnej analizy w oparciu o test Breuscha-Pagana pozwoliły stwierdzić występowanie heteroskedastyczność we wszystkich modelach. Oznacza to zastosowanie prawidłowej ilości zmiennych do oszacowania analizowanych modeli.

Przeprowadzono test Durбина-Watsona mający wykluczyć hipotezę o występowaniu autokorelacji pierwszego rzędu pomiędzy zmiennymi. Wszystkie wyniki oscylują wokół wartości DW=2, co świadczy o braku autokorelacji zmiennych.

Ostatecznie odrzucono hipotezę o występowaniu autokorelacji mniejszej lub równej trzy stosując test Breucha-Godfrey'a, gdzie przypadku wszystkich modeli występuje p-value większe od 0.05. Pozwala to na odrzucenie hipotezy o występowaniu autokorelacji dla badanych modeli.

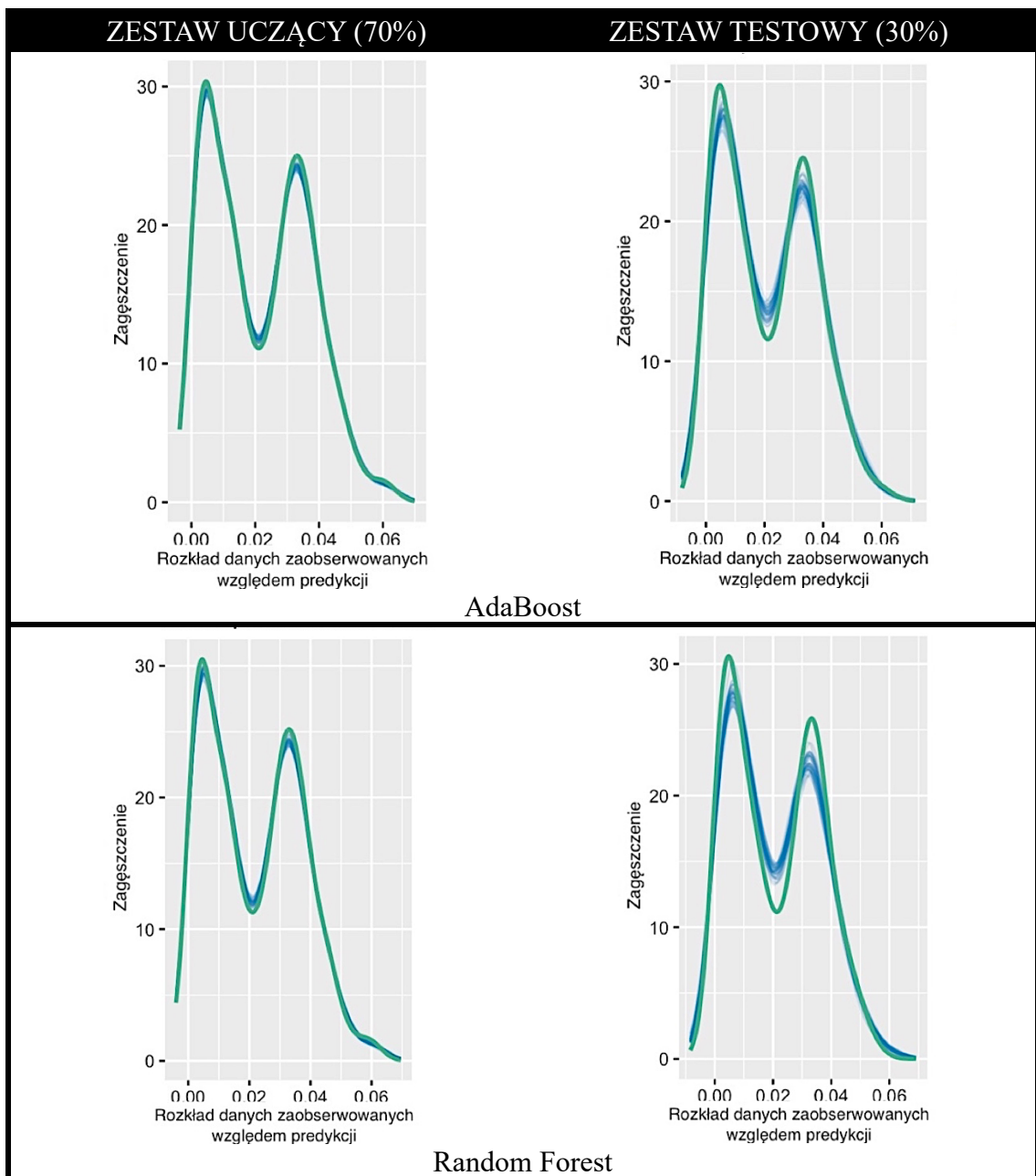
Tabela 26. Wyniki testów Breuscha-Pagana, Durбина-Watsona oraz Breusch-Godfrey'a na autokorelację reszt.

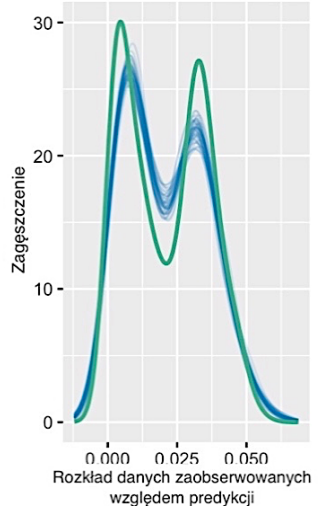
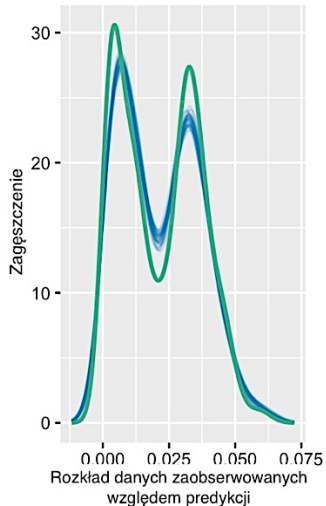
Cross Validation	Test Breuscha-Pagana			Test Durbin-Watson		Test Breusch-Godfrey		
	BP	df	p-value	DW	p-value	LM test	df	p-value
TRENING								
AdaBoost	45.088	1	1.88×10^{-11}	2.020	0.675	0.208	1	0.648
Random Forest	50.415	1	1.24×10^{-12}	2.041	0.824	0.869	1	0.351
k-NN	76.523	1	$< 2.2 \times 10^{-16}$	1.979	0.318	0.175	1	0.676
Gradient Boosting	23.045	1	1.58×10^{-6}	2.011	0.602	0.131	1	0.718
Neural Network	47.742	1	4.86×10^{-12}	1.928	0.052	2.487	1	0.115
Linear Regression	7.319	1	6.82×10^{-3}	2.003	0.525	0.011	1	0.917

Cross Validation	Test Breuscha-Pagana			Test Durbin-Watson		Test Breusch-Godfrey		
	BP	df	p-value	DW	p-value	LM test	df	p-value
TEST								
AdaBoost	7.102	1	4.82×10^{-3}	1.927	0.140	1.166	1	0.280
Random Forest	16.131	1	5.91×10^{-5}	1.818	0.004	7.183	1	0.007
k-NN	24.485	1	7.49×10^{-7}	1.879	0.038	3.148	1	0.076
Gradient Boosting	7.904	1	4.93×10^{-3}	1.939	0.186	0.801	1	0.371
Neural Network	14.413	1	1.47×10^{-4}	2.090	0.908	1.793	1	0.181
Linear Regression	2.838	1	9.20×10^{-2}	1.945	0.210	0.624	1	0.430

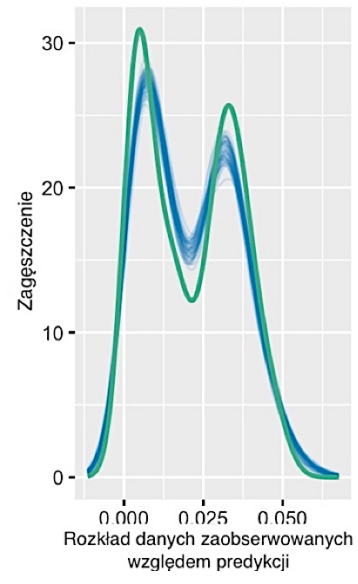
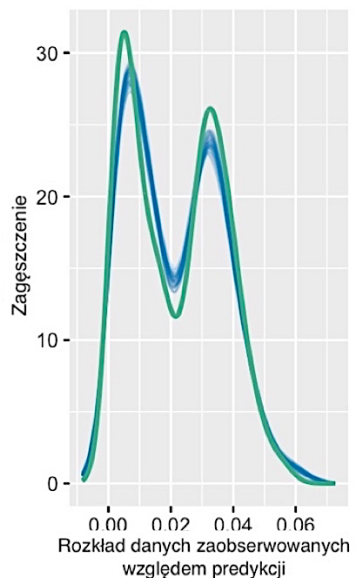
Analiza danych zaobserwowanych względem predykcji

Kontrola predycyjna z wyprzedzeniem (rysunek 76) weryfikuje dopasowanie danych przewidywalnych przez poszczególne algorytmy na modele dostosowane do danych empirycznych. Najlepsze dopasowanie do wyników badań uzyskały algorytmy *AdaBoost*, *Random Forest* oraz *k-NN*. W przypadku modeli *Gradient Boosting* i *Neural Network* obserwujemy nieco słabszą odporność modeli na dane odstające od głównego trendu zagęszczenia danych. W przypadku modelu powstałego na bazie algorytmu *Linear Regression* widać znaczące odchylenia od głównej osi danych pochodzących z obserwacji.

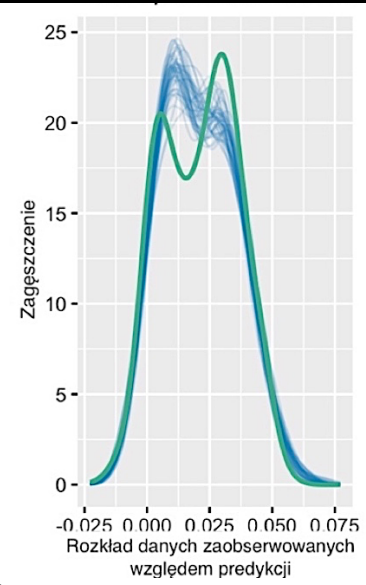
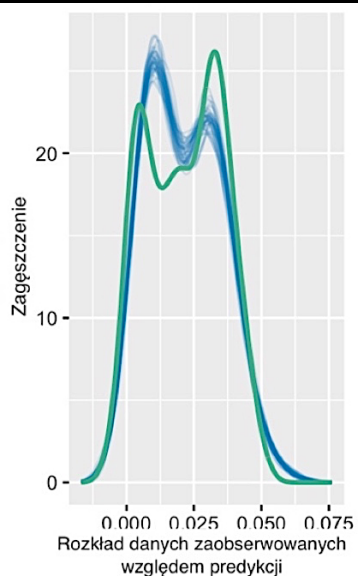




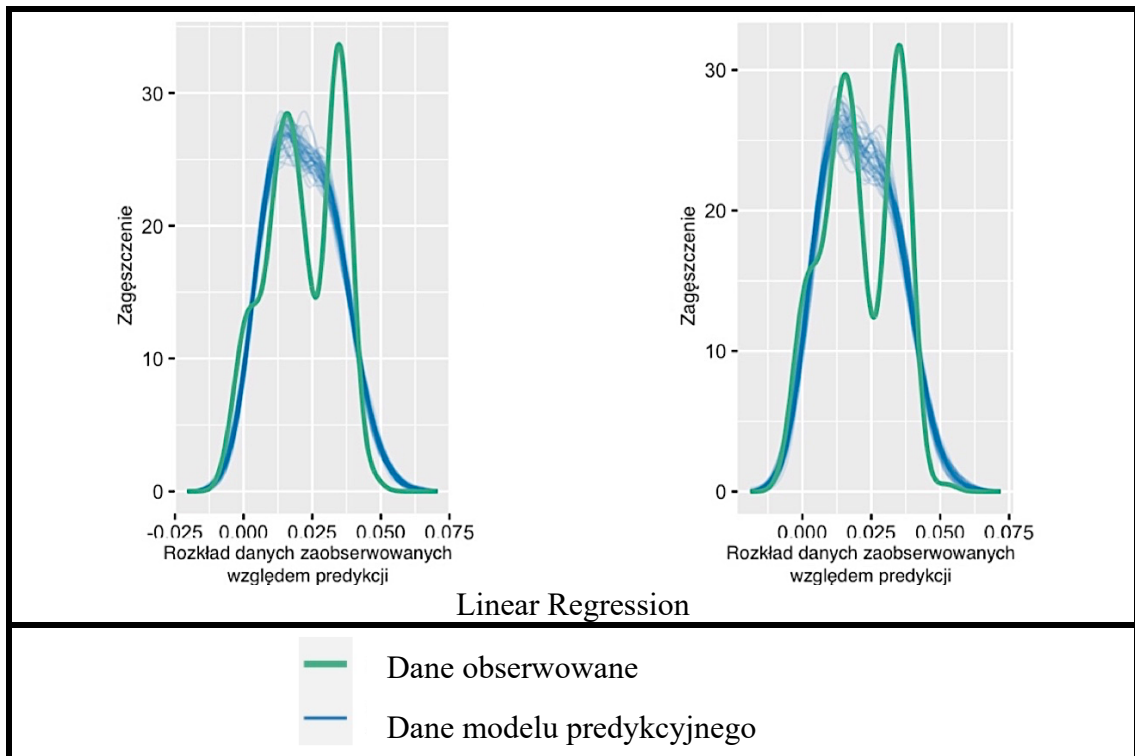
k-NN



Gradient Boosting



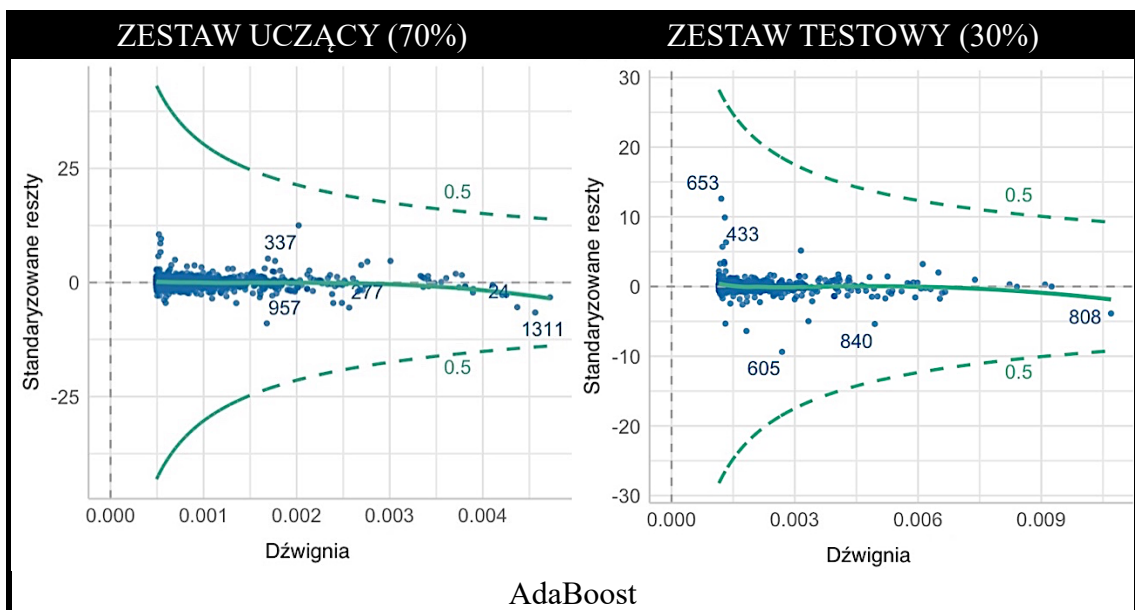
Neural Network

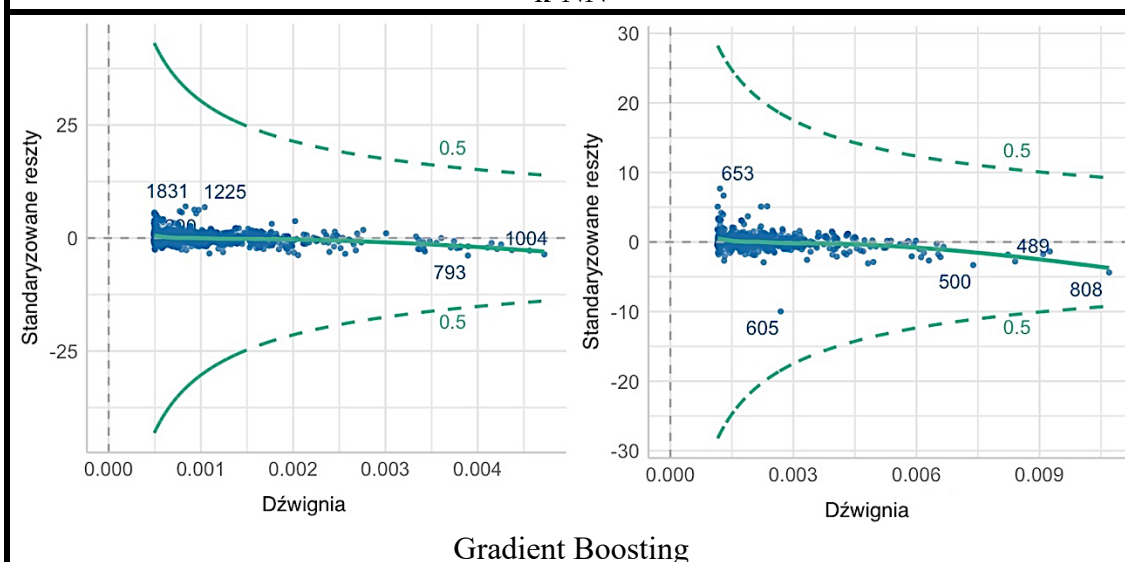
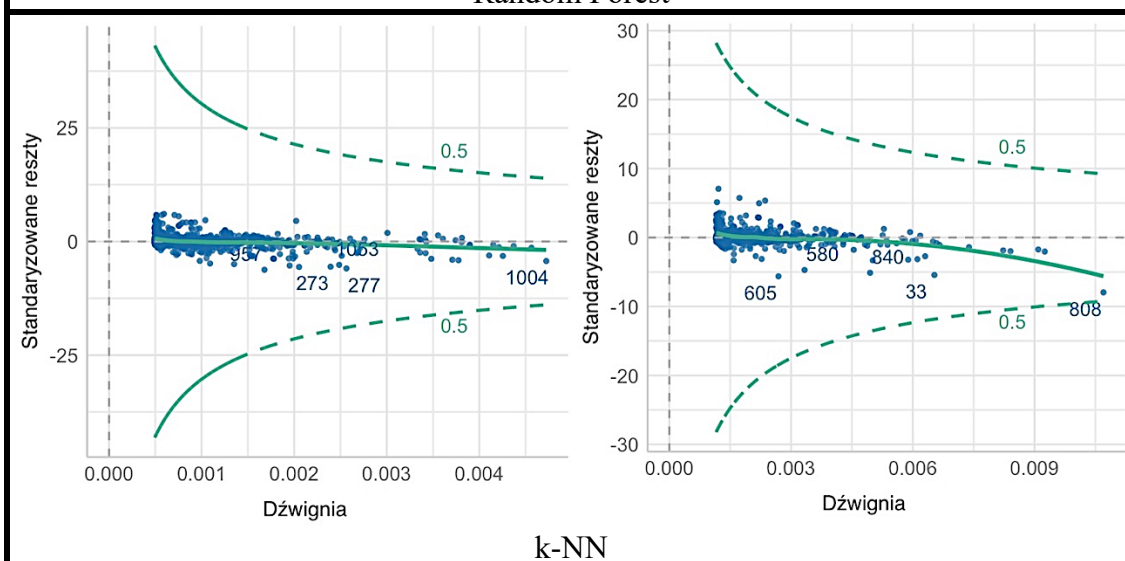
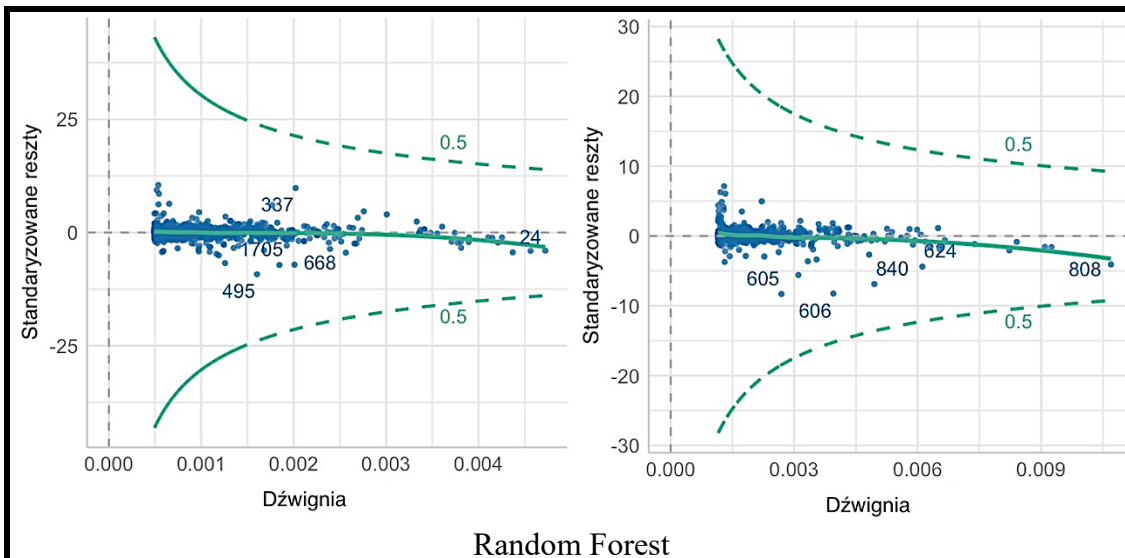


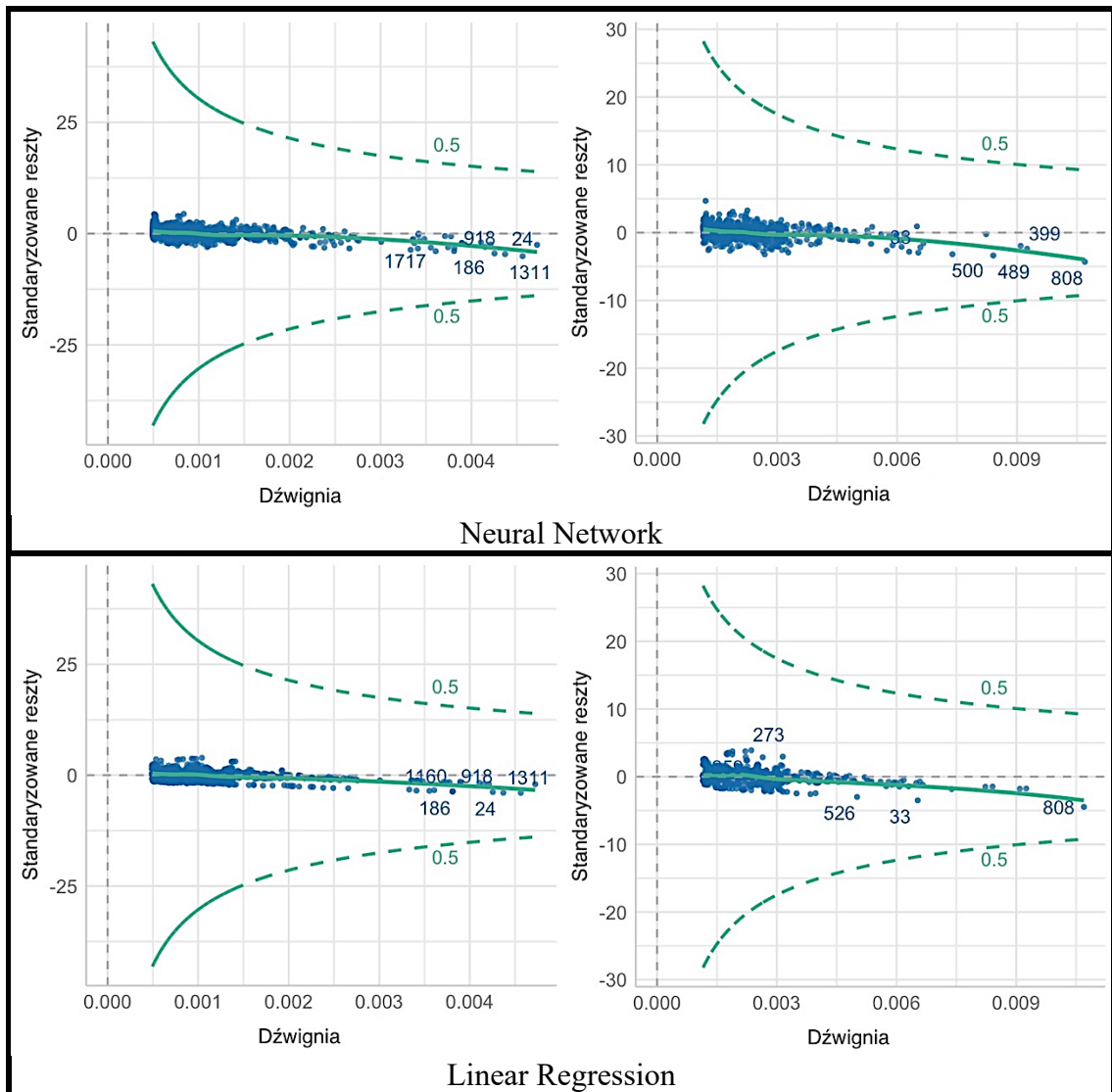
Rysunek 76. Wykresy predykcji założonego modelu dla poszczególnych algorytmów.

Analiza wpływowych wartości

Na rysunku 77 zaprezentowano graficzną analizę wpływowych obserwacji, dla zestawu wykorzystującą technikę próbkowania - walidację krzyżową. Dla żadnego z badanych modeli nie stwierdzono obecności wartości wpływowych mogących istotnie ingerować na kształtowanie modelu predycyjnego dla wyznaczania współczynnika filtracji.







Rysunek 77. Wykresy analizy wpływowej obserwacji dla poszczególnych modeli.

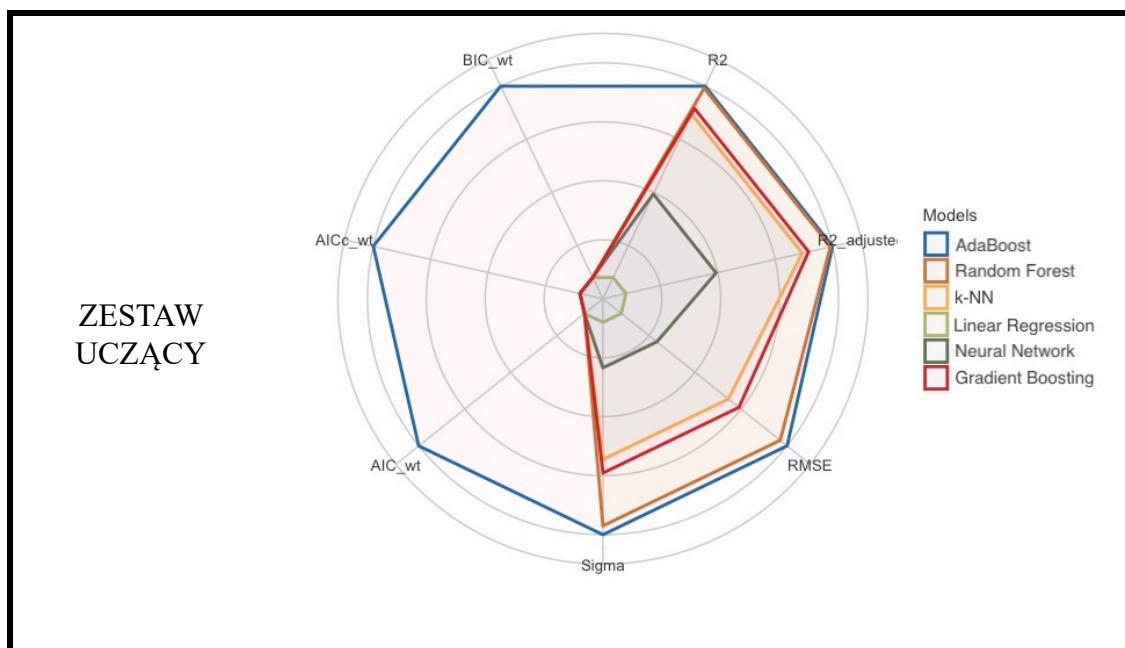
W tabeli 27 zaprezentowano analizę wydajności modeli zestawu danych walidacyjnych (szczegóły przeprowadzenia analizy znajdują się w rozdziale 5.1.3.). Analiza jest uszeregowana hierarchicznie pod względem parametrów oceny $R^2_{(adj.)}$, RMSA, AIC (ważonego), BIC (ważonego). Najwyższy wynik wydajności uzyskano dla algorytmu *AdaBoost*, który uzyskał wydajność na poziomie 100% dla zestawu uczącego i testowego, kolejnym algorytm z wysokim rezultatem jest *Random Forest* o wydajności 55.65% dla zestawu uczącego i 54.02% dla zestawu testowego. Najsłabszy wynik wydajności 0.00% dla zestawu uczącego i 3.39% dla zestawu testowego uzyskał model powstały z wykorzystaniem algorytmu *Linear Regression*.

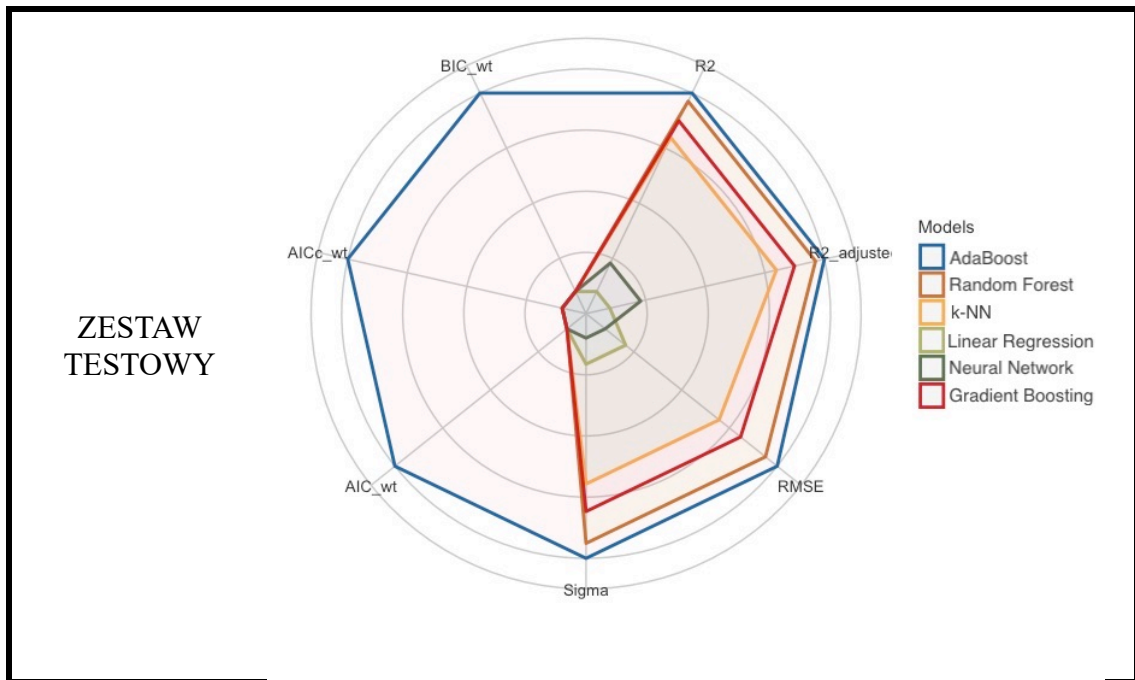
Tabela 27. Analiza wyników wydajności modeli dla zestawów danych uczącego i testowych.

Cross Validation	Model	$R^2_{(adj.)}$	RMSE	Sigma	AIC (ważone)	BIC (ważone)	Wynik wydajności
TRENING							
AdaBoost	lm	0.992	0.001	0.001	1.00	1.00	100.00%
Random Forest	lm	0.989	0.002	0.002	0.00	0.00	55.65%
k-NN	lm	0.959	0.003	0.003	0.00	0.00	45.53%
Gradient Boosting	lm	0.950	0.003	0.003	0.00	0.00	42.83%
Neural Network	lm	0.828	0.006	0.006	0.00	0.00	18.59%
Linear Regression	lm	0.701	0.007	0.007	0.00	0.00	0.00%

Cross Validation	Model	$R^2_{(adj.)}$	RMSE	Sigma	AIC (ważone)	BIC (ważone)	Wynik wydajności
TEST							
AdaBoost	lm	0.968	0.003	0.003	1.00	1.00	100.00%
Random Forest	lm	0.958	0.003	0.003	0.00	0.00	54.02%
Gradient Boosting	lm	0.934	0.004	0.004	0.00	0.00	47.08%
k-NN	lm	0.914	0.004	0.004	0.00	0.00	41.10%
Neural Network	lm	0.760	0.007	0.007	0.00	0.00	4.10%
Linear Regression	lm	0.726	0.007	0.007	0.00	0.00	3.39%

Na rysunku 78 zaprezentowano graficzne odzwierciedlenie analizy wydajności poszczególnych modeli.





Rysunek 78. Graficzna interpretacja analizy wyników wydajności modeli dla zestawu danych walidacyjnych.

5.3. Dyskusja i interpretacja wyników

Techniki objaśniające modele predykcyjne powstające na bazie algorytmów uczenia maszynowego zapewniają niezbędny wgląd w to, jak działają te algorytmy pozwalając zrozumieć, dlaczego i w jaki sposób cechy zbioru danych związane są ze sobą w wyniki modeli. W rozdziale tym skupiono się na przeanalizowaniu modeli powstałych na bazie próbkowania wykorzystującego metodę walidacji krzyżowej jako metody dającej mniej optymistyczne rezultaty predykcji.

Jedną z metod, które przyczyniają się do lepszej i prostszej interpretowalności modeli uczenia maszynowego, jest ekstrakcja wiedzy, czyli wyodrębnienie informacji o danych lub modelu. Innym sposobem jest wykorzystanie skutecznych wizualizacji w celu uzasadnienia wyników przewidywania, co pozwala lepiej zrozumieć wnioski płynące z modelu. Metody oparte na wpływie cech pozwalają zidentyfikować dominujące cechy danych uczących i zbadać ich wpływ na prognozy modelu.

Dążenie do integracji modeli predykcji i interpretacji prowadzi do nieuniknionego kompromisu pomiędzy dokładnością predykcji a łatwością interpretacji modelu. Rozwiązaniem jest koncepcja zwana wyjaśnialną sztuczną inteligencją (ang. *explainable artificial intelligence (XAI)*). W modelach *XAI*, takich jak *local interpretable model-agnostic explanations (LIME)* i *SHapley additive exPlanations (SHAP)*, modele predykcji i interpretacji są uczone niezależnie. Modele takie poprawiają interpretowalność bez

pogarszania dokładności przewidywania. W dalszej części pracy wykorzystano *SHAP* do interpretacji udziału cech w modelach predykcyjnych [275–277].

SHAP oblicza wpływ każdej cechy na przewidywania dokonywane przez wyuczony model. W *SHAP*, biorąc pod uwagę dane wejściowe $x = [x_1, \dots, x_p]$ i wytrenowany model f , *SHAP* aproksymuje f prostym modelem g , który może łatwo wyjaśnić wkład każdej wartości cechy [278, 279]. Model g (wzór 22) może być sformułowany w następujący sposób:

$$g(z) = \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i z_i, \quad (22)$$

Gdzie: p jest liczbą cech; $z = [z_1, \dots, z_p]^T$ jest uproszczeniem danych wejściowych x , gdzie wartość z odpowiadająca cechom użytym w predykcji danych wynosi 1, a wartość z odpowiadająca cechom nie użytym wynosi 0; $\phi_i \in \mathbb{R}$ reprezentuje wkład każdej cechy w model [187, 280].

Współczynnik ϕ jest obliczany za pomocą następującego równania (wzór 23):

$$\phi_i(f, x) = \sum_{z \subseteq x} \frac{|z|!(p-|z|-1)!}{p!} [f(z) - f(z \setminus i)], \quad (23)$$

Wartość ta nazywana jest wartością *SHAP* (wzór 23), jest to odpowiednik wartości Shapleya wywodzący się z teorii gier. Wartość Shapleya jest wartością, która reprezentuje wkład każdego gracza, gdy gracze współpracują w grze z wieloma graczami. Oznacza to, że *SHAP* oblicza wartość Shapleya każdej cechy jako gracza w wyuczonym modelu [278, 279, 281]. *SHAP* może być efektywnie obliczany dla modeli o strukturze drzewa. Ponieważ model uczący użyty w tym badaniu jest drzewem gradientowym (ang. *gradient boosting tree*) istnieje możliwość zastosowania metody *SHAP*.

Aby obliczyć wartość *SHAP*, stosuje się rozszerzoną wersję metody Kernel *SHAP*, która uwzględnia zależności między cechami [282]. Estymacja wartości Shapleya jest istotna przy próbie wyjaśnienia złożonych modeli uczenia maszynowego. Jak zauważają [283], pakiety języka programowania R oraz Python umożliwiają oszacowanie wartości *SHAP*, co stanowi wydajne obliczeniowo przybliżenie wartości Shapleya w wyższych wymiarach.

Wartości Shapleya są powszechnie uważane za solidną metodę interpretacji względem modelu, co oznacza, że niezależnie od rodzaju modelu można zastosować tę metodę interpretacji [282]. *SHAP* dostarcza ważnych informacji na temat wkładu poszczególnych cech w predykcje modelu, co umożliwia lepsze zrozumienie procesu podejmowania decyzji przez model predykcyjny.

Techniki interpretacji, takie jak *SHAP*, pozwalają na zrozumienie wpływu poszczególnych cech na wyniki modeli predykcyjnych. Dzięki nim możemy lepiej interpretować działanie modeli uczenia maszynowego i wyciągać wnioski na temat związku między cechami a predykcją.

5.3.1. Znaczenie cech

Technika *SHAP* przypisuje określony wynik do cech wejściowych obecnych w zbiorze danych, opierając się na ich przydatności w przewidywaniu wartości docelowej [203, 284]. Jest również często wykorzystywana do selekcji cech i redukcji wymiarowości w celu poprawy wydajności modeli uczenia maszynowego poprzez eliminację mniej istotnych cech [285, 286].

Należy jednak pamiętać, że pojęcie ważności cech może zależeć od mechanizmu przypisywania cech do danych wejściowych lub rodzaju zastosowanego modelu. Dlatego ważne jest, aby zweryfikować i skonfrontować wyniki uzyskane za pomocą wartości *SHAP* z wiedzą ekspercką w danej dziedzinie [285, 287]. Metoda ta znajduje zastosowanie głównie w przypadku ustrukturyzowanych zbiorów danych, gdzie cechy są jasno określone.

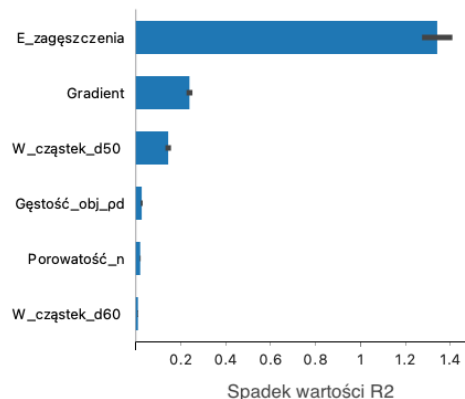
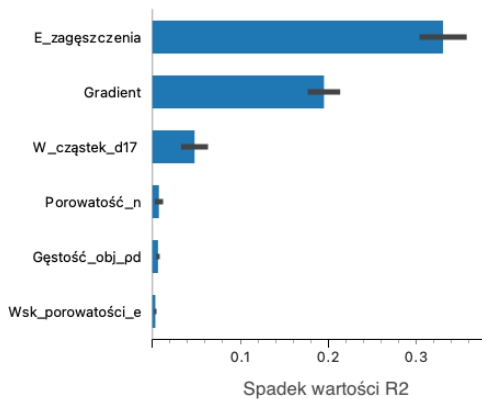
Aby zobrazować wpływ cech na wynik modelu, można skorzystać z wykresu przedstawiającego zmienne uszeregowane według ich maksymalnej bezwzględnej wartości *SHAP* dla całego zbioru danych, wpływających na współczynnik determinacji uzyskany przez model. Średnia bezwzględna wartość *SHAP* jest najczęściej używanym rankingiem dla zmiennych [285, 287, 288].

Na rysunku 79 zaprezentowano zmienne uszeregowane według ich maksymalnej bezwzględnej wartości *SHAP* dla całego zbioru danych wpływających na otrzymany przez model współczynnik determinacji. Średnia bezwzględna wartość *SHAP* jest najczęściej używanym rankingiem dla zmiennych.

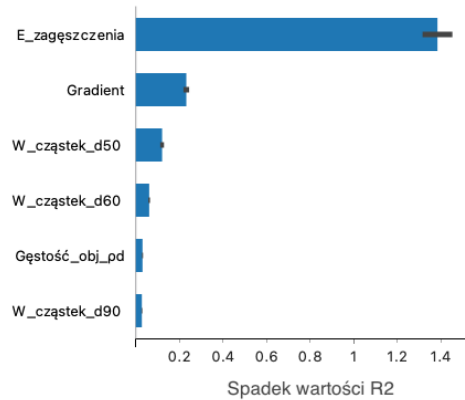
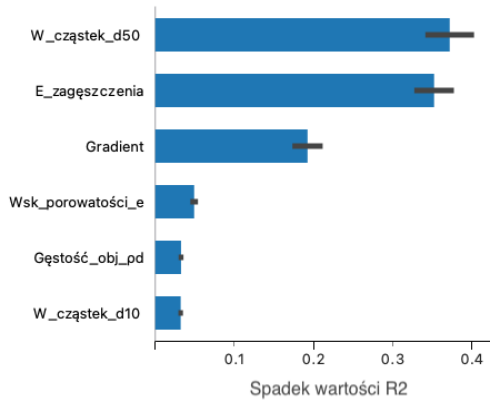
Dla algorytmu *AdaBoost* w przypadku kruszyw naturalnych najistotniejsze okazały się takie cechy materiałów jak energia zagęszczenia, gradient hydrauliczny oraz wielkość cząstek d_{17} , dla kruszyw antropogenicznych były to energia zagęszczenia, gradient hydrauliczny oraz wielkość cząstek d_{50} . Innymi istotnymi cechami dla pozostałych algorytmów były także wielkość cząstek d_{30} , d_{50} , d_{60} , d_{90} , oraz porowatość.

KRUSZYWA NATURALNE

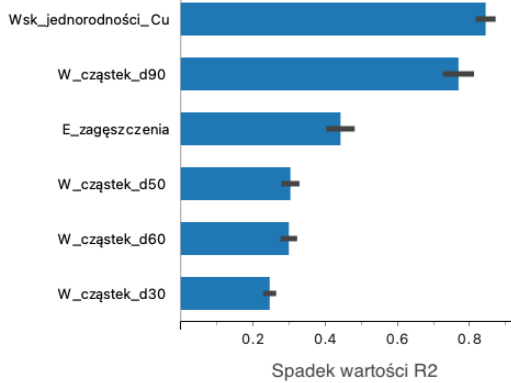
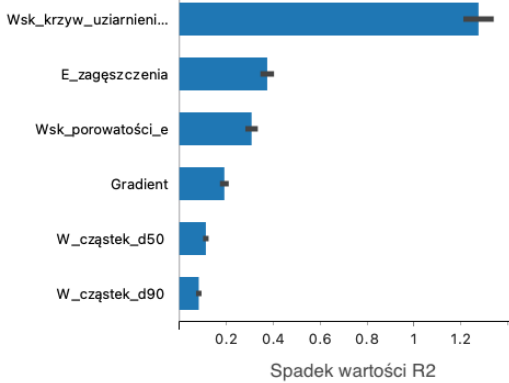
KRUSZYWA ANTROPOGENICZNE



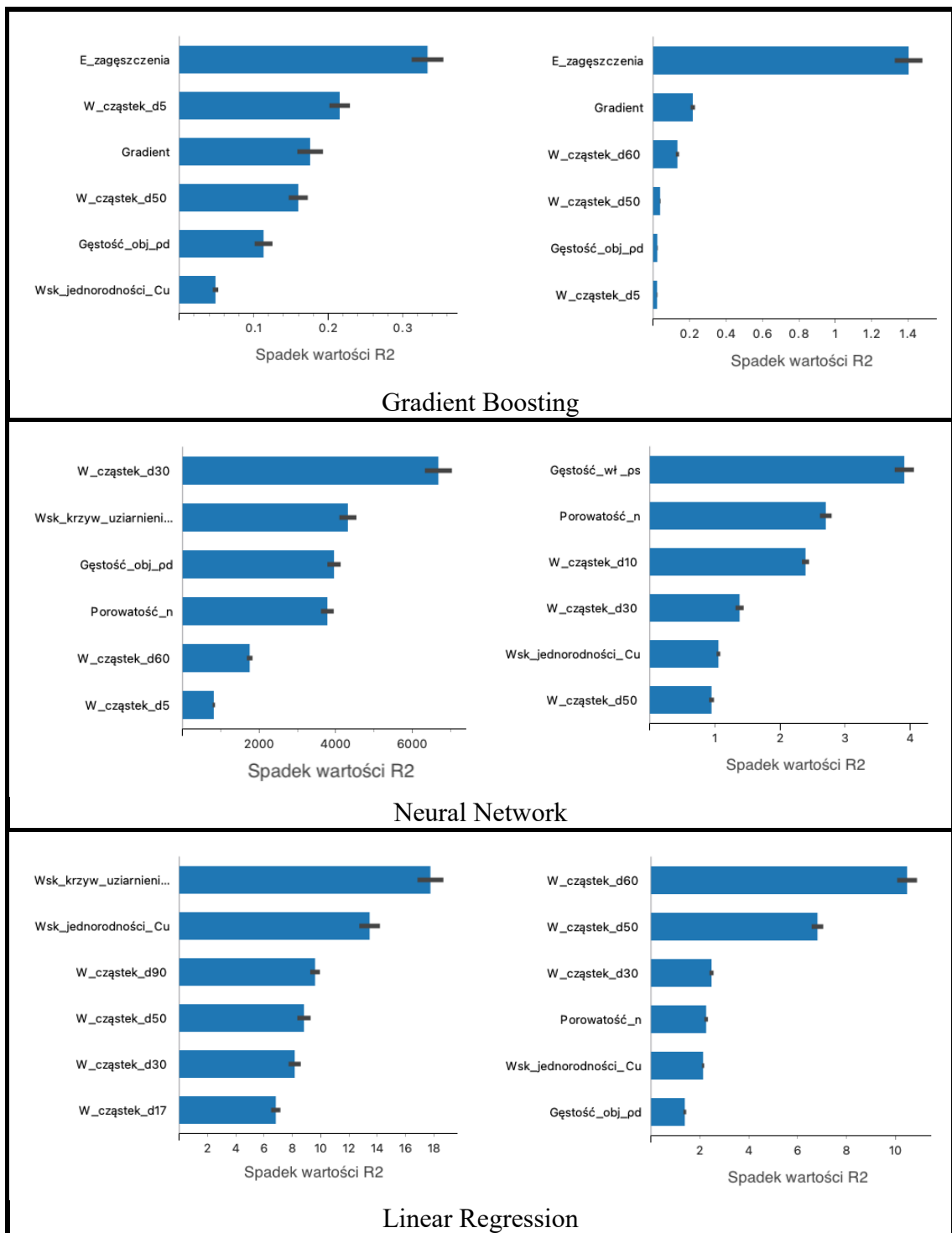
AdaBoost



Random Forest



k-NN



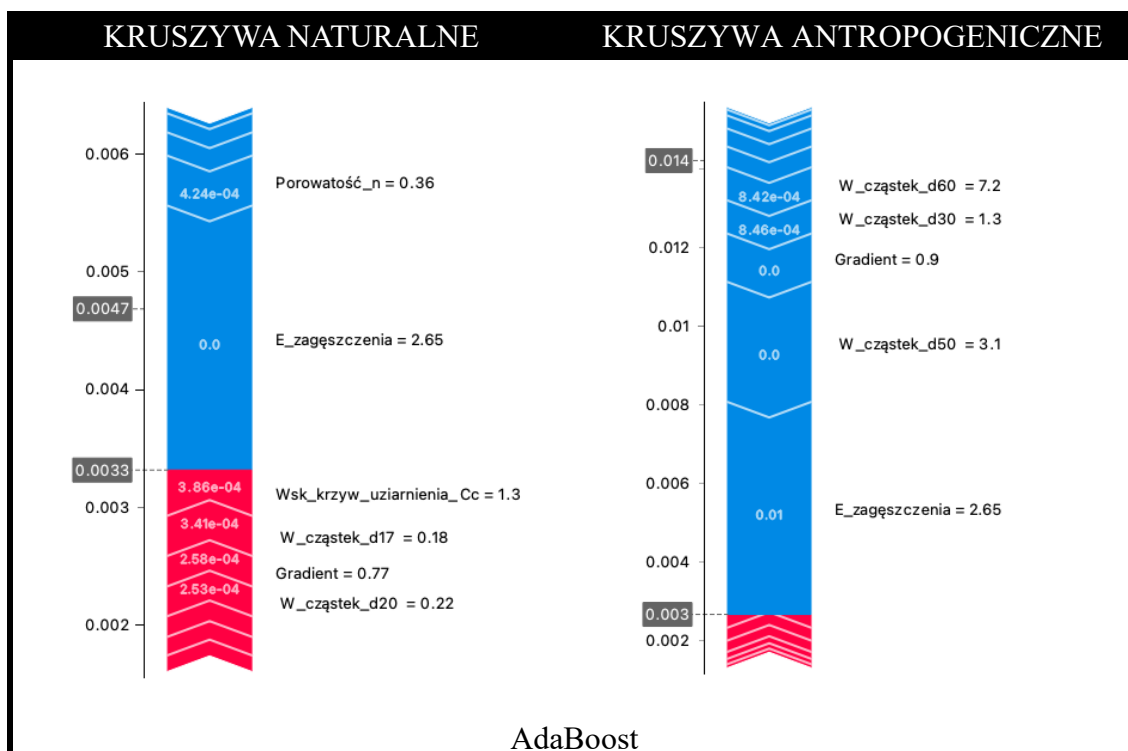
Rysunek 79 Wykres słupkowy pokazujący ranking i względny wpływ zmiennych na przewidywane przez model wartości w oparciu o wartości SHAP dla każdej zmiennej.

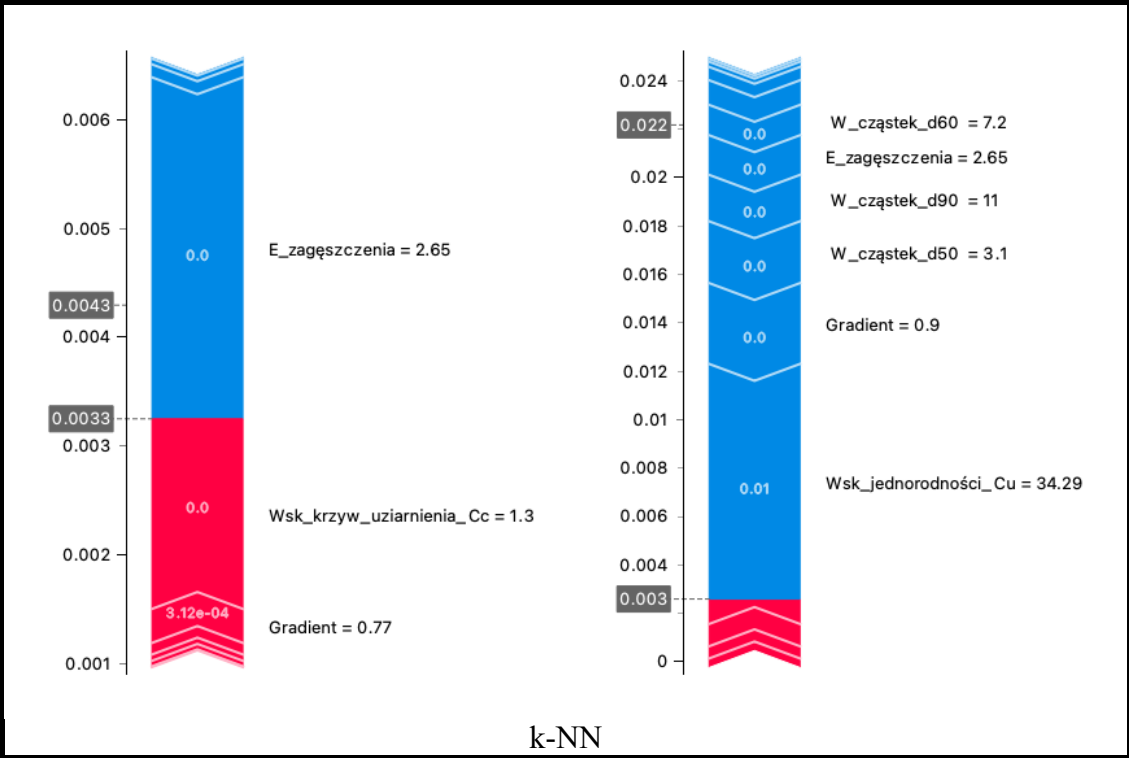
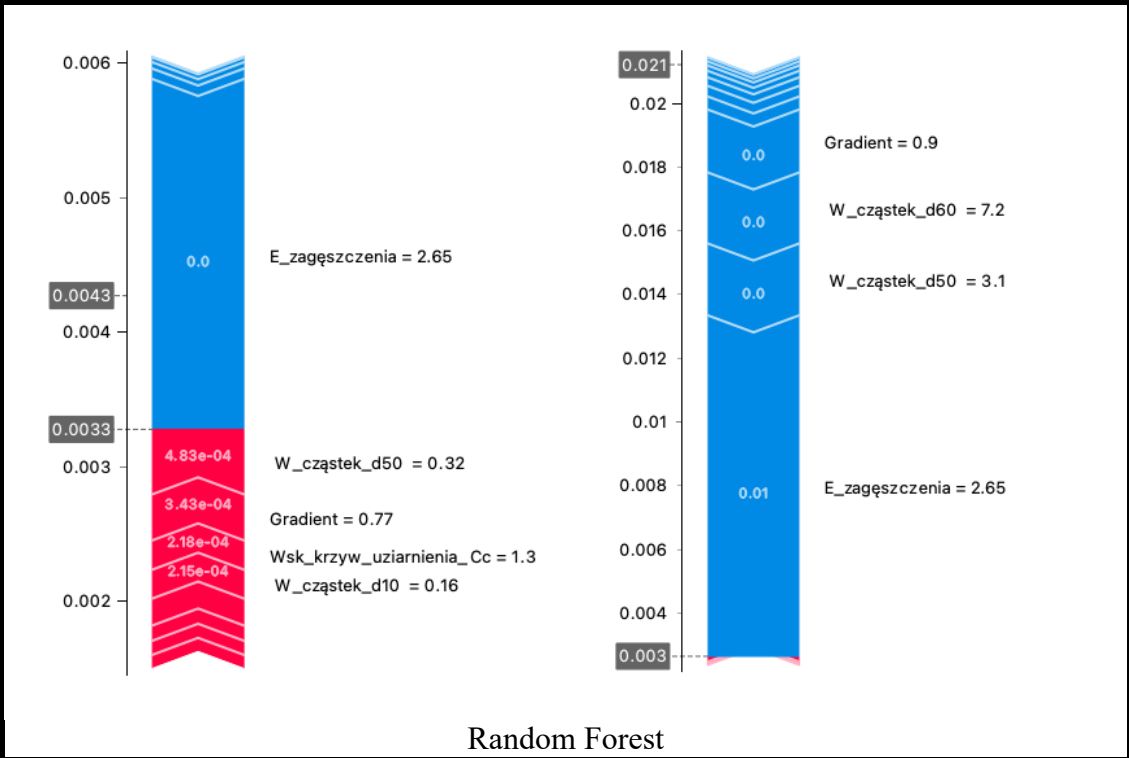
5.3.2. Objaśnienie predykcji

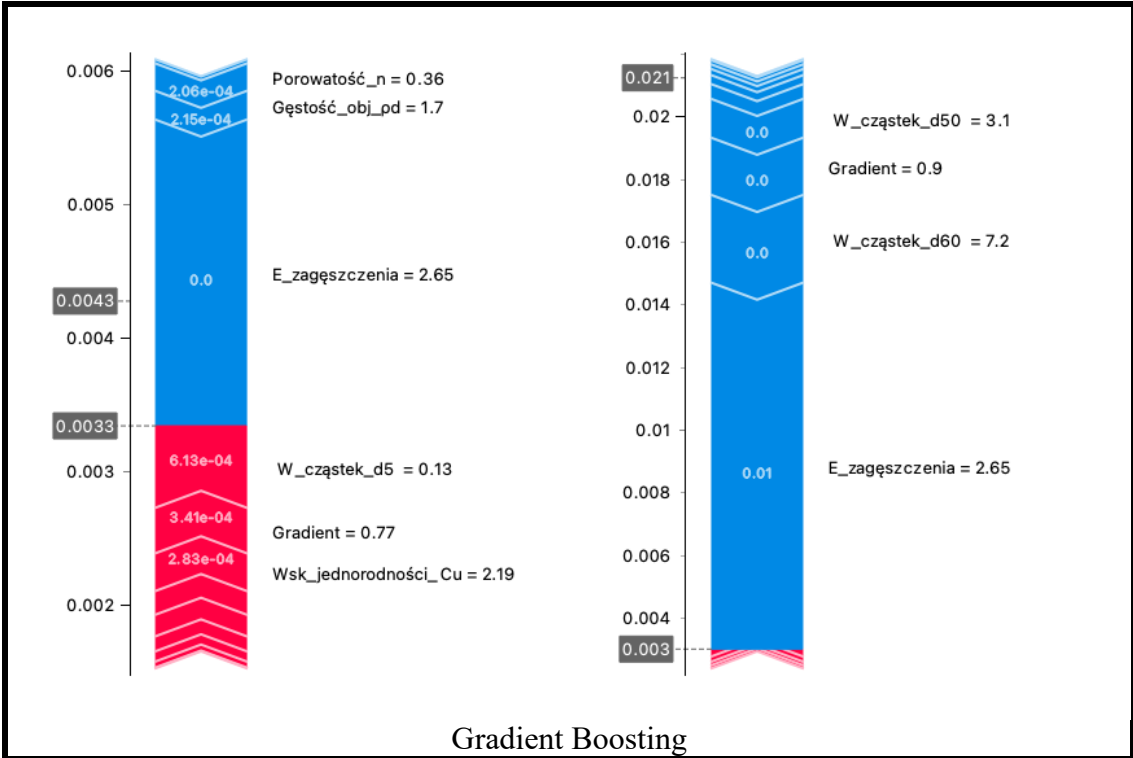
Rysunek 80 pokazuje, jakie cechy najbardziej wpływają na przewidywanie współczynnika filtracji i jak się do tego przyczyniają poszczególne cechy (parametry materiału). W wykresie siły wpływu zmiennych z wartościami SHAP, cechy, które wpływają na model w kierunku wyższych wartości współczynnika filtracji, pojawiają się

na dole wykresu i są oznaczone kolorem czerwonym, natomiast kolorem niebieskim te, które wpływają na niższe wartości współczynnika filtracji i odpowiadają za większą dokładność modelu. Rzeczywista wartość zmiennej jest pokazana obok nazwy zmiennej. Wysokość strzałki świadczy o większym wpływie zmiennej i o większych wartościach *SHAP* [289, 290]. Wysokość strzałek na wykresie reprezentuje stopień wpływu danej zmiennej. Im wyższa strzałka, tym większy wpływ ma dana zmienna na wynik predykcji, a wyższe wartości *SHAP* wskazują na większe znaczenie tej zmiennej [289].

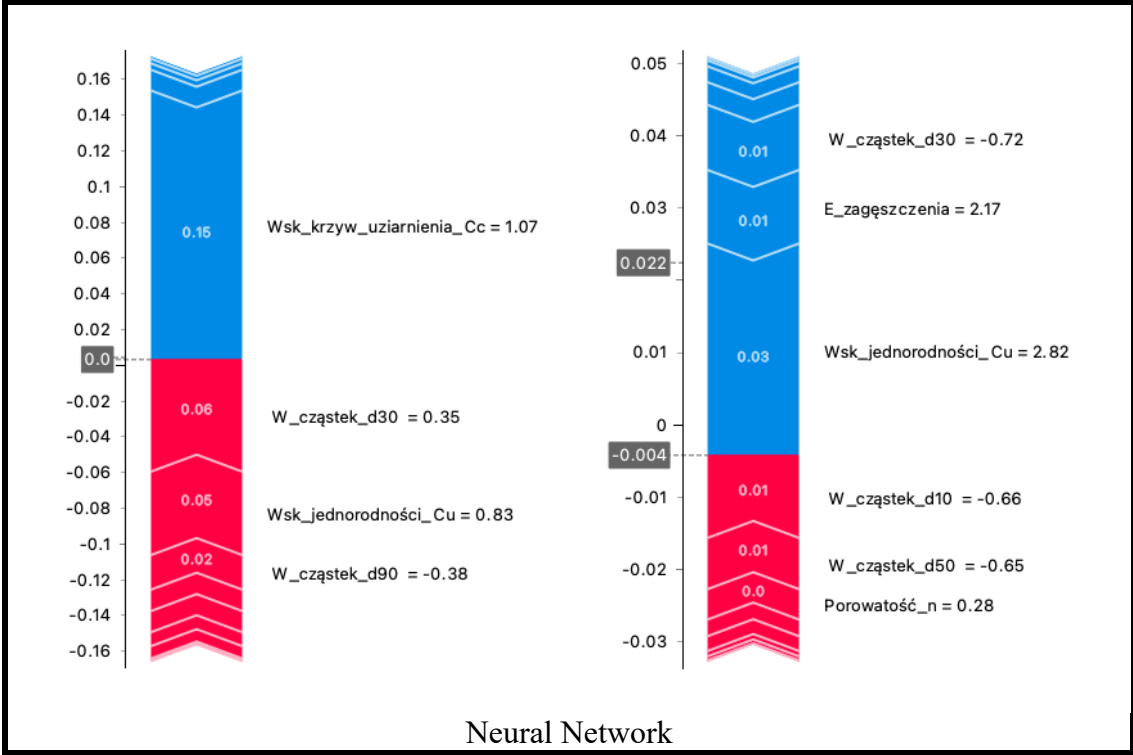
Ten rodzaj wykresu pozwala na szybkie zrozumienie, które cechy mają największy wpływ na model predykcyjny i w jakim kierunku działają. Dzięki niemu można wizualnie identyfikować najważniejsze zmienne, które przyczyniają się do wysokich lub niskich wartości współczynnika filtracji oraz związane z tym zmiany w dokładności modelu. Z punktu widzenia algorytmu *AdaBoost* największy wpływ na model predykcyjny zarówno dla kruszyw naturalnych jak i antropogenicznych miała energia zagęszczenia równa 2.65 J/cm^3 . Niższe wartości współczynnika filtracji dla kruszyw zagęszczonych z tą energią były istotnym czynnikiem obniżającym wartości współczynnika filtracji przez wyznaczony model wpływających na większą precyzję predykcji. Energia zagęszczenia równa 2.65 była także istotnym czynnikiem kształtującym modele dla algorytmów *Random Forest*, *k-NN*, *Gradient Boosting*. Dla modeli *Neural Network* oraz *Linear Regression* ważne okazały się wskaźnik krzywizny uziarnienia oraz wskaźnik jednorodności uziarnienia.



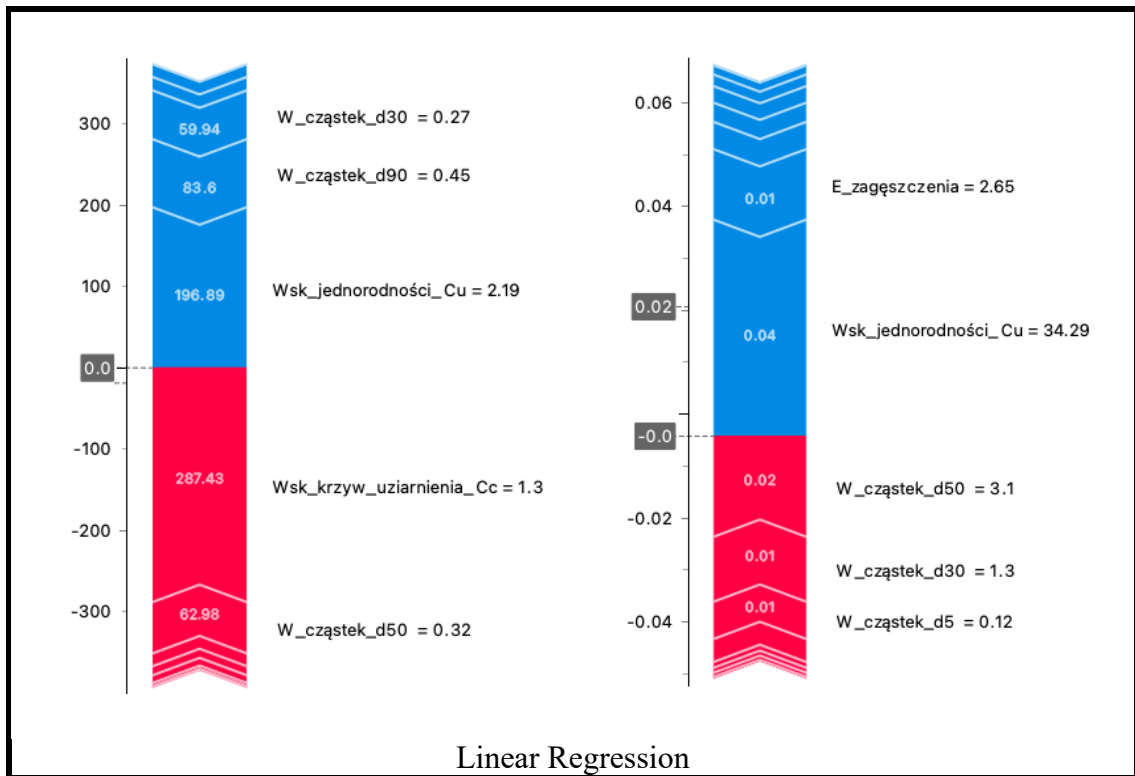




Gradient Boosting



Neural Network

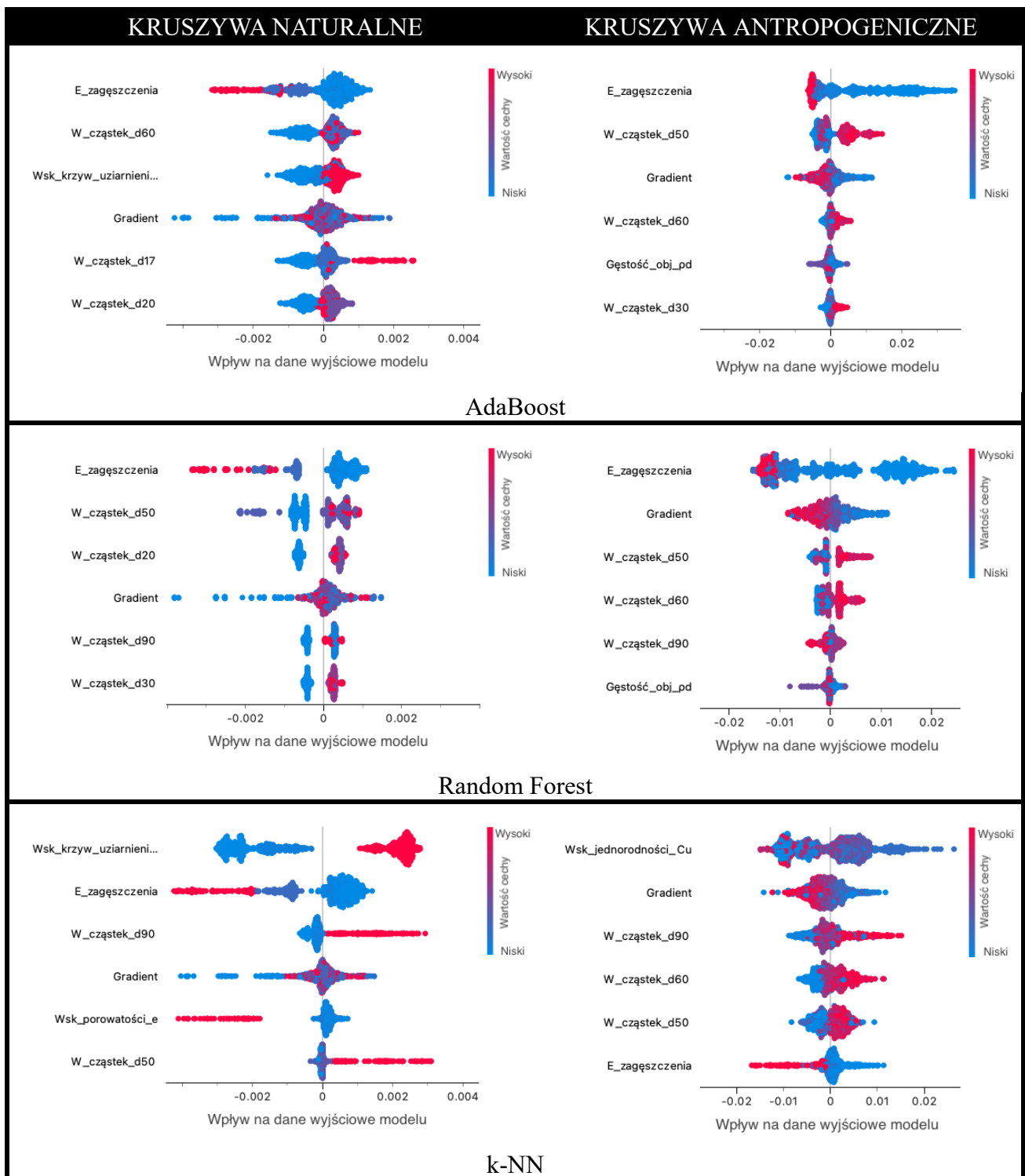


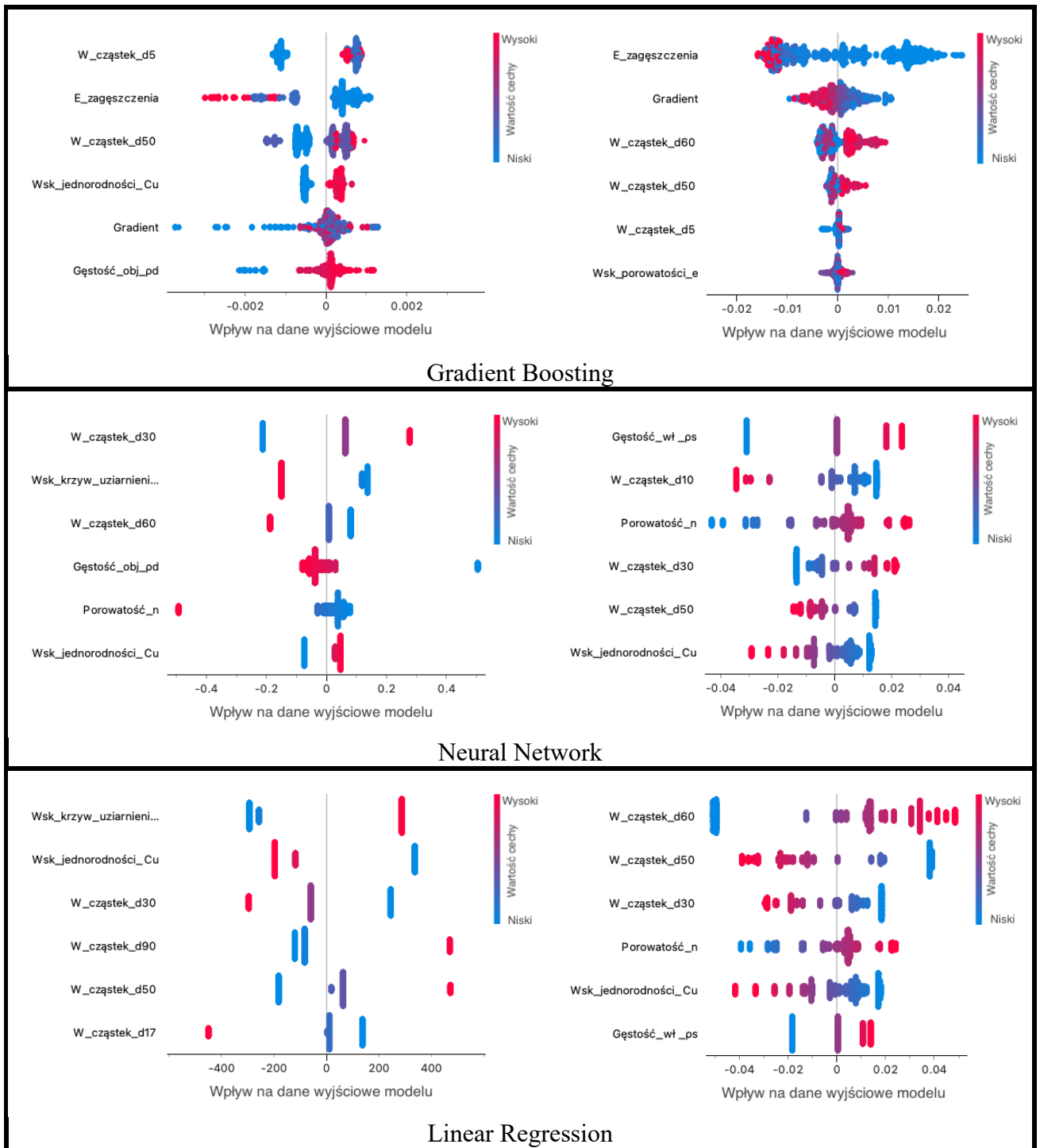
Rysunek 80 Wykresy siły lub pojedynczy przypadek, który odpowiada medianie przewidywania współczynnika filtracji.

5.3.3. Objaśnienie modelu

Wykresy zaprezentowane na rysunku 81 prezentują inny sposób interpretacji wartości *SHAP*, które ujawniają nie tylko względne znaczenie cech, ale ich rzeczywiste związki z przewidywanym wynikiem. Na początku analizowane są dane wytrenowanego modelu i dane referencyjne, które służą do obliczenia udziału każdej cechy w przewidywaniu współczynnika filtracji. Taki rodzaj wykresu często nazywany jest wykresem *pszczeliego roju*, gdzie dla każdej zmiennej, każda obserwacja zbioru danych pojawia się jako indywidualny punkt. Punkty są rozmieszczone poziomo wzdłuż osi x zgodnie z ich wartością *SHAP*. W miejscach, gdzie występuje duże zagęszczenie wartości *SHAP*, punkty są ułożone pionowo. Analiza rozkładu wartości *SHAP* ujawnia, w jaki sposób dana zmienna może wpływać na przewidywania modelu. Legenda z prawej strony wykresu odpowiada surowym wartościom zmiennych dla każdej obserwacji znajdującej się na wykresie. Jeżeli wartość zmiennej dla danej obserwacji jest wysoka, pojawia się ona jako czerwona kropka, niskie wartości zmiennych pojawiają się jako niebieskie kropki [289, 291]. Analiza poziomego rozkładu kolorów na osi x dla każdej zmiennej pozwala na zrozumienie ogólnego związku między surowymi wartościami zmiennej a wartościami *SHAP*. Zmienne wejściowe są uporządkowane od góry do dołu na

podstawie ich średnich bezwzględnych wartości *SHAP* dla całego zestawu danych. Na rysunku 81 zaprezentowano wpływ wartości *SHAP* na poszczególne istotne wartości cech z punktu widzenia kształtowania się modeli dla analizowanych algorytmów. Duży wpływ na dane wyjściowe modelu *AdaBoost* zaobserwowano w przypadku takich cech jak energia zagęszczenia, gradient hydrauliczny, wielkość cząstek d₁₇ oraz d₅₀, co jest zgodne z analizą opisaną wcześniej w rozdziale 5.3.1.





Rysunek 81 Wykresy uszeregowane według średniej bezwzględnej wartości SHAP prezentujący zmienne wpływające na przewidywania modelu w odniesieniu do wszystkich danych dla poszczególnych modeli.

5.3.4. Wizualizacja z wykorzystaniem drzew decyzyjnych

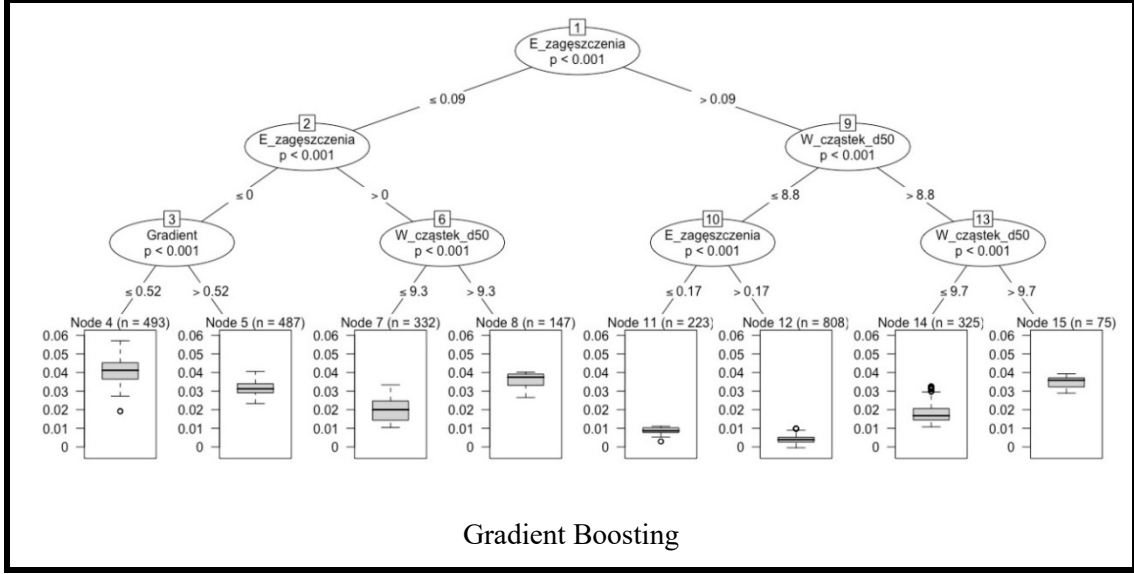
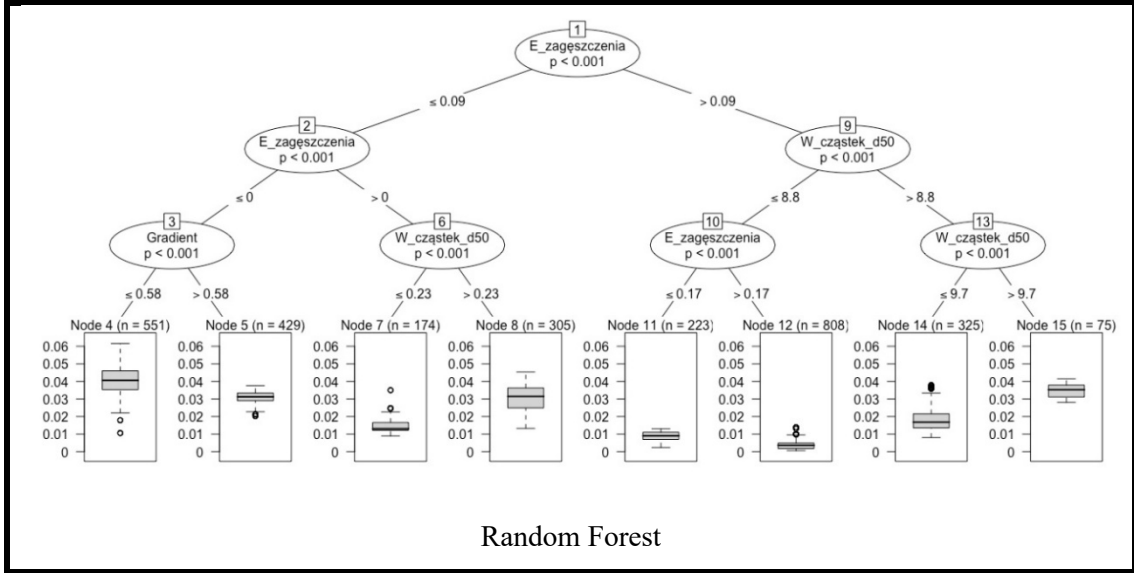
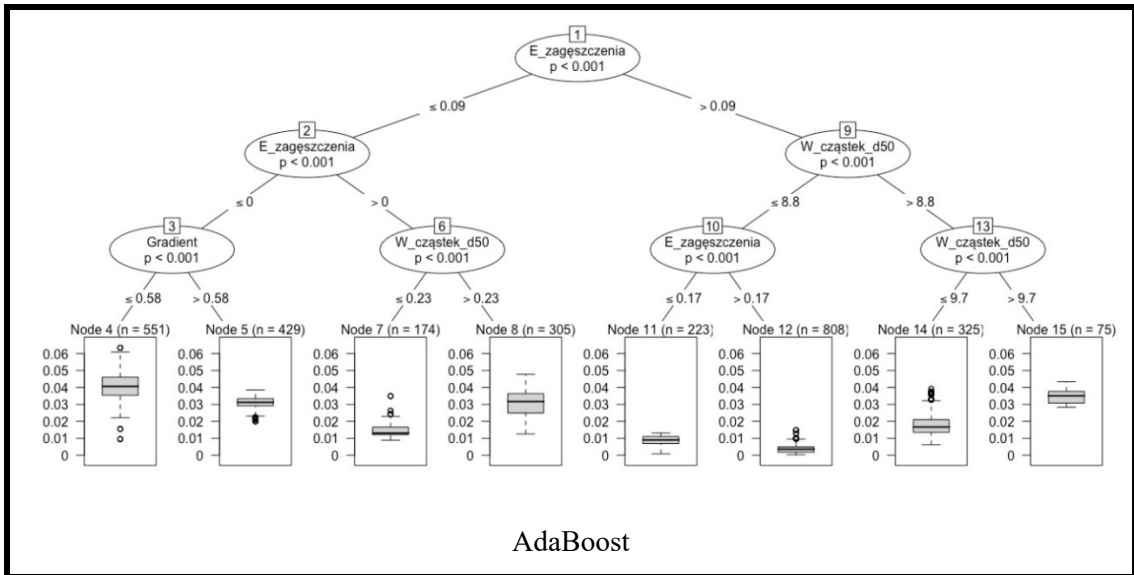
Wizualizacja z wykorzystaniem drzew decyzyjnych pozwala na głębszy i bardziej szczegółowy wgląd w mechanizm działania modelu opartego o dany algorytm. Na rysunku 82 znajdują się drzewa decyzyjne opracowane na podstawie otrzymanych

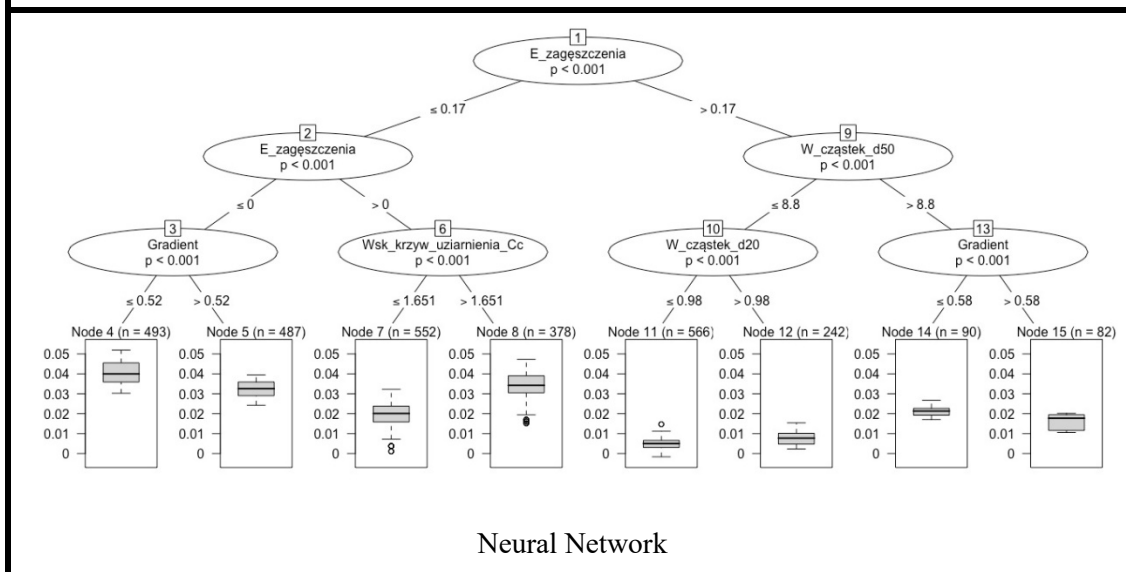
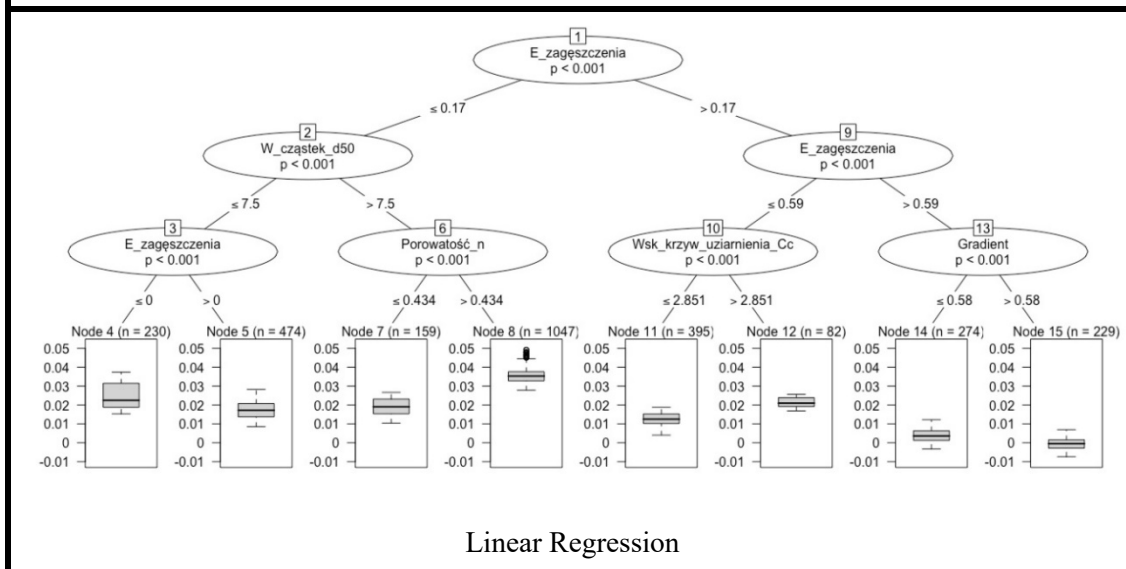
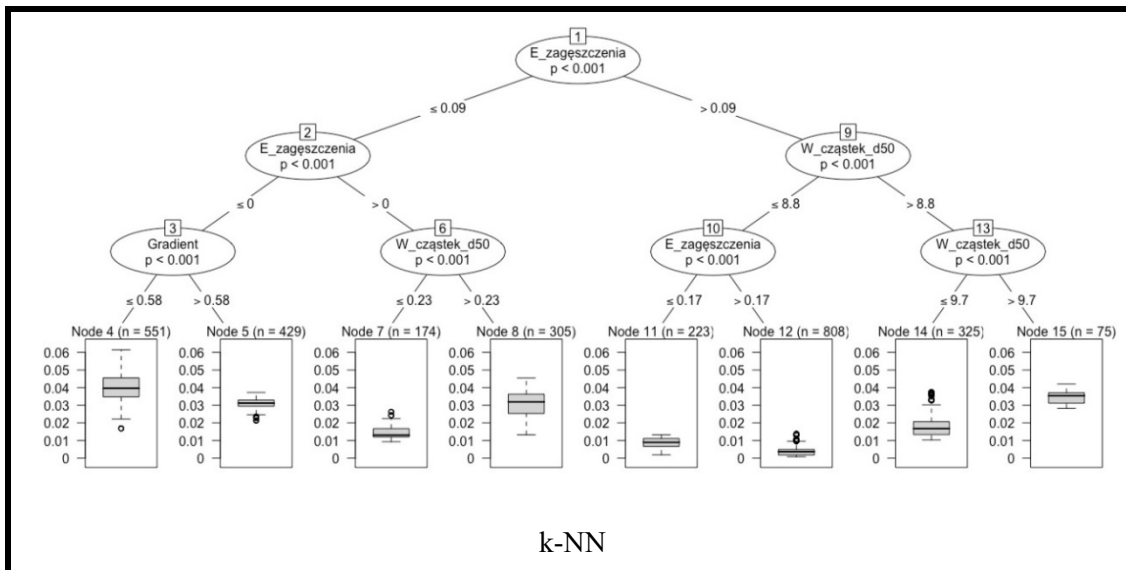
modeli. Wizualizacja predykcji modeli wykorzystujących uczenie maszynowe przy użyciu drzew decyzyjnych dostarcza nie tylko informacji na temat decyzji podejmowanych przez algorytmy, ale także pozwala na lepsze zrozumienie mechanizmu działania tych modeli. Drzewa decyzyjne są graficznymi reprezentacjami struktury decyzyjnej modelu, gdzie każde węzły reprezentują testy na cechach, a liście zawierają prognozowane wartości lub etykiety. Dzięki tej wizualizacji, możemy zaobserwować, jak algorytmy uczenia maszynowego analizują wartości cech i podejmują decyzje dotyczące istotności kolejnych cech w celu uzyskania jak najdokładniejszych wyników predykcji. Korzystanie z drzew decyzyjnych jako narzędzia wizualizacyjnego umożliwia analizę różnych aspektów modelu. Możemy śledzić, które zmienne mają największy wpływ na wynik predykcji, jakie są punkty podziału na poszczególnych gałęziach drzewa, oraz jakie są wartości progowe, które determinują przypisanie etykiet lub wartości predykcyjnych [276].

Wizualizacja przy użyciu drzew decyzyjnych jest szczególnie przydatna w przypadku modeli opartych na drzewach, takich jak *Random Forest*, *Gradient Boosting* czy *XGBoost*. Dzięki tym technikom można uzyskać nie tylko informacje na temat ważności cech, ale również interpretować sposób, w jaki te modele podejmują decyzje na podstawie różnych cech wejściowych [292, 293].

Porównując wyniki z różnych metod interpretacji modeli, takich jak wartości *SHAP* czy analiza drzew decyzyjnych, można uzyskać bardziej kompletny obraz zachowania modelu. Odkrycie korelacji między tymi dwoma podejściami może prowadzić do lepszego zrozumienia, jak poszczególne cechy wpływają na predykcje modelu i jak różne algorytmy interpretują te zależności [294].

Na rysunku 82 obserwujemy, że istotną cechą wpływającą na kształtowanie się kolejnych gałęzi drzewa jest energia zagęszczenia, która rozpoczyna budowanie każdego z drzew. Kolejne gałęzie w przypadku algorytmu *AdaBoost* pokrywają się z wcześniejszymi ustaleniami cech mających wpływ na dane wyjściowe modelu dla kruszyw antropogenicznych, są to gradient hydrauliczny oraz wielkość cząstek d_{50} .

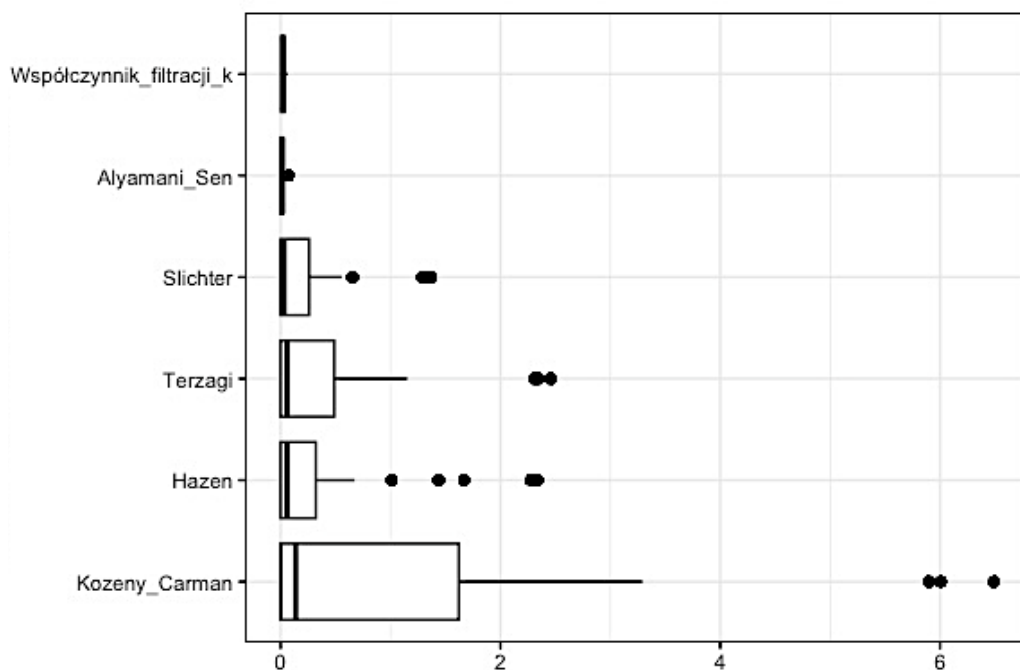




Rysunek 82 Drzewa decyzyjne ukazujące schemat działania algorytmu w oparciu o parametry zjawiska.

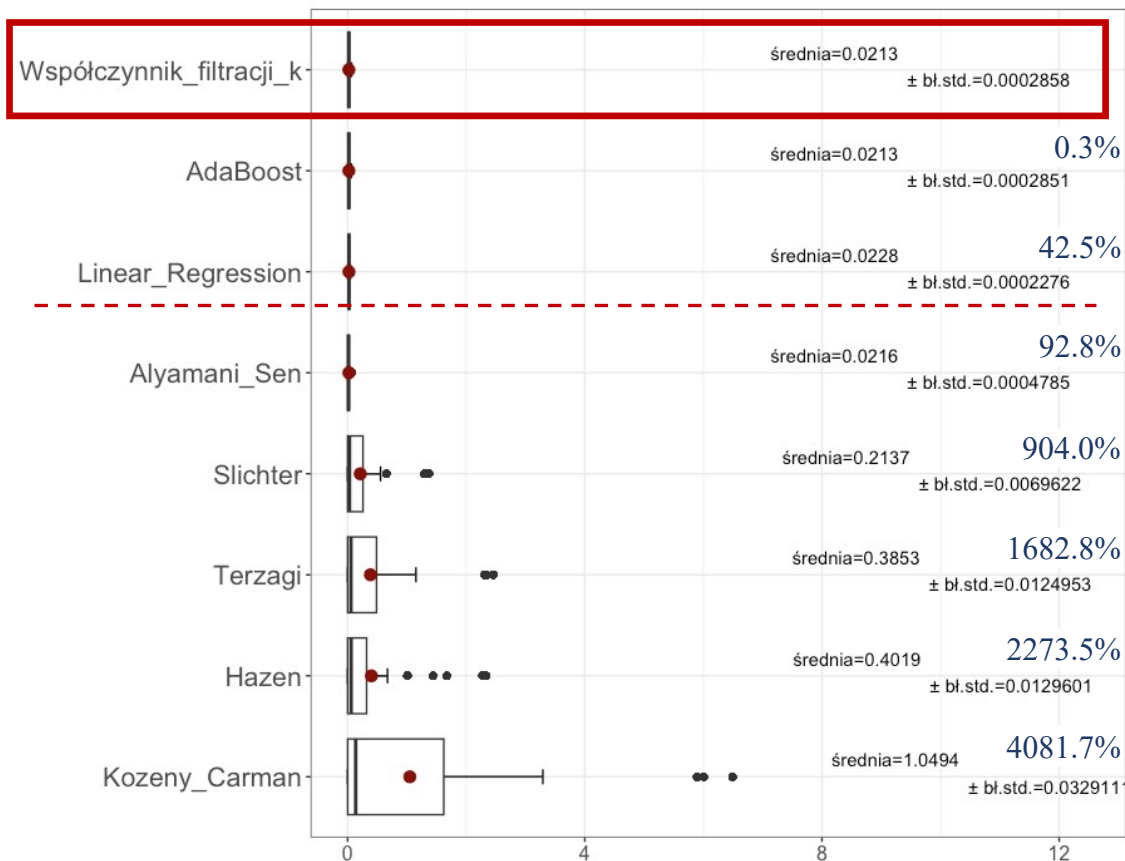
5.3.5. Porównanie wzorów empirycznych z modelowaniem ML

W rozdziale 2.4 zostały zaprezentowane wzory empiryczne służące do wyznaczenia współczynnika filtracji zgodnie z aktualnym przeglądem literaturowym. W oparciu o nie dokonano predykcji współczynnika filtracji dla badanych materiałów antropogenicznych, wyniki skonfrontowano z rzeczywistymi obserwacjami i zaprezentowano na wykresie 83. Jedynym wzorem empirycznym którego wyniki oscylują wokół rzeczywistych obserwacji współczynnika filtracji jest wzór empiryczny Alyamaniego i Sena. Wyniki pozostałych obliczeń różnią się od kilku do kilkudziesięciu razy w porównaniu z wynikami obserwacji.



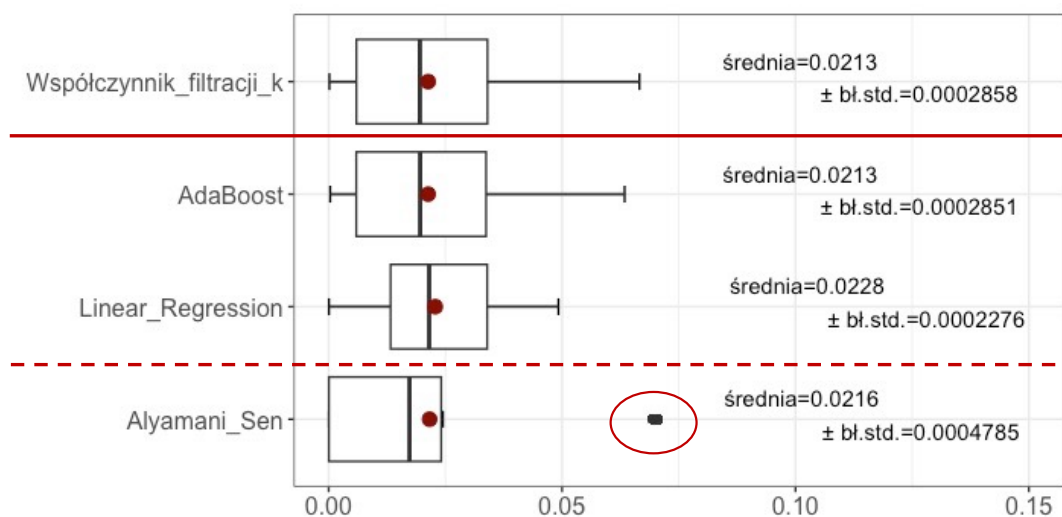
Rysunek 83 Wykres porównujący wyniki obserwacji współczynnika filtracji i wyniki szacowania z wykorzystaniem wzorów empirycznych.

Wyniki obserwacji zestawiono na rysunku 84, porównano je z wynikami szacowania z użyciem wzorów empirycznych oraz algorytmem *AdaBoost* i wynikami predykcji *Linear Regression*.



Rysunek 84 Wykres porównujący wyniki obserwacji z wynikami modeli ML oraz wzorami empirycznymi.

Na podstawie porównania można stwierdzić, potwierdzając też analizę zawartą na rysunku 85, że jedynym wzorem empirycznym zdolnym do jakości predykcji podobnej do algorytmów uczenia maszynowego jest wzór Alyamaniego i Sena.



Rysunek 85 Wykres porównujący wyniki obserwacji współczynnika filtracji i predykcji z wykorzystaniem modeli ML

Rysunek 85 przybliża wyniki otrzymane dla szacowania z zastosowaniem wzoru Alyamaniego i Sena, predykcją z zastosowaniem algorytmu *AdaBoost*. Dopasowanie szacunków algorytmu do rzeczywistych obserwacji jest znacząco lepsze co potwierdza zgodność otrzymanych wartości średnich identyczna dla obserwacji i algorytmu *AdaBoost* równa 0.0213. Również wyniki na poziomie błędu standardowego są podobne dla obserwacji wyniósł on 0.0002858 a dla algorytmu *AdaBoost* 0.0002851. Dla porównania błąd standardowy dla wzoru empirycznego Alyamaniego i Sena wyniósł 0.0004785 co jest dwukrotnie wyższym wynikiem.

6. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych badań wyciągnięto następujące wnioski dotyczące predykcji współczynnika filtracji przy wykorzystaniu algorytmów uczenia maszynowego:

1. **Udowodniono, że możliwe jest wyznaczenie konkretnego algorytmu uczenia maszynowego, którego model dokładniej dopasowuje się do wartości obserwowanego współczynnika filtracji niż dotychczas stosowane metody empiryczne.** Jest to ważne, ponieważ potwierdza skuteczność i precyzję algorytmów uczenia maszynowego w przewidywaniu współczynnika filtracji.
2. Najlepsze wyniki predykcji współczynnika filtracji dla obu rodzajów kruszyw oraz zastosowanych metod podziału próby **uzyskano przy użyciu algorytmu *AdaBoost*.** Oznacza to, że ten konkretny algorytm jest najbardziej efektywny i skuteczny w przewidywaniu wartości współczynnika filtracji, co zostało poparte rozbudowaną analizą statystyczną.
3. Dla algorytmu *AdaBoost* otrzymano wysokie wartości dopasowania współczynnika filtracji dla obu rodzajów kruszyw. Dla kruszyw naturalnych wynik R^2 wynosił od **0.986 do 0.998**, a dla kruszyw antropogenicznych wynik R^2 mieścił się w przedziale od **0.968 do 0.998**. Dla algorytmu standardowego *Linear Regression* wyniki były niższe, wynosząc od **0.844 do 0.854** dla kruszyw naturalnych i od **0.701 do 0.737** dla kruszyw antropogenicznych. Wyniki te potwierdzają, że algorytm *AdaBoost* jest bardziej skuteczny w przewidywaniu współczynnika filtracji niż *regresja liniowa*.
4. Zastosowanie parametrów charakteryzujących uziarnienie i stosunki objętościowe gruntów – gęstość objętościowa szkieletu gruntowego, wskaźnik porowatości i stopień zagęszczenia, umożliwia prognozowanie wartości współczynnika filtracji zarówno dla kruszyw antropogenicznych, jak i gruntów naturalnych. Odkrycie to potwierdza, że istnieje **silna zależność między wskazanymi parametrami a współczynnikiem filtracji**, mająca przełożenie na predykcję współczynnika filtracji dla kruszyw antropogenicznych przy użyciu metod uczenia maszynowego.

5. Udowodniono, że zastosowanie algorytmów uczenia maszynowego przy wykorzystaniu parametrów opisujących **uziarnienie**, umożliwia racjonalną predykcję współczynnika filtracji dla kruszyw antropogenicznych. Do analizy wykorzystano szeroki zakres parametrów opisujących średnice ziarna o wybranej zawartości procentowej wraz z mniejszymi (**d₅, d₁₀, d₁₇, d₂₀, d₃₀, d₅₀, d₆₀, d₉₀**) oraz wskaźnik krzywizny uziarnienia C_C i równoziarnistości C_U. Techniki uczenia maszynowego pozwalają na zastosowanie tak dużego spektrum danych, co przyczyniło się do osiągnięcia wysokiej jakości predykcji przez niektóre modele. To odkrycie ma duże znaczenie, ponieważ otwiera nowe możliwości w przewidywaniu wartości współczynnika filtracji dla różnych rodzajów materiałów antropogenicznych.
6. Otrzymane wyniki zostały potwierdzone **analizą statystyczną, która wykluczyła hipotezę o autokorelacji reszt, obecność wartości wpływowych oraz przeszacowania dla szacowanych modeli**. To świadczy o rzetelności i wiarygodności przeprowadzonego szacowania przy użyciu algorytmów uczenia maszynowego.
7. Wykorzystując **technikę SHAP** (ang. *Shapley Additive Explanations*), **zidentyfikowano właściwości fizyczne, które mają największy wpływ na kształtowanie modelu** przez algorytmy uczenia maszynowego. Dzięki temu można lepiej zrozumieć, które parametry mają największe znaczenie w przewidywaniu współczynnika filtracji. W przypadku modelu powstałego dla algorytmu *AdaBoost* **największy wpływ na kształtowanie modelu miały energia zagęszczania, gradient hydrauliczny, wielkość ziaren d₁₇ i d₅₀**.
8. Porównując wyniki szacowania z użyciem wzorów empirycznych oraz predykcji modeli opartych na algorytmach uczenia maszynowego, udowodniono, że stosowanie algorytmów uczenia maszynowego pozwala na dokładniejszą predykcję współczynnika filtracji. **Rozbieżności pomiędzy zaobserwowanymi wynikami współczynnika filtracji a wynikami szacowania z zastosowaniem wzorów empirycznych sięgają od 92,8% dla wzoru Alyamani i Sen, do nawet 4081,7% dla wzoru Kozeny i Carmaniego. Dla porównania rozbieżność ta dla algorytmu *AdaBoost* wynosi 0.3%**. Wyniki te potwierdzają skuteczność i potencjał algorytmów uczenia maszynowego w dziedzinie prognozowania właściwości materiałów.

9. Przeprowadzone badania mają duże znaczenie praktyczne dla budownictwa, geotechniki oraz inżynierii środowiska. **Dokładna predykcja współczynnika filtracji ma duże znaczenie przy projektowaniu infrastruktury, ocenie stateczności skarp, ochronie środowiska w przypadku składowania odpadów czy wydobyciu surowców naturalnych.** Zastosowanie algorytmów uczenia maszynowego pozwala na bardziej efektywne i dokładne oszacowanie współczynnika filtracji, co przekłada się na poprawę jakości projektów i zwiększenie bezpieczeństwa.
10. Należy podkreślić, że badania dotyczyły konkretnych parametrów charakteryzujących uziarnienie i cechy porowatości. **Istnieje możliwość dalszego rozwinięcia analizy** poprzez uwzględnienie dodatkowych czynników, takich jak skład chemiczny materiałów czy warunki środowiskowe. Rozbudowana baza danych pozwoli na szersze możliwości prognozowania nie tylko współczynnika filtracji, a co za tym idzie zwiększenie możliwości zastosowania kruszyw antropogenicznych w budownictwie.
11. Wyniki przeprowadzonych badań są oparte na dostępnych danych oraz wybranych metodach i algorytmach uczenia maszynowego. **Istnieje możliwość dalszych badań i rozwoju w tej dziedzinie, które mogą doprowadzić do odkrycia nowych algorytmów lub optymalizacji istniejących.** Wraz z rozwojem technologii uczenia maszynowego należy spodziewać się jeszcze większych możliwości predykcji współczynnika filtracji.
12. Wprowadzenie algorytmów uczenia maszynowego do predykcji współczynnika filtracji ma potencjał w automatyzacji i usprawnieniu procesu szacowania. Metody oparte na **wzorach empirycznych wymagają zaawansowanych obliczeń i czasochłonnego manualnego dopasowywania parametrów.** Metody modelowania matematycznego nie uwzględniają tak różnorodnych właściwości fizycznych gruntu antropogenicznego, przez co są obarczone wysokim błędem predykcji. **Zastosowanie algorytmów uczenia maszynowego pozwala na automatyczne uczenie się z danych i generowanie precyzyjnych prognoz, co może przyspieszyć i ułatwić pracę inżynierów zarządzanie procesami budowlanymi i środowiskowymi.**

13. Rozwiązania nastawione na poszukiwanie sposobów efektywnego zagospodarowania zgodnego z zasadami zrównoważonego rozwoju wykorzystania materiałów odpadowych w budownictwie jest szczególnie istotne z punktu widzenia gospodarki cyrkularnej. **Potwierdzona w tej pracy skuteczność algorytmów uczenia maszynowego do szacowania współczynnika filtracji, pozwala wnioskować o wysokim potencjale aplikacyjnym tych metod** także do szacowania innych cech i parametrów materiałów antropogenicznych.
14. Predykcja współczynnika filtracji metodami uczenia maszynowego stanowi wartościowy punkt wyjścia do wdrażania tego typu algorytmów w zarządzaniu środowiskiem i procesem budowlanym. Precyzyjne szacowanie, tak jak w przypadku współczynnika filtracji w tej pracy, umożliwiają optymalizację projektów, wybór odpowiednich materiałów budowlanych i ocenę ryzyka w dziedzinach takich jak geotechnika czy inżynieria środowiska. **Wdrożenie tych algorytmów poprawia efektywność, bezpieczeństwo i zrównoważone wykorzystanie zasobów w procesie budowlanym.**

Podsumowując, wyniki przeprowadzonych badań jednoznacznie wskazują na możliwość wykorzystania algorytmów uczenia maszynowego do precyzyjnej predykcji współczynnika filtracji. Algorytm *AdaBoost* okazał się szczególnie skuteczny w tym zakresie, zapewniając wysokie wartości dopasowania. Zastosowanie parametrów opisujących właściwości fizyczne oraz analiza statystyczna i techniki interpretacji wyników dodatkowo potwierdziły rzetelność i wiarygodność przewidywań oraz przydatność technik uczenia maszynowego w zarządzania procesem budowlanym i gospodarką materiałową.

Praca wnosi również kilka nowych aspektów do dziedziny zarządzania procesem budowlanym i gospodarką materiałów w zakresie predykcji współczynnika filtracji:

1. Praca rozszerza dotychczasowe badania, koncentrując się nie tylko na kruszywach naturalnych, ale także na kruszywach antropogenicznych. **Wykorzystanie nowoczesnych technik opartych na algorytmach uczenia maszynowego wskazuje na potencjał precyzyjnego prognozowania właściwości tych materiałów.** Jest to bardzo ważne dla wprowadzenia rozwiązań w postaci gospodarki o obiegu zamkniętym, ponieważ kruszywa antropogeniczne są

powszechnie wykorzystywane w różnych branżach, a precyzyjna predykcja ich właściwości jest niezbędna dla skutecznego projektowania i zarządzania.

2. **Porównanie wyników badań dotyczących gruntów naturalnych i antropogenicznych, przy użyciu tych samych cech badanych kruszyw oraz tych samych algorytmów uczenia maszynowego.** Takie zestawienie umożliwiło bezpośrednie porównanie otrzymanych wyników dla obu typów kruszyw. Jest to istotne z punktu widzenia porównawczej analizy właściwości filtracyjnych i identyfikacji ewentualnych różnic między nimi. To **ważne w kontekście gospodarki o obiegu zamkniętym, ponieważ umożliwia ocenę potencjału wykorzystania kruszyw antropogenicznych jako surowców wtórnych** oraz identyfikację ewentualnych różnic między nimi, co przyczynia się do efektywnego wykorzystania zasobów.
3. **Wykorzystanie algorytmów uczenia maszynowego może przyczynić się do osiągnięcia lepszych wyników, redukcji kosztów i zwiększenia efektywności procesów decyzyjnych.** W ten sposób praca przyczynia się do zrównoważonego rozwoju, poprzez optymalizację zarządzania zasobami i ochronę środowiska.
4. Wpływ tej pracy jest znaczący dla nauki i praktyki inżynierskiej w wielu dziedzinach. **Precyzyjna predykcja współczynnika filtracji ma istotne znaczenie w takich dziedzinach zarządzania procesami budowlanymi i eksploatacją systemów jak zarządzanie infrastrukturą wodno-ściekową, ocenie ryzyka powodziowego, planowanie zrównoważonego zagospodarowania terenu oraz ochronie środowiska.**

Dalsza perspektywa badań nad predykcją współczynnika filtracji przy użyciu algorytmów uczenia maszynowego jest bardzo obiecująca. Stały rozwój tych algorytmów pozwala na poszukiwanie coraz lepszych i bardziej precyzyjnych metod predykcyjnych w przyszłości. W miarę postępu technologicznego i gromadzenia większej ilości danych, możliwe jest doskonalenie modeli oraz uwzględnianie coraz szerszego zakresu czynników wpływających na filtrację.

Jednym z kierunków dalszych badań może być przeprowadzenie analizy i eksperymentów dotyczących predykcji współczynnika filtracji dla szerszego zakresu materiałów antropogenicznych. Praca dotychczas skupiała się na konkretnych rodzajach kruszyw antropogenicznych, jednak istnieje wiele innych materiałów, takich jak odpady przemysłowe czy materiały recyklingowe, które również cechują się wysoką zmiennością wartości współczynnika filtracji w zależności od właściwości fizycznych i chemicznych.

Badania obejmujące różne typy kruszyw antropogenicznych umożliwiłyby dalszą weryfikację skuteczności predykcyjnej algorytmu *AdaBoost* dla tych materiałów oraz identyfikację ewentualnych zależności i specyficznych czynników wpływających na filtrację.

Ważne jest również kontynuowanie badań nad interpretowalnością modeli opartych na algorytmach uczenia maszynowego. Choć te modele są skuteczne, ich działanie często jest trudne do zrozumienia i wyjaśnienia. Dalsze badania nad interpretowalnością mogą pomóc w lepszym zrozumieniu, dlaczego dany model podejmuje konkretne decyzje i jakie czynniki mają największy wpływ na predykcję współczynnika filtracji. To może być szczególnie istotne w przypadku zastosowań praktycznych, gdzie inżynierowie i decydenci muszą mieć pełne zaufanie do wyników predykcyjnych.

7. Załączniki

7.1. Słownik pojęć

- **Uczenie maszynowe** (ang. *Machine Learning*) – Uczenie maszynowe to dziedzina nauki komputerowej, która zajmuje się tworzeniem algorytmów i modeli, które uczą się na podstawie danych i doświadczeń, bez konieczności bezpośredniego programowania. Uczenie maszynowe umożliwia komputerom automatyczne uczenie się i podejmowanie decyzji na podstawie wzorców i informacji zawartych w danych.
- **Funkcja** (ang. *Function*) – Funkcja jest obiektem matematycznym, który przyjmuje jedne wartości (parametry wejściowe) i zwraca inne wartości (parametry wyjściowe) na podstawie określonych reguł i zależności. Funkcje często występują wewnątrz modeli i mają moc przetwarzania danych.
- **Model** (ang. *Model*) – Model jest złożonym obiektem lub strukturą danych, która przyjmuje dane wejściowe i generuje wyniki lub prognozy na podstawie wewnętrznych reguł, parametrów i zależności. Modele mogą być matematycznymi równaniami lub grafami, które reprezentują pewne zależności w danych.
- **Równanie** (ang. *Equation*) – Równanie to matematyczna reprezentacja funkcji lub modelu, która opisuje zależności między różnymi zmiennymi. Równanie może być używane do opisu relacji pomiędzy danymi wejściowymi a danymi wyjściowymi w kontekście uczenia maszynowego.
- **Algorytm** (ang. *Algorithm*) – Algorytm to zestaw kroków lub procedur, które są przekazywane do modelu w celu przetwarzania lub obliczenia. Algorytmy wykorzystywane w uczeniu maszynowym służą do trenowania modeli, dostosowywania parametrów i wykonywania predykcji na podstawie danych wejściowych.
- **Regresja** (ang. *Regression*) – Regresja to technika statystyczna używana w uczeniu maszynowym do modelowania zależności między zmiennymi. Regresja jest wykorzystywana do prognozowania wartości ciągłych na podstawie danych wejściowych. Model regresji stara się znaleźć liniowe lub nieliniowe relacje między zmiennymi, które mogą być wykorzystane do przewidywania wartości.
- **Klasyfikacja** (ang. *Classification*) – Klasyfikacja to zadanie w uczeniu maszynowym, w którym model ma przyporządkować dane wejściowe do określonych klas lub

etykiet. Model klasyfikacji jest trenowany na przykładach z etykietami, aby nauczyć się rozpoznawania wzorców i podejmowania decyzji dotyczących przynależności do konkretnej klasy.

- Sieci neuronowe (ang. *Neural Networks*) – Sieci neuronowe to modele matematyczne, które naśladują działanie ludzkiego mózgu i układu nerwowego. Składają się z połączonych neuronów lub węzłów, które przetwarzają informacje i uczą się na podstawie danych. Sieci neuronowe są powszechnie używane w uczeniu maszynowym, szczególnie w dziedzinie głębokiego uczenia się (deep learning), gdzie mogą efektywnie modelować złożone zależności i rozpoznawać wzorce w danych.
- Cechy (ang. *Features*) – Zbiór atrybutów, parametrów, związanych z obserwacjami z badań.
- Hiperparametry (ang. *Hyperparameters*) – Parametry swobodne, które nie są określane przez algorytm uczący (dane wejściowe do algorytmu uczącego).
- Zestaw treningowy (ang. *Train set*) – Przykłady używane do trenowania algorytmu uczącego.
- Zestaw testowy (ang. *Test set*) – Przykłady używane do oceny działania algorytmu uczącego. Próbkę testową jest oddzielona od danych treningowych i walidacyjnych i nie jest udostępniana na etapie uczenia.
- Uczenie nadzorowane (ang. *Supervised learning*) – Uczący się otrzymuje zbiór oznakowanych przykładów jako dane treningowe i dokonuje predykcji dla wszystkich nieobserwowanych punktów. Jest to najczęstsze scenariusze związane z problemami klasyfikacji, regresji i rankingów. Problem wykrywania spamu omówiony w poprzednim rozdziale jest przykładem uczenia nadzorowanego.
- Uczenie bez nadzoru (ang. *Unsupervised learning*) – Uczący się otrzymuje wyłącznie nieoznakowane dane treningowe i dokonuje predykcji dla wszystkich nieobserwowanych punktów. Ponieważ w tym przypadku nie jest dostępny żaden oznaczony przykład, trudno jest ilościowo ocenić wydajność uczącego się. Klasteryzacja i redukcja wymiarów są przykładami problemów uczenia bez nadzoru.
- Uczenie częściowo nadzorowane (ang. *Semi-supervised learning*) – Uczący się otrzymuje próbkę treningową składającą się zarówno z oznakowanych, jak i nieoznakowanych danych i dokonuje predykcji dla wszystkich nieobserwowanych punktów. Uczenie półnadzorowane jest powszechne w sytuacjach, gdy dane bez etykiet są łatwo dostępne, ale uzyskanie etykiet jest kosztowne. Różne rodzaje

problemów pojawiających się w aplikacjach, w tym zadania klasyfikacji, regresji czy rankingów, mogą być traktowane jako przypadki uczenia półnadzorowanego. Można mieć nadzieję, że rozkład nieoznakowanych danych dostępnych dla uczącego się może pomóc mu osiągnąć lepsze wyniki niż w przypadku uczenia nadzorowanego. Analiza warunków, w jakich można to osiągnąć, jest tematem wielu współczesnych badań teoretycznych i stosowanych w uczeniu maszynowym.

- Uczenie ze wzmocnieniem (ang. *Reinforcement learning*) – W uczeniu wzmacniającym również przeplatają się fazy treningu i testowania. Aby zebrać informacje, uczący się aktywnie współdziała ze środowiskiem, a w niektórych przypadkach wpływa na nie i za każde działanie otrzymuje niezwłocznie nagrodę. Celem uczącego się jest zmaksymalizowanie jego nagrody w ciągu działań i iteracji ze środowiskiem. Jakkolwiek, żadna długoterminowa nagroda zwrotna nie jest dostarczana przez środowisko, a uczący się staje przed dylematem eksploracji versus eksploatacji, ponieważ musi wybrać pomiędzy eksploracją nieznanymi działaniami w celu uzyskania większej ilości informacji a wykorzystaniem informacji już zebranych.
- Współczynnik determinacji (ang. *Coefficient of determination*), R^2 – Jest to stopień dopasowania danych do modelowanej linii dla analiz regresji.
- Wartości p (ang. *p-values*) – Są to miary ważności statystycznej, gdzie: jeśli wartość p-value jest poniżej 0,05, wartość, którą badasz jest prawdopodobnie statystycznie ważna.
- Przedziały ufności (ang. *Confidence intervals*) – Są to dwie wartości, pomiędzy którymi spodziewamy się parametru. Na przykład, 95% przedział ufności pomiędzy liczbami 1 i 3 może opisywać, gdzie znajduje się liczba 2.

7.2. Wybrane biblioteki języków programowania zastosowane w pracy

7.2.1. Język programowania R

- AdaBoost, pakiet: *ada* (Implementacja algorytmu AdaBoost). Źródło: <https://cran.r-project.org/web/packages/ada/index.html>
- Random Forest, pakiet: *randomForest* (Implementacja algorytmu Random Forest). Źródło: <https://cran.r-project.org/web/packages/randomForest/index.html>

- k-NN (k najbliższych sąsiadów), pakiet: class (Implementacja algorytmu k-NN).
Źródło: <https://cran.r-project.org/web/packages/class/index.html>
- Gradient Boosting, pakiet: gbm (Implementacja algorytmu Gradient Boosting).
Źródło: <https://cran.r-project.org/web/packages/gbm/index.html>
- Linear Regression, pakiet: Podstawowy pakiet stats zawiera funkcję lm() do przeprowadzania regresji liniowej. Źródło: <https://stat.ethz.ch/R-manual/R-devel/library/stats/html/lm.html>
- Neural Network, pakiet: neuralnet (Implementacja sztucznych sieci neuronowych).
Źródło: <https://cran.r-project.org/web/packages/neuralnet/index.html>
- ggplot2: Jest to jedna z najpopularniejszych bibliotek do tworzenia wykresów w R. Oferuje bogate możliwości wizualizacji danych. Źródło: <https://cran.r-project.org/web/packages/ggplot2/index.html>
- dplyr: Pakiet dplyr zapewnia funkcje do manipulacji i przetwarzania danych. Ułatwia filtrowanie, sortowanie, grupowanie i łączenie danych. Źródło: <https://cran.r-project.org/web/packages/dplyr/index.html>
- tidyr: Pakiet tidyr pomaga w przekształcaniu danych, takich jak rozpakowywanie danych z formatu szerokiego do długiego (tzw. "tidy data"). Źródło: <https://cran.r-project.org/web/packages/tidyr/index.html>
- reshape2: Pakiet reshape2 umożliwia przekształcanie danych między formatem szerokim a długim, a także przekształcanie danych do innych form. Źródło: <https://cran.r-project.org/web/packages/reshape2/index.html>
- stats: Jest to podstawowy pakiet zawierający wiele funkcji statystycznych, takich jak testy hipotez, regresja liniowa, analiza wariancji itp. Źródło: Wbudowany w R jako biblioteka podstawowa.
- caret: Pakiet caret (Classification And REgression Training) dostarcza narzędzi do trenowania i oceny modeli klasyfikacji i regresji. Źródło: <https://cran.r-project.org/web/packages/caret/index.html>
- lme4: Pakiet lme4 umożliwia dopasowanie modeli liniowych mieszanych (mixed-effects) do analizy danych z hierarchiczną strukturą. Źródło: <https://cran.r-project.org/web/packages/lme4/index.html>
- car: Pakiet car zawiera różne funkcje statystyczne i graficzne dla analizy regresji i innych technik statystycznych. Źródło: <https://cran.r-project.org/web/packages/car/index.html>

- knitr: Pakiet knitr umożliwia tworzenie raportów i dokumentacji, łącząc kod R, wyniki obliczeń i tekst w jednym pliku. Źródło: <https://cran.r-project.org/web/packages/knitr/index.html>
- shiny: Pakiet shiny pozwala tworzyć interaktywne aplikacje internetowe w R, które mogą być łatwo udostępniane i używane przez innych. Źródło: (<https://cran.r-project.org/web/packages/shiny>)
- magrittr: Pakiet magrittr wprowadza nowy styl składniowy do przekształceń danych, umożliwiając czytelną i efektywną pracę z danymi. Źródło: <https://cran.r-project.org/web/packages/magrittr/index.html>
- lubridate: Pakiet lubridate dostarcza funkcje do manipulacji danymi czasowymi i datami, umożliwiając łatwe wykonywanie operacji na czasie. Źródło: <https://cran.r-project.org/web/packages/lubridate/index.html>
- purrr: Pakiet purrr zapewnia funkcje do programowania funkcyjnego, co ułatwia manipulację danymi i tworzenie powtarzalnych operacji. Źródło: <https://cran.r-project.org/web/packages/purrr/index.html>
- stringr: Pakiet stringr dostarcza funkcje do manipulacji i przetwarzania ciągów tekstowych, takich jak ekstrakcja, łączenie i podział tekstów. Źródło: <https://cran.r-project.org/web/packages/stringr/index.html>
- data.table: Pakiet data.table jest zoptymalizowaną alternatywą dla wbudowanego typu danych data.frame, oferującą szybkie operacje na dużych zbiorach danych. Źródło: <https://cran.r-project.org/web/packages/data.table/index.html>
- plotly: Pakiet plotly umożliwia tworzenie interaktywnych wykresów, które można eksportować do różnych formatów, takich jak HTML i PDF. Źródło: <https://cran.r-project.org/web/packages/plotly/index.html>
- tidymodels: Pakiet tidymodels to zestaw narzędzi do modelowania statystycznego, które korzystają z konwencji tidyverse, zapewniając łatwe tworzenie, przetwarzanie i ocenianie modeli. Źródło: <https://cran.r-project.org/web/packages/tidymodels/index.html>
- caretEnsemble: Pakiet caretEnsemble oferuje techniki zespołowe (ensemble methods) dla modeli regresji i klasyfikacji dostępne w pakiecie caret. Źródło: <https://cran.r-project.org/web/packages/caretEnsemble/index.html>

- forecast: Pakiet forecast zawiera funkcje do prognozowania szeregów czasowych, w tym metody ARIMA, eksponencjalne wygładzanie i wiele innych. Źródło: <https://cran.r-project.org/web/packages/forecast/index.html>

7.2.2. Język programowania Python

- AdaBoost, pakiet: scikit-learn. Źródło: <https://scikit-learn.org/stable/modules/ensemble.html#adaboost>
- Random Forest, pakiet: scikit-learn. Źródło: <https://scikit-learn.org/stable/modules/ensemble.html#random-forests>
- k-NN (k-Nearest Neighbors), pakiet: scikit-learn. Źródło: <https://scikit-learn.org/stable/modules/neighbors.html>
- Gradient Boosting, pakiet: XGBoost. Źródło: <https://xgboost.readthedocs.io/en/latest/>
- Linear Regression, pakiet: scikit-learn. Źródło: https://scikit-learn.org/stable/modules/linear_model.html#ordinary-least-squares
- Neural Network, pakiet: TensorFlow lub PyTorch. Źródło (TensorFlow): <https://www.tensorflow.org/>; (PyTorch): <https://pytorch.org/>
- Matplotlib: Biblioteka do tworzenia wykresów 2D i 3D, oferująca wiele narzędzi do wizualizacji danych. Źródło: <https://matplotlib.org/stable/index.html>
- Seaborn: Biblioteka oparta na Matplotlib, specjalizująca się w tworzeniu atrakcyjnych statystycznych wykresów, takich jak heatmaps czy wykresy pudełkowe. Źródło: <https://seaborn.pydata.org/>
- Plotly: Biblioteka do interaktywnej wizualizacji danych, umożliwiająca tworzenie interaktywnych wykresów, wizualizacji 3D i dashboardów. Źródło: <https://plotly.com/python/>
- Pandas: Biblioteka do manipulacji i analizy danych. Oferuje struktury danych, takie jak DataFrame, oraz narzędzia do eksploracji danych i transformacji. Źródło: <https://pandas.pydata.org/>
- NumPy: Biblioteka do obliczeń numerycznych w Pythonie. Zapewnia wydajne struktury danych, takie jak tablice wielowymiarowe, oraz funkcje do wykonywania operacji matematycznych. Źródło: <https://numpy.org/>

- SciPy: Biblioteka zawierająca różne algorytmy numeryczne, takie jak optymalizacja, interpolacja, przetwarzanie sygnałów, statystyka i wiele innych. Źródło: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/>
- Statsmodels: Biblioteka do estymacji statystycznej, zawierająca różne modele statystyczne i narzędzia do analizy danych. Źródło: <https://www.statsmodels.org/stable/index.html>
- scikit-learn: Biblioteka do uczenia maszynowego, oferująca implementacje różnych algorytmów uczenia maszynowego, takich jak klasyfikacja, regresja, grupowanie i wiele innych. Źródło: <https://scikit-learn.org/stable/>
- TensorFlow: Biblioteka do głębokiego uczenia maszynowego, pozwalająca budować i trenować modele sieci neuronowych. Źródło: <https://www.tensorflow.org/>
- PyTorch: Biblioteka do głębokiego uczenia maszynowego, która umożliwia budowanie i trenowanie modeli sieci neuronowych, z naciskiem na elastyczność i wydajność. Źródło: <https://pytorch.org/>
- Keras: Wysokopoziomowe API do tworzenia i trenowania sieci neuronowych, działające na topie innych bibliotek do głębokiego uczenia maszynowego, takich jak TensorFlow czy Theano.
- ggplot. Źródło: <https://ggplot.yhathq.com/>
- Bokeh: Biblioteka do interaktywnej wizualizacji danych, która pozwala tworzyć atrakcyjne wykresy interaktywne i aplikacje internetowe oparte na danych. Źródło: <https://docs.bokeh.org/>
- Dask: Biblioteka do obliczeń równoległych i przetwarzania dużych zbiorów danych, która ułatwia skalowanie analizy danych na klastrach i wielu węzłach. Źródło: <https://docs.dask.org/>
- StatsPy. Źródło: <https://www.statspy.org/>
- Yellowbrick: Biblioteka do wizualizacji maszynowego uczenia, która zapewnia narzędzia do eksploracji, wizualizacji i diagnostyki modeli uczenia maszynowego. Źródło: <https://www.scikit-yb.org/en/latest/>
- H2O. Źródło: <https://docs.h2o.ai/>

8. Spis literatury

1. Schneider, M., Romer, M., Tschudin, M., Bolio, H.: Sustainable cement production—present and future, <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0008884611000950>, (2011)
2. Chen, Y., Okudan, G.E., Riley, D.R.: Sustainable performance criteria for construction method selection in concrete buildings. *Autom Constr.* 19, 235–244 (2010). <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2009.10.004>
3. CEMBUREAU: World Cements production in 2019—Key facts & figures., <https://cembureau.eu/about-our-industry/key-facts-figures/>, (2020)
4. Feiz, R., Ammenberg, J., Baas, L., Eklund, M., Helgstrand, A., Marshall, R.: Improving the CO₂ performance of cement, part II: Framework for assessing CO₂ improvement measures in the cement industry. *J Clean Prod.* 98, 282–291 (2015). <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2014.01.103>
5. García-Gusano, D., Garraín, D., Herrera, I., Cabal, H., Lechón, Y.: Life Cycle Assessment of applying CO₂ post-combustion capture to the Spanish cement production. *J Clean Prod.* 104, 328–338 (2015). <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2013.11.056>
6. Salas, D.A., Ramirez, A.D., Rodríguez, C.R., Marx, D., Boero, A.J., Duque-rivera, J., Williams, D.J.: Environmental Impacts, Life Cycle Assessment and Potential Improvement Measures for Cement Production: A Literature Review. *J Clean Prod.* 529–554 (2020). <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2015.11.078>
7. Kabziński A.: Prognoza potrzeb i produkcji kruszyw w Polsce w latach 2012-2020. (2012)
8. Kumar, S., Skariah Thomas, B., Gupta, V., Basu, P., Shrivastava, S.: Sandstone wastes as aggregate and its usefulness in cement concrete – A comprehensive review, <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1364032117311942>, (2018)
9. Behera, M., Bhattacharyya, S.K., Minocha, A.K., Deoliya, R., Maiti, S.: Recycled aggregate from C&D waste & its use in concrete – A breakthrough towards sustainability in construction sector: A review. *Constr Build Mater.* 68, 501–516 (2014). <https://doi.org/10.1016/J.CONBUILDMAT.2014.07.003>
10. Kazmi, D., Williams, D.J., Serati, M.: Waste glass in civil engineering applications—A review. *Int J Appl Ceram Technol.* 17, 529–554 (2020). <https://doi.org/10.1111/ijac.13434>
11. Eggert, A.: Geert Van Poelvoorde President European Steel Association. (2022)
12. Główny Urząd Statystyczny: Analizy statystyczne - Ochrona środowiska 2022. (2022)
13. European Commission Eurostat: Waste statistics - Statistics Explained, https://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php?title=Waste_statistics#Hazardous_waste_treatment, (2020)
14. Bhardwaj, B., Kumar, P.: Waste foundry sand in concrete: A review, <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0950061817318111>, (2017)
15. Dash, M.K., Patro, S.K., Rath, A.K.: Sustainable use of industrial-waste as partial replacement of fine aggregate for preparation of concrete – A review, <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2212609015301217>, (2016)
16. Kirthika, S.K., Surya, M., Singh, S.K.: Effect of clay in alternative fine aggregates on performance of concrete. *Constr Build Mater.* 228, 116811 (2019). <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.116811>
17. European Commission: COMMUNICATION FROM THE COMMISSION TO THE EUROPEAN PARLIAMENT, THE EUROPEAN COUNCIL, THE COUNCIL, THE EUROPEAN ECONOMIC AND SOCIAL COMMITTEE AND THE COMMITTEE OF THE REGIONS The European Green Deal. 52019DC064, (2019)
18. European Commission: COMMUNICATION FROM THE COMMISSION TO THE EUROPEAN PARLIAMENT, THE COUNCIL, THE EUROPEAN ECONOMIC AND SOCIAL COMMITTEE AND THE COMMITTEE OF THE REGIONS. A new Circular Economy Action Plan. For a cleaner and more competitive Europe. COM(2020), (2020)

19. Tam, V.W.Y., Tam, C.M.: A review on the viable technology for construction waste recycling, <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0921344905001746>, (2006)
20. Munaro, M.R., Tavares, S.F., Bragança, L.: Towards circular and more sustainable buildings: A systematic literature review on the circular economy in the built environment, <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0959652620311811>, (2020)
21. Dziecioł, J., Sas, W.: Perspective on the Application of Machine Learning Algorithms for Flow Parameter Estimation in Recycled Concrete Aggregate. *Materials* 2023, Vol. 16, Page 1500. 16, 1500 (2023). <https://doi.org/10.3390/MA16041500>
22. Sas, W., Dziecioł, J.: Determination of the filtration rate for anthropogenic soil from the recycled concrete aggregate by analytical methods, <http://iks.pn.sggw.pl/PN80/A14/zeszyt80art14en.html>, (2018)
23. Chatziaras, N., Psomopoulos, C.S., Themelis, N.J.: Use of waste derived fuels in cement industry: a review, <https://www.emerald.com/insight/content/doi/10.1108/MEQ-01-2015-0012/full/html>, (2016)
24. Hasanbeigi, A., Morrow, W., Masanet, E., Sathaye, J., Xu, T.: Energy efficiency improvement and CO2 emission reduction opportunities in the cement industry in China. *Energy Policy*. 57, 287–297 (2013). <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2013.01.053>
25. Achal, V., Mukherjee, A.: A review of microbial precipitation for sustainable construction, <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0950061815005000>, (2015)
26. Mikucki, Z.: *Gruntoznawstwo Techniczne*. Wydawnictwo Arkady, Warszawa (1966)
27. Pazdro, Z.: *Hydrogeologia ogólna*. Wydawnictwa Geologiczne, wydanie III uzupełnione, Warszawa (1983)
28. Głuchowski, A., Sas, W., Dziecioł, J., Soból, E., Szymański, A.: Permeability and leaching properties of Recycled Concrete Aggregate as an emerging material in Civil Engineering. *Applied Sciences (Switzerland)*. 9, 81 (2018). <https://doi.org/10.3390/app9010081>
29. Serpell, A., Alarcón, L.F.: Construction process improvement methodology for construction projects. *International Journal of Project Management*. 16, 215–221 (1998). [https://doi.org/10.1016/S0263-7863\(97\)00052-5](https://doi.org/10.1016/S0263-7863(97)00052-5)
30. European Commission: COMMUNICATION FROM THE COMMISSION TO THE EUROPEAN PARLIAMENT, THE EUROPEAN COUNCIL, THE COUNCIL, THE EUROPEAN ECONOMIC AND SOCIAL COMMITTEE AND THE COMMITTEE OF THE REGIONS The European Green Deal. 52019DC064, (2019)
31. Berndt, M.L.: Properties of sustainable concrete containing fly ash, slag and recycled concrete aggregate. *Constr Build Mater.* (2009). <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2009.02.011>
32. Ulubeyli, G.C., Artir, R.: Sustainability for Blast Furnace Slag: Use of Some Construction Wastes. *Procedia Soc Behav Sci.* 195, 2191–2198 (2015). <https://doi.org/10.1016/J.SBSPRO.2015.06.297>
33. Kijowski G.: *Kruszywo z betonu*. Budownictwo, Technologie, Architektura. 2/2006, 46–47 (2006)
34. Rafalski L.: *Podbudowy Drogowe*. Instytut Badawczy Dróg i Mostów, Warszawa (2007)
35. Sas W., Szymański A., Malinowska E., Gabryś. K.: Geotechniczne uwarunkowania zastosowania materiałów antropogenicznych w budownictwie. *Inżynieria Morska i Geotechnika*. 4/2012, 376–389 (2012)
36. Herrador, R., Pérez, P., Garach, L., Ordóñez, J.: Use of Recycled Construction and Demolition Waste Aggregate for Road Course Surfacing. *J Transp Eng.* 138, 182–190 (2011). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)TE.1943-5436.0000320](https://doi.org/10.1061/(ASCE)TE.1943-5436.0000320)
37. Bakoss S.L., Ravindrarajah R.S.: *Recycled Construction and Demolition Materials for Use in Road Works and Other Local Government Activities: Scoping Report*. University of Technology, Centre for Built Infrastructure Research, Sydney. 136 (1999)
38. Aurstad, J., Berntsen, G., Petkovic, G.: Evaluation of unbound crushed concrete as road building material-Mechanical properties vs field performance. (2006)
39. Shull M., Allen D.L., Fleckenstein L.J., Graves C.: Performance evaluation of recycled PCC pavement used as a crushed stone base and dense grade aggregate. *Research report KTC 97-3*. (1998)

40. Sas W., Głuchowski A.: Nośność podłoża drogowego z destruktu betonowego na przykładzie badań CBR. *Budownictwo i Inżynieria Środowiska*. 5(2014), 149–154 (2014)
41. Godyń, K., Dutka, B.: Preliminary Studies of Slag and Ash from Incinerated Municipal Waste for Prospective Applications. *Energies (Basel)*. 16, (2023). <https://doi.org/10.3390/en16010117>
42. Bai, G., Zhu, C., Liu, C., Liu, B.: An evaluation of the recycled aggregate characteristics and the recycled aggregate concrete mechanical properties. *Constr Build Mater*. 240, 117978 (2020). <https://doi.org/10.1016/J.CONBUILDMAT.2019.117978>
43. Nanayakkara, O., Gunasekara, C., Sandanayake, M., Law, D.W., Nguyen, K., Xia, J., Setunge, S.: Alkali activated slag concrete incorporating recycled aggregate concrete: Long term performance and sustainability aspect. *Constr Build Mater*. 271, 121512 (2021). <https://doi.org/10.1016/J.CONBUILDMAT.2020.121512>
44. Zavadskas, E.K., Antucheviciene, J., Vilutiene, T., Adeli, H.: Sustainable Decision-Making in Civil Engineering, Construction and Building Technology. *Sustainability* 2018, Vol. 10, Page 14. 10, 14 (2017). <https://doi.org/10.3390/SU10010014>
45. Pisarczyk S., Falaciński P., Żuraw L.: Wykorzystanie odpadów budowlanych w inżynierskich konstrukcjach ziemnych. . *Prace naukowe Politechniki Warszawskiej. Inżynieria Środowiska*. 45, 5–25 (2003)
46. Zabielska – Adamska K.: Wybrane zastosowania materiałów odpadowych w Geoinżynierii. *Inżynieria Morska i Geotechnika*. 4/2012, 286–293 (2012)
47. MIN. WŁAŚCIWY DS KLIMATU: Dz.U. 2021 poz. 1648, Ustawa z dnia 11 sierpnia 2021 r. o zmianie ustawy o utrzymaniu czystości i porządku w gminach, ustawy - Prawo ochrony środowiska oraz ustawy o odpadach, <https://isap.sejm.gov.pl/isap.nsf/DocDetails.xsp?id=WDU20210001648>, (2021)
48. Dz.U. 2021 poz. 1420: Obwieszczenie Marszałka Sejmu Rzeczypospolitej Polskiej z dnia 2 lipca 2021 r. w sprawie ogłoszenia jednolitego tekstu ustawy - Prawo geologiczne i górnicze, <https://isap.sejm.gov.pl/isap.nsf/DocDetails.xsp?id=WDU20210002351>, (2021)
49. Kancelaria Sejmu: USTAWA z dnia 14 grudnia 2012 r. o odpadach, <https://isap.sejm.gov.pl/isap.nsf/download.xsp/WDU20130000021/U/D20130021Lj.pdf>
50. Prawo budowlane.: Ustawa z dnia 7 lipca 1994 r. - Prawo budowlane., <https://isap.sejm.gov.pl/isap.nsf/DocDetails.xsp?id=wdu19940890414>
51. Sejm RP: Ustawa z dnia 14 grudnia 2012 r. o odpadach, <https://isap.sejm.gov.pl/isap.nsf/DocDetails.xsp?id=wdu20130000021>
52. Sękowski J.: Grunty antropogeniczne jako podłoże budowli. *Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Inżynieria Środowiska*. 54, 119–128 (2010)
53. Skarżyńska K.: Odpady powęglowe i ich zastosowanie w inżynierii lądowej i wodnej. Wydawnictwo Akademii Rolniczej w Krakowie. (1997)
54. Gruchot A.T.: Wpływ zagęszczania na wytrzymałość na ścinanie odpadów powęglowych. Wydawnictwo AR w Krakowie, (2004)
55. Zawisza, E.: Odpady hutnicze jako antropogeniczne grunty budowlane : metody badań i właściwości geotechniczne. Wydawnictwo Uniwersytetu Rolniczego (2012)
56. Pisarczyk S., Falaciński P, Żuraw L.: Zastosowanie odpadów budowlanych w konstrukcjach inżynierskich. Współczesna problemy inżynierii sanitarnej i wodnej. Politechnika Warszawska. Wydział Inżynierii Środowiska, (2003)
57. Motyl A., Molski T., Kiwacz T.: Wykorzystanie materiałów z przeróbki odpadów budowlanych do odbudowy wałów przeciwpowodziowych rzek Odry i Ślęzy. (2001)
58. Żelaziński J.: Opinia – Wykorzystanie gruzu budowlanego do budowli regulacyjnych rzeki Wisły, Warszawa,. (1994)
59. Sybilski D., Kraszewski C. i współautorzy.: Ocena i badania wybranych odpadów przemysłowych do wykorzystania w konstrukcjach drogowych. . Instytut Badawczy Dróg i Mostów w Warszawie. (2004)
60. Komisja Europejska: Europejski Zielony Ład | Komisja Europejska, https://ec.europa.eu/info/strategy/priorities-2019-2024/european-green-deal_pl

61. Dzięcioł, J., Radziemska, M.: Blast Furnace Slag, Post-Industrial Waste or Valuable Building Materials with Remediation Potential? *Minerals*. 12, 478 (2022). <https://doi.org/10.3390/min12040478>
62. Sas, W., Dzięcioł, J.: Determination of the filtration rate for anthropogenic soil from the recycled concrete aggregate by analytical methods, <http://iks.pn.sggw.pl/PN80/A14/zeszyt80art14en.html>, (2018)
63. Sas, W., Dzięcioł, J., Głuchowski, A.: Estimation of recycled concrete aggregate's water permeability coefficient as earth construction material with the application of an analytical method. *Materials*. 12, 2920 (2019). <https://doi.org/10.3390/ma12182920>
64. EN 1997 Eurocode 7: Eurocode 7: Geotechnical design | Eurocodes: Building the future, <https://eurocodes.jrc.ec.europa.eu/EN-Eurocodes/eurocode-7-geotechnical-design>
65. Główny Urząd Statystyczny: Analizy statystyczne Statistical analyses. (2020)
66. Proctor, D.M., Fehling, K.A., Shay, E.C., Wittenborn, J.L., Green, J.J., Avent, C., Bigham, R.D., Connolly, M., Lee, B., Shepker, T.O., Zak, M.A.: Physical and chemical characteristics of blast furnace, basic oxygen furnace, and electric arc furnace steel industry slags. *Environ Sci Technol*. (2000). <https://doi.org/10.1021/es9906002>
67. Radziemska, M., Dzięcioł, J., Gusiatin, Z.M., Bęś, A., Sas, W., Głuchowski, A., Gawryszewska, B., Mazur, Z., Brtnicky, M.: Recycling of Blast Furnace and Coal Slags in aided phytostabilisation of soils highly polluted with heavy metals. *Energies (Basel)*. 14, 4300 (2021). <https://doi.org/10.3390/en14144300>
68. Yuksel, I.: Blast-furnace slag. W: *Waste and Supplementary Cementitious Materials in Concrete: Characterisation, Properties and Applications* (2018)
69. Ulubeyli, G.C., Artir, R.: Sustainability for Blast Furnace Slag: Use of Some Construction Wastes. *Procedia Soc Behav Sci*. 195, 2191–2198 (2015). <https://doi.org/10.1016/J.SBSPRO.2015.06.297>
70. Sas, W., Dzięcioł, J., Radzevičius, A., Radziemska, M., Dapkienė, M., Šadzevičius, R., Skominas, R., Głuchowski, A.: Geotechnical and environmental assessment of blast furnace slag for engineering applications. *Materials*. 14, 6029 (2021). <https://doi.org/10.3390/ma14206029>
71. Tiwary, J.N., Sarkar, S., Mishra, B., Mohanty, U.K.: Structural aspects of blast furnace slag. <https://doi.org/10.1680/emr.12.00033>. 2, 152–162 (2015). <https://doi.org/10.1680/EMR.12.00033>
72. Zawisza, E.: *Odpady hutnicze jako antropogeniczne grunty budowlane : metody badań i właściwości geotechniczne*. Wydawnictwo Uniwersytetu Rolniczego (2012)
73. Shi, C., Qian, J.: High performance cementing materials from industrial slags — a review. *Resour Conserv Recycl*. 29, 195–207 (2000). [https://doi.org/10.1016/S0921-3449\(99\)00060-9](https://doi.org/10.1016/S0921-3449(99)00060-9)
74. Wang, G.: Determination of the expansion force of coarse steel slag aggregate. *Constr Build Mater*. 24, 1961–1966 (2010). <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2010.04.004>
75. Wang, G.C.: The utilization of slag in civil infrastructure construction. *The Utilization of Slag in Civil Infrastructure Construction*. 1–274 (2018). <https://doi.org/10.1016/C2014-0-03995-0>
76. Wang, G.C.: The utilization of slag in civil infrastructure construction. *The Utilization of Slag in Civil Infrastructure Construction*. 1–274 (2018). <https://doi.org/10.1016/C2014-0-03995-0>
77. Osborne, G.J.: Durability of Portland blast-furnace slag cement concrete. *Cem Concr Compos*. 21, 11–21 (1999). [https://doi.org/10.1016/S0958-9465\(98\)00032-8](https://doi.org/10.1016/S0958-9465(98)00032-8)
78. Buddhdev, B.G., Timani, K.L.: Critical Review for Utilization of Blast Furnace Slag in Geotechnical Application. *Lecture Notes in Civil Engineering*. 88, 87–98 (2021). https://doi.org/10.1007/978-981-15-6237-2_9/COVER
79. Bilim, C., Ati, C.D.: Alkali activation of mortars containing different replacement levels of ground granulated blast furnace slag. *Constr Build Mater*. 28, 708–712 (2012). <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2011.10.018>

80. Valcuende, M., Benito, F., Parra, C., Miñano, I.: Shrinkage of self-compacting concrete made with blast furnace slag as fine aggregate. *Constr Build Mater.* 76, 1–9 (2015). <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2014.11.029>
81. Özbay, E., Erdemir, M., Durmuş, H.I.: Utilization and efficiency of ground granulated blast furnace slag on concrete properties – A review. *Constr Build Mater.* 105, 423–434 (2016). <https://doi.org/10.1016/J.CONBUILDMAT.2015.12.153>
82. Yusuf, M.O., Megat Johari, M.A., Ahmad, Z.A., Maslehuddin, M.: Evolution of alkaline activated ground blast furnace slag-ultrafine palm oil fuel ash based concrete. *Mater Des.* (2014). <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2013.09.047>
83. Yusuf, M.O., Megat Johari, M.A., Ahmad, Z.A., Maslehuddin, M.: Strength and microstructure of alkali-activated binary blended binder containing palm oil fuel ash and ground blast-furnace slag. *Constr Build Mater.* (2014). <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2013.11.012>
84. Valcuende, M., Benito, F., Parra, C., Miñano, I.: Shrinkage of self-compacting concrete made with blast furnace slag as fine aggregate. *Constr Build Mater.* 76, 1–9 (2015). <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2014.11.029>
85. Bilim, C., Ati, C.D.: Alkali activation of mortars containing different replacement levels of ground granulated blast furnace slag. *Constr Build Mater.* 28, 708–712 (2012). <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2011.10.018>
86. Haha, M. ben, Lothenbach, B., le Saout, G., Winnefeld, F.: Influence of slag chemistry on the hydration of alkali-activated blast-furnace slag - Part I: Effect of MgO. *Cem Concr Res.* (2011). <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2011.05.002>
87. Haha, M. ben, Lothenbach, B., le Saout, G., Winnefeld, F.: Influence of slag chemistry on the hydration of alkali-activated blast-furnace slag - Part II: Effect of Al₂O₃. *Cem Concr Res.* (2012). <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2011.08.005>
88. Yusuf, M.O., Megat Johari, M.A., Ahmad, Z.A., Maslehuddin, M.: Evolution of alkaline activated ground blast furnace slag-ultrafine palm oil fuel ash based concrete. *Mater Des.* (2014). <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2013.09.047>
89. Piatak, N.M., Parsons, M.B., Seal, R.R.: Characteristics and environmental aspects of slag: A review. *Applied Geochemistry.* 57, 236–266 (2015). <https://doi.org/10.1016/J.APGEOCHEM.2014.04.009>
90. Zhou, J., Shen, Z., Liang, Q., Xu, J., Liu, H.: A new prediction method for the viscosity of the molten coal slag. Part 2: The viscosity model of crystalline slag. *Fuel.* 220, 233–239 (2018). <https://doi.org/10.1016/J.FUEL.2018.01.056>
91. Stanislawski, J., Azenkeng, A., McCollor, D., Galbreath, K., Jensen, R., Lahr, B.: Coal Ash Behavior in Reducing Environments (CABRE) III Year 6 - Activity 1.10 - Development of a National Center for Hydrogen. (2012). <https://doi.org/10.2172/1084735>
92. van Dyk, J.C., Benson, S.A., Laumb, M.L., Waanders, B.: Coal and coal ash characteristics to understand mineral transformations and slag formation. *Fuel.* 88, 1057–1063 (2009). <https://doi.org/10.1016/J.FUEL.2008.11.034>
93. Siddique, R.: Utilization of coal combustion by-products in sustainable construction materials, (2010)
94. Xuan, W., Zhang, J., Xia, D.: Crystallization characteristics of a coal slag and influence of crystals on the sharp increase of viscosity. *Fuel.* 176, 102–109 (2016). <https://doi.org/10.1016/J.FUEL.2016.02.062>
95. Wang, G.: Determination of the expansion force of coarse steel slag aggregate. *Constr Build Mater.* 24, 1961–1966 (2010). <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2010.04.004>
96. Monteiro, P.J.M., Miller, S.A., Horvath, A.: Towards sustainable concrete, (2017)
97. Newell, P.: An ancient battle between environment and concrete, <https://www.nature.com/articles/s41570-021-00315-z>, (2021)
98. McNeil, K., Kang, T.H.K.: Recycled Concrete Aggregates: A Review. *Int J Concr Struct Mater.* 7, 61–69 (2013). <https://doi.org/10.1007/S40069-013-0032-5/FIGURES/6>
99. Maia, M.B., de Brito, J., Martins, I.M., Silvestre, J.D.: Toxicity of Recycled Concrete Aggregates: Review on Leaching Tests. *The Open Construction and Building Technology Journal.* 12, 187–196 (2018). <https://doi.org/10.2174/1874836801812010187>

100. Sas, W., Głuchowski, A., Radziemska, M., Dziecioł, J., Szymański, A.: Environmental and geotechnical assessment of the steel slags as a material for road structure. *Materials*. 8, 4857–4875 (2015). <https://doi.org/10.3390/ma8084857>
101. Buck, A.D.: Recycled Concrete. Highway Research Report. 1–8 (1973)
102. Evangelista, L., de Brito, J.: Mechanical behaviour of concrete made with fine recycled concrete aggregates. *Cem Concr Compos.* 29, 397–401 (2007). <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2006.12.004>
103. Nedeljković, M., Visser, J., Šavija, B., Valcke, S., Schlangen, E.: Use of fine recycled concrete aggregates in concrete: A critical review. *Journal of Building Engineering*. 38, 102196 (2021). <https://doi.org/10.1016/J.JOBE.2021.102196>
104. Oikonomou, N.D.: Recycled concrete aggregates. *Cem Concr Compos.* 27, 315–318 (2005). <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2004.02.020>
105. Tabsh, S.W., Abdelfatah, A.S.: Influence of recycled concrete aggregates on strength properties of concrete. *Constr Build Mater.* 23, 1163–1167 (2009). <https://doi.org/10.1016/J.CONBUILDMAT.2008.06.007>
106. Poon, C.S., Chan, D.: Feasible use of recycled concrete aggregates and crushed clay brick as unbound road sub-base. *Constr Build Mater.* 20, 578–585 (2006). <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2005.01.045>
107. Herrador, R., Pérez, P., Garach, L., Ordóñez, J.: Use of Recycled Construction and Demolition Waste Aggregate for Road Course Surfacing. *J Transp Eng.* 138, 182–190 (2011). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)TE.1943-5436.0000320](https://doi.org/10.1061/(ASCE)TE.1943-5436.0000320)
108. Sas, W.: Charakterystyki geotechniczne wybranych materiałów antropogenicznych. (2018)
109. Gabryś, K., Sas, W., Soból, E., Głuchowski, A.: Application of bender elements technique in testing of anthropogenic soil-recycled concrete aggregate and its mixture with rubber chips. *Applied Sciences (Switzerland)*. 7, 741 (2017). <https://doi.org/10.3390/app7070741>
110. Chapuis, R.P.: Predicting the saturated hydraulic conductivity of soils: A review. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*. 71, 401–434 (2012). <https://doi.org/10.1007/s10064-012-0418-7>
111. Shayan, A., Xu, A.: Performance and Properties of Structural Concrete made with Recycled Concrete Aggregate. *ACI Mater J.* 100, 371–380 (2003). <https://doi.org/10.14359/12812>
112. Limbachiya, M.C., Leelawat, T., Dhir, R.K.: Use of recycled concrete aggregate in high-strength concrete. *Materials and Structures/Materiaux et Constructions*. 33, 574–580 (2000). <https://doi.org/10.1007/bf02480538>
113. Sagoe-Crentsil, K.K., Brown, T., Taylor, A.H.: Performance of concrete made with commercially produced coarse recycled concrete aggregate. *Cem Concr Res.* 31, 707–712 (2001). [https://doi.org/10.1016/S0008-8846\(00\)00476-2](https://doi.org/10.1016/S0008-8846(00)00476-2)
114. Florea, M.V.A.: Secondary materials applied in cement-based products: treatment, modelling and environmental interaction. (2014). <https://doi.org/10.6100/IR772902>
115. Le, T., le Saout, G., Garcia-Diaz, E., Betrancourt, D., Rémond, S.: Hardened behavior of mortar based on recycled aggregate: Influence of saturation state at macro- and microscopic scales. *Constr Build Mater.* 141, 479–490 (2017). <https://doi.org/10.1016/J.CONBUILDMAT.2017.02.035>
116. Deshpande, Y.S., Hiller, J.E.: Pore characterization of manufactured aggregates: Recycled concrete aggregates and lightweight aggregates. *Materials and Structures/Materiaux et Constructions*. 45, 67–79 (2012). <https://doi.org/10.1617/s11527-011-9749-2>
117. Butera, S., Hyks, J., Christensen, T.H., Astrup, T.F.: Construction and demolition waste: Comparison of standard up-flow column and down-flow lysimeter leaching tests. *Waste Management*. 43, 386–397 (2015). <https://doi.org/10.1016/j.wasman.2015.04.032>
118. Gómez-Soberón, J.M.V.: Porosity of recycled concrete with substitution of recycled concrete aggregate: An experimental study. *Cem Concr Res.* 32, 1301–1311 (2002). [https://doi.org/10.1016/S0008-8846\(02\)00795-0](https://doi.org/10.1016/S0008-8846(02)00795-0)

119. Tam, V.W.Y., Gao, X.F., Tam, C.M., Chan, C.H.: New approach in measuring water absorption of recycled aggregates. *Constr Build Mater.* 22, 364–369 (2008). <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2006.08.009>
120. Mehta, P.K., Monteiro, P.J.M.: *Concrete: microstructure, properties, and materials.* McGraw-Hill, New York (2006)
121. Opracowanie zbiorowe wykonane na Wydziale Melioracji Wodnych SGGW – AR w Warszawie pod kierunkiem doc. Dr A. Żbikowskiego: Wały przeciwpowodziowe – wytyczne instruktażowe projektowania. , Warszawa (1982)
122. WT-4 2010: Wymagania techniczne. Mieszanki niezwiązane do dróg krajowych. Załącznik Nr 3 do zarządzenia Nr 102 Generalnego Dyrektora Dróg Krajowych i Autostrad z dnia 19.11.2010 r. w sprawie stosowania wymagań technicznych na drogach krajowych., , Warszawa (2010)
123. Lunne, T., Robertson, P., Powell, J.: *Cone Penetration Testing in Geotechnical Practice.*, 1997. Blackie Academic and Professional, (1997)
124. Mayne, P.W.: Stress-strain-strength-flow parameters from enhanced in-situ tests. *International Conference on In-Situ Measurement of Soil Properties & Case Histories.* (2001)
125. Godlewski T.: Correlations of regional (Poland) geotechnical parameters on the basis of SCPTU/CPTU and SDMT/DMT tests. *Proceedings of The 5th International Conference on Geotechnical and Geophysical Site Characterization.* 1, 1223–1228 (2016)
126. Frankowski, Z., Godlewski, T., Gwizdała, K., Kłosiński, J., Mieszkowski, R., Nowosad, A., Saloni, J., Słabek, A., Szczepański, T., Tarnawski, M., Ura, M., Wierzbicki, J.: *Badanie podłoża budowli : metody polowe.* , Warszawa (2020)
127. Campanella R.G., Robertson P.K., Gillespie D.: Excess pore pressures and the flat dilatometer test. *Proc. Int. Symp. on Penetration Testing, ISOPT-1.*, 1, 566–576 (1988)
128. Marchetti, S.: In situ tests by flat dilatometer. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE.* 106, (1980). <https://doi.org/10.1061/ajgeb6.0000934>
129. Lechowicz Z., Bajda M., Rabarjioely S., Wrzesiński G.: Use of SDMT for the evaluation of the geotechnical parameters of organic soils. *Proc. 5th Int. Workshop on CPTU and DMT in soft clays and organic soils.* 107–118 (2014)
130. Bzówka, J., Knapik, K., Juzwa, A.M., Stelmach, K.: *Geotechnika komunikacyjna.* Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice (2015)
131. Lechowicz Z., Szymański A.: *Odkształcenia i stateczność nasypów na gruntach organicznych.* Wydawnictwo SGGW, Warszawa (2002)
132. Head, K.H., Epps, R.: *Manual of soil laboratory testing, volume 2. Permeability, shear strength and compressibility tests.* Manual of soil laboratory testing, volume 2. Permeability, shear strength and compressibility tests. (1994). [https://doi.org/10.1016/0016-7061\(95\)90001-2](https://doi.org/10.1016/0016-7061(95)90001-2)
133. Head, K.H.: *Manual of soil laboratory testing. Volume I: soil classification and compaction tests.* Manual of soil laboratory testing. Volume I: soil classification and compaction tests. (1984). [https://doi.org/10.1016/0148-9062\(81\)90992-x](https://doi.org/10.1016/0148-9062(81)90992-x)
134. Head, K.H., Epps, R.J.: *Manual of Soil Laboratory Testing—Volume 3: Effective Stress Tests,* 3rd edition. (1998)
135. Malinowska E., Sas W., Szymański A.: Nonlinear water flow characteristics describing organic soil consolidation. *Electronic Journal of Polish Agricultural Universities.* 10, 41 (2007)
136. Malinowska E., Szymański A., Sas W.: Wyznaczanie charakterystyk przepływu wody w gruntach organicznych metodą flow-pump. *Przegląd Naukowy WIKŚ.* 31, 114–121 (2005)
137. PN-EN ISO 17892-11:2019-05: *Rozpoznanie i badania geotechniczne - Badania laboratoryjne gruntów - Część 11: Badania filtracji.*
138. Hazen A: Some physical properties of sand and gravel, with special reference to their use in filtration. *24th Annual Report, State Board of Health, Commonwealth of Massachusetts, Boston.* 539–556 (1892)

139. Fraser, H.J.: Experimental Study of the Porosity and Permeability of Clastic Sediments. <https://doi.org/10.1086/624388>. 43, 910–1010 (1935). <https://doi.org/10.1086/624388>
140. Fair, G., Hatch, L.: Fundamental factors governing the stream-line flow of water through sand. *J Am Water Works Assoc.* 25, 1551–1565 (1933)
141. Rose, H., Smith, H.: A method for determining permeability and specific capacity from effective grain size. Department of Registration and Education, State Water Survey Division, Urbana, Illinois, USA, Circ. No. 59. (1957)
142. Song, J., Chen, X., Cheng, C., Wang, D., Lackey, S., Xu, Z.: Feasibility of grain-size analysis methods for determination of vertical hydraulic conductivity of streambeds. *J Hydrol (Amst)*. 375, 428–437 (2009). <https://doi.org/10.1016/J.JHYDROL.2009.06.043>
143. Shepherd, R.G.: Correlations of Permeability and Grain Size. *Groundwater*. 27, 633–638 (1989). <https://doi.org/10.1111/J.1745-6584.1989.TB00476.X>
144. Slichter, S.: Theoretical investigation of the motion of ground water. USGS 19th Annual Report, part II, . 301–380 (1899)
145. Díaz-Curiel, J., Biosca, B., Miguel, M.J.: Geophysical Estimation of Permeability in Sedimentary Media with Porosities from 0 to 50%. *Oil & Gas Science and Technology – Revue d’IFP Energies nouvelles*. 71, 27 (2016). <https://doi.org/10.2516/OGST/2014053>
146. Kozeny, J.: Uber Kapillare Leitung Des Wassers in Boden. *Sitzungsber Akad. Wiss. Wien Math. Naturwiss. Kl., Abt. 2a*, 136, 271–306. (1927)
147. Carman, P.C.: Fluid Flow through Granular Beds. *Trans. Inst. Chem. Eng.* (1937)
148. Terzaghi, K.: Principles of soil mechanics: I-Phenomena of cohesion of clays. *Engineering News-Record*. 832–836 (1925)
149. Chapuis, R.: Predicting the saturated hydraulic conductivity of sand and gravel using effective diameter and void ratio. *Can Geotech J.* 41, 787–795 (2004)
150. Slichter, C.S.: Theoretical investigation of the motion of ground waters. U.S. Dept. of the Interior, Geological Survey, Water Resources Division, Ground Water Branch, Washington, D.C. 295–384 (1899)
151. Alyamani, M.S., Sen, Z.: Determination of hydraulic conductivity from complete grain-size distribution curves. *Ground Water*. 551–555 (1993)
152. Vukovic, M., Soro, A.: Determination of hydraulic conductivity of porous media from grain-size composition. . *Water Resources Publications*, Littleton. (1992)
153. Samuel, A.L.: Some studies in machine learning using the game of checkers. *IBM J Res Dev.* 44, 207–219 (2000). <https://doi.org/10.1147/rd.441.0206>
154. Borovcnik, M., Bentz, H.-J., Kapadia, R.: A Probabilistic Perspective. (1991)
155. Carbonell, J.G., Michalski, R.S., Mitchell, T.M.: AN OVERVIEW OF MACHINE LEARNING. *Mach Learn.* 3–23 (1983). <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-051054-5.50005-4>
156. Ramachandran, K.M., Tsokos, C.P.: *Mathematical Statistics with Applications in R: Second Edition*. (2014)
157. Jalal, M., Grasley, Z., Gurganus, C., Bullard, J.W.: Experimental investigation and comparative machine-learning prediction of strength behavior of optimized recycled rubber concrete, (2020)
158. Amini, K., Jalalpour, M., Delatte, N.: Advancing concrete strength prediction using non-destructive testing: Development and verification of a generalizable model. *Constr Build Mater.* 102, (2016). <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.10.131>
159. Munawar, H.S., Hammad, A.W.A., Haddad, A., Soares, C.A.P., Waller, S.T.: Image-based crack detection methods: A review, (2021)
160. Sattarifar, A., Nestorović, T.: Emergence of Machine Learning Techniques in Ultrasonic Guided Wave-based Structural Health Monitoring: A Narrative Review, (2022)
161. Chaupal, P., Rajendran, P.: A review on recent developments in vibration-based damage identification methods for laminated composite structures: 2010–2022, (2023)
162. Habeeb Shallal, H., Adnan Aljanabi, Q.: Prediction of Gypseous Soil Settlement Using Artificial Neural Network (ANN). *Diyala Journal of Engineering Sciences*. (2022). <https://doi.org/10.24237/djes.2022.15109>

163. Debnath, S., Sultana, P.: Prediction of Settlement of Shallow Foundation on Cohesionless Soil Using Artificial Neural Network. W: Lecture Notes in Civil Engineering (2022)
164. Ghiasi, V., Koushki, M.: Numerical and artificial neural network analyses of ground surface settlement of tunnel in saturated soil. *SN Appl Sci.* 2, (2020). <https://doi.org/10.1007/s42452-020-2742-z>
165. Cantarelli, C.C., Flybjerg, B., Molin, E.J.E., Wee, B. van: Cost Overruns in Large-Scale Transport Infrastructure Projects. *Autom Constr.* 2, (2018)
166. Li, X., Zhao, S., Shen, Y., Li, G., Zhu, H.: Integrated parameter optimization approach: Just-in-time (JIT) operational control strategy for TBM tunnelling. *Tunnelling and Underground Space Technology.* 135, (2023). <https://doi.org/10.1016/j.tust.2023.105040>
167. Leśniak, A., Janowiec, F.: Application of the Bayesian Networks in Construction Engineering. *Civil and Environmental Engineering Reports.* 30, (2020). <https://doi.org/10.2478/ceer-2020-0028>
168. Tayefeh Hashemi, S., Ebadati, O.M., Kaur, H.: Cost estimation and prediction in construction projects: a systematic review on machine learning techniques, (2020)
169. Sanni-Anibire, M.O., Zin, R.M., Olatunji, S.O.: Machine learning - Based framework for construction delay mitigation, (2021)
170. Banihashemi, S., Khalili, S., Sheikhhoshkar, M., Fazeli, A.: Machine learning-integrated 5D BIM informatics: building materials costs data classification and prototype development. *Innovative Infrastructure Solutions.* 7, (2022). <https://doi.org/10.1007/s41062-022-00822-y>
171. Ghatak, A.: *Machine Learning with R.* (2017)
172. Mani, A., Bhattacharyya, S., Chatterjee, A.: Quantum optimization for machine learning. (2020)
173. Naranjo-Pérez, J., Infantes, M., Fernando Jiménez-Alonso, J., Sáez, A.: A collaborative machine learning-optimization algorithm to improve the finite element model updating of civil engineering structures. *Eng Struct.* 225, 111327 (2020). <https://doi.org/10.1016/J.ENGSTRUCT.2020.111327>
174. Burkov, A.: *Machine learning engineering.* True Positive Incorporated Montreal, QC, Canada (2005)
175. Alpaydin, E.: *Introduction to Machine Learning.* The MIT Press (2004)
176. Rebal, G., Ravi, A., Churiwala, S.: *An introduction to machine learning.* Springer (2005)
177. Wei, J., Chu, X., Sun, X.Y., Xu, K., Deng, H.X., Chen, J., Wei, Z., Lei, M.: Machine learning in materials science. *InfoMat.* 1, 338–358 (2019). <https://doi.org/10.1002/inf2.12028>
178. Murphy, K.P.: *Probabilistic machine learning: an introduction.* MIT press (2022)
179. Shanthamallu, U.S., Spanias, A.: *Machine and Deep Learning Algorithms and Applications.* (2022)
180. Janiesch, C., Zschech, P., Heinrich, K.: Machine learning and deep learning. *Electronic Markets.* 31, 685–695 (2021)
181. Choi, R.Y., Coyner, A.S., Kalpathy-Cramer, J., Chiang, M.F., Campbell, J.P.: Introduction to machine learning, neural networks, and deep learning. *Transl Vis Sci Technol.* 9, 14–14 (2020)
182. M. Pardalos, Panos, Th. Rassia, S., Tsokas, A.: *Artificial Intelligence, Machine Learning, and Optimization Tools for Smart Cities.* (2022)
183. Reich, Y.: Machine Learning Techniques for Civil Engineering Problems. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering.* 12, 295–310 (1997). <https://doi.org/10.1111/0885-9507.00065>
184. Todorova, T.K., Schreiber, M.W., Fontcave, M.: *Data, Machine Learning: The Art and Science of Algorithms that Make Sense of.* (2020)
185. Sharma, N., Sharma, R., Jindal, N.: Machine learning and deep learning applications-a vision. *Global Transitions Proceedings.* 2, 24–28 (2021)
186. Vabalas, A., Gowen, E., Poliakoff, E., Casson, A.J.: Machine learning algorithm validation with a limited sample size. *PLoS One.* 14, e0224365 (2019)

187. Errouso, H., Abdellaoui Alaoui, E.A., Benhadou, S., Medromi, H.: Exploring how independent variables influence parking occupancy prediction: toward a model results explanation with SHAP values. *Progress in Artificial Intelligence*. 11, 367–396 (2022). <https://doi.org/10.1007/S13748-022-00291-5>
188. Lagaros, N.D.: Artificial Neural Networks Applied in Civil Engineering. *Applied Sciences* 2023, Vol. 13, Page 1131. 13, 1131 (2023). <https://doi.org/10.3390/APP13021131>
189. Živković, P., Burečić Šafran, M., Kovačević Zelić, B.: Comparison of measured and estimated permeability for artificially prepared coarse-grained soil samples. *Rudarsko Geolosko Naftni Zbornik*. 36, (2021). <https://doi.org/10.17794/rgn.2021.3.12>
190. Díaz-Curiel, J., Miguel, M.J., Biosca, B., Arévalo-Lomas, L.: New granulometric expressions for estimating permeability of granular drainages. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*. 81, (2022). <https://doi.org/10.1007/s10064-022-02897-4>
191. Odong, J.: Evaluation of empirical formulae for determination of hydraulic conductivity based on grain-size analysis. *Journal of American Science*. 3, (2007)
192. Twardowski, K., Drożdżak, R., Glazor, A.: Analiza porównawcza pośrednich metod oceny współczynnika filtracji gruntów. *Wiertnictwo Nafta Gaz*. 23, 687–697 (2006)
193. Bedriñana, L.A., Sucasaca, J., Tovar, J., Burton, H.: Design-Oriented Machine-Learning Models for Predicting the Shear Strength of Prestressed Concrete Beams. *Journal of Bridge Engineering*. 28, (2023). <https://doi.org/10.1061/jbenf2.beeng-6013>
194. Zhang, W., Gu, X., Tang, L., Yin, Y., Liu, D., Zhang, Y.: Application of machine learning, deep learning and optimization algorithms in geoenvironment and geoscience: Comprehensive review and future challenge. *Gondwana Research*. 109, 1–17 (2022). <https://doi.org/10.1016/J.GR.2022.03.015>
195. PKN: PN-ISO 10390:1997 Jakość gleby -- Oznaczanie pH, <https://sklep.pkn.pl/pn-iso-10390-1997p.html>
196. Dz.U. 2002 nr 155 poz. 1298: Rozporządzenie Ministra Środowiska z dnia 9 września 2002 r. w sprawie opracowań ekofizjograficznych. (2002)
197. ASTM D6913 / D6913M-17: Standard Test Methods for Particle-Size Distribution (Gradation) of Soils Using Sieve Analysis. (2017)
198. Kenney, T.C., Lau, D.: Internal stability of granular filters: Reply. *Canadian Geotechnical Journal*. 23, (1986). <https://doi.org/10.1139/t86-068>
199. Kenney, T.C., Lau, D.: Internal stability of granular filters. *Canadian Geotechnical Journal*. 22, (1985). <https://doi.org/10.1139/t85-029>
200. Badania właściwości cieplnych i odporności kruszyw na działanie czynników atmosferycznych - Część 1: Oznaczanie mrozoodporności: PN-EN 1367-1:2007 - wersja angielska. (2007)
201. ASTM D2434-19: Standard Test Method for Permeability of Granular Soils (Constant Head). (2019)
202. BATEZINI, R., BALBO, J.T.: Study on the hydraulic conductivity by constant and falling head methods for pervious concrete. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*. 8, 248–259 (2015). <https://doi.org/10.1590/s1983-41952015000300002>
203. Dziecioł, J., Sas, W.: Perspective on the Application of Machine Learning Algorithms for Flow Parameter Estimation in Recycled Concrete Aggregate. *Materials* 2023, Vol. 16, Page 1500. 16, 1500 (2023). <https://doi.org/10.3390/MA16041500>
204. Barbur, V.A., Montgomery, D.C., Peck, E.A.: Introduction to Linear Regression Analysis. *The Statistician*. 43, 339 (1994). <https://doi.org/10.2307/2348362>
205. Weisberg, S.: Applied linear regression. 310 (2005)
206. Nandi, A., Pal, A.K.: Interpreting Machine Learning Models. (2022)
207. Hu, Y.H., Yu, S.C., Qi, X., Zheng, W.J., Wang, Q.Q., Yao, H.Y.: An overview of multiple linear regression model and its application. *Zhonghua Yu Fang Yi Xue Za Zhi*. 53, 653–656 (2019). <https://doi.org/10.3760/CMA.J.ISSN.0253-9624.2019.06.021>
208. Slinker, B.K., Glantz, S.A.: Multiple linear regression: Accounting for multiple simultaneous determinants of a continuous dependent variable, <https://www.ahajournals.org/doi/abs/10.1161/circulationaha.106.654376>, (2008)

209. Eberly, L.E.: Multiple linear regression., https://link.springer.com/protocol/10.1007/978-1-59745-530-5_9, (2007)
210. Seber, G.A.F., Lee, A.J.: Linear regression analysis (Vol. 329). (2012)
211. Nimon, K.F., Oswald, F.L.: Understanding the Results of Multiple Linear Regression: Beyond Standardized Regression Coefficients, <https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/1094428113493929>, (2013)
212. Shanmugasundar, G., Vanitha, M., Ćep, R., Kumar, V., Kalita, K., Ramachandran, M.: A comparative study of linear, random forest and adaboost regressions for modeling non-traditional machining. *Processes*. 9, 2015 (2021). <https://doi.org/10.3390/pr9112015>
213. Maulud, D., Abdulazeez, A.M.: A Review on Linear Regression Comprehensive in Machine Learning. *Journal of Applied Science and Technology Trends*. 1, 140–147 (2020)
214. Yang, X.: Artificial neural networks. W: *Handbook of Research on Geoinformatics*. s. 122–128. PHI Learning Pvt. Ltd. (2009)
215. Krogh, A.: What are artificial neural networks?, <https://www.nature.com/articles/nbt1386>, (2008)
216. Hwang, J.T.G., Ding, A.A.: Prediction Intervals for Artificial Neural Networks. *J Am Stat Assoc*. 92, 748–757 (1997)
217. Hertz, J., Krogh, A., Palmer, R.G.: Introduction to the theory of neural computation. Addison-Wesley Press (2018)
218. Shahin, M.A., Jaksa, M.B., Maier, H.R.: Artificial neural network applications in geotechnical engineering. *Australian geomechanics*. 36, 49–62 (2021)
219. Laguna, M., Marti, R.: Neural network prediction in a system for optimizing simulations. *IIE Transactions*. 34, 273–282 (2002)
220. Sinha, S.K., Wang, M.C.: Artificial neural network prediction models for soil compaction and permeability. *Geotechnical and Geological Engineering*. 26, 47–64 (2008)
221. Rosenblatt, F.: The perceptron: A probabilistic model for information storage and organization in the brain. *Psychol Rev*. 65, 386–408 (1958). <https://doi.org/10.1037/h0042519>
222. Minsky, M., Papert, S.: Perceptrons, (1969)
223. Bezdek, J.C., Chuah, S.K., Leep, D.: Generalized k-nearest neighbor rules. *Fuzzy Sets Syst*. 18, 237–256 (1986). [https://doi.org/10.1016/0165-0114\(86\)90004-7](https://doi.org/10.1016/0165-0114(86)90004-7)
224. Sun, B., Du, J., Gao, T.: Study on the improvement of K-nearest-neighbor algorithm. W: *International Conference on Artificial Intelligence and Computational Intelligence, AICI*. s. 390–393 (2009)
225. Sun, S., Huang, R.: An adaptive k-nearest neighbor algorithm. W: *Proceedings - 2010 7th International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery, FSKD*. s. 91–94 (2010)
226. Boateng, E.Y., Otoo, J., Abaye, D.A.: Basic Tenets of Classification Algorithms K-Nearest-Neighbor, Support Vector Machine, Random Forest and Neural Network: A Review. *Journal of Data Analysis and Information Processing*. 8, 341–357 (2020)
227. Steinbach, M., Tan, P.-N.: kNN: k-Nearest Neighbors. W: *The Top Ten Algorithms in Data Mining*. s. 165–176. Chapman and Hall/CRC (2009)
228. Zhang, Z.: Introduction to machine learning: k-nearest neighbors. *Ann Transl Med*. 4, (2016). <https://doi.org/10.21037/ATM.2016.03.37>
229. Kang, S.: k-Nearest Neighbor Learning with Graph Neural Networks. *Mathematics*. 9, 830 (2021)
230. Breiman, L.: Random forests. *Mach Learn*. 45, 5–32 (2001). <https://doi.org/10.1023/A:1010933404324>
231. Cutler, A., Cutler, D.R., Stevens, J.R.: Random forests. W: *Ensemble Machine Learning: Methods and Applications*. s. 157–175. Springer, Boston, MA, Boston, MA (2012)
232. Athey, S., Tibshirani, J., Wager, S.: Generalized random forests. *Ann Stat*. 47, 1179–1203 (2019). <https://doi.org/10.1214/18-AOS1709>
233. Genuer, R., Poggi, J.-M., Tuleau, C.: Random Forests: some methodological insights. (2008). <https://doi.org/10.48550/arxiv.0811.3619>

234. Biau, G., Scornet, E.: A random forest guided tour. *Test*. 25, 197–227 (2016). <https://doi.org/10.1007/S11749-016-0481-7/METRICS>
235. Lin, Y., Jeon, Y.: Random Forests and Adaptive Nearest Neighbors. *101*, 578–590 (2012). <https://doi.org/10.1198/016214505000001230>
236. Genuer, R., Poggi, J.-M.: *Introduction to Random Forests with R*. Zaprezentowano na (2020)
237. Segal, M.R.: *Machine Learning Benchmarks and Random Forest Regression*. (2003)
238. Oshiro, T.M., Perez, P.S., Baranauskas, J.A.: How many trees in a random forest? *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*. 7376 LNAI, 154–168 (2012). https://doi.org/10.1007/978-3-642-31537-4_13/COVER
239. Fawagreh, K., Gaber, M.M., Elyan, E.: Random forests: from early developments to recent advancements. <http://mc.manuscriptcentral.com/tssc>. 2, 602–609 (2014). <https://doi.org/10.1080/21642583.2014.956265>
240. Liaw, A., Wiener, M.: Classification and Regression by randomForest. *R News*. 2, (2002)
241. Ishwaran, H., Kogalur, U.B., Blackstone, E.H., Lauer, M.S.: Random survival forests. *Annals of Applied Statistics*. 2, 841–860 (2008). <https://doi.org/10.1214/08-AOAS169>
242. Lin, Y., Jeon, Y.: Random forests and adaptive nearest neighbors. *J Am Stat Assoc*. 101, 578–590 (2006). <https://doi.org/10.1198/016214505000001230>
243. Louppe, G.: *Understanding Random Forests: From Theory to Practice*. (2014). <https://doi.org/10.48550/arxiv.1407.7502>
244. Kadiyala, A., Kumar, A.: Applications of python to evaluate the performance of bagging methods. *Environ Prog Sustain Energy*. 37, 1555–1559 (2018). <https://doi.org/10.1002/EP.13018>
245. Freund, Y., Schapire, R.E.: A decision-theoretic generalization of on-line learning and an application to boosting. *W: Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*. s. 23–37 (1995)
246. Freund, Y., Schapire, R.E.: Large margin classification using the perceptron algorithm. *Mach Learn*. 37, 277–296 (1999). <https://doi.org/10.1023/A:1007662407062>
247. Schapire, R.E.: The Strength of Weak Learnability. *Mach Learn*. 5, 197–227 (1990). <https://doi.org/10.1023/A:1022648800760>
248. Friedman, J., Hastie, T., Tibshirani, R.: Additive logistic regression: A statistical view of boosting, <https://projecteuclid.org/journals/annals-of-statistics/volume-28/issue-2/Additive-logistic-regression--a-statistical-view-of-boosting-With/10.1214/aos/1016218223.full>, (2000)
249. Friedman, J.H.: Greedy function approximation: A gradient boosting machine. *Ann Stat*. 29, 1189–1232 (2001). <https://doi.org/10.1214/aos/1013203451>
250. Jerome H. Friedman: Greedy Function Approximation: A Gradient Boosting Machine on JSTOR, <https://www.jstor.org/stable/2699986>
251. Friedman, J.H.: Stochastic gradient boosting. *Comput Stat Data Anal*. 38, 367–378 (2002). [https://doi.org/10.1016/S0167-9473\(01\)00065-2](https://doi.org/10.1016/S0167-9473(01)00065-2)
252. Bühlmann, P., Yu, B.: Boosting, <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/wics.55>, (2010)
253. Kanamori, T., Hatano, K., Watanabe, O.: *Boosting*. W: *Computer Vision*. s. 1–7. Springer, Cham (2020)
254. Saigo, H., Nowozin, S., Kadowaki, T., Kudo, T., Tsuda, K.: GBoost: A mathematical programming approach to graph classification and regression. *Mach Learn*. 75, 69–89 (2009). <https://doi.org/10.1007/s10994-008-5089-z>
255. Bühlmann, P.: Boosting for high-dimensional linear models. *Ann Stat*. 34, 559–583 (2006). <https://doi.org/10.1214/009053606000000092>
256. Chu, J., Lee, T.H., Ullah, A., Wang, R.: Boosting. *Advanced Studies in Theoretical and Applied Econometrics*. 52, 431–463 (2020). https://doi.org/10.1007/978-3-030-31150-6_14/COVER

257. Mayr, A., Binder, H., Gefeller, O., Schmid, M.: The evolution of boosting algorithms: From machine learning to statistical modelling. *Methods Inf Med.* 53, 419–427 (2014). <https://doi.org/10.3414/ME13-01-0122/ID/JR0122-23>
258. Mayr, A., Binder, H., Gefeller, O., Schmid, M.: Extending statistical boosting: An overview of recent methodological developments. *Methods Inf Med.* 53, 428–435 (2014). <https://doi.org/10.3414/ME13-01-0123>
259. Sprangers, O., Schelter, S., de Rijke, M.: Probabilistic Gradient Boosting Machines for Large-Scale Probabilistic Regression. W: *Proceedings of the ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining.* s. 1510–1520. Association for Computing Machinery (2021)
260. Duffy, N., Helmbold, D.: Boosting methods for regression. *Mach Learn.* 47, 153–200 (2002). <https://doi.org/10.1023/A:1013685603443>
261. Solomatine, D.P., Shrestha, D.L.: AdaBoost.RT: A boosting algorithm for regression problems. W: *IEEE International Conference on Neural Networks - Conference Proceedings.* s. 1163–1168 (2004)
262. Lin, G., Feng, G., Xiaohong, G., Dianmin, Z., Jie, L.: A regression algorithm based on AdaBoost. *Proceedings of the World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA).* 1, 4400–4404 (2006). <https://doi.org/10.1109/WCICA.2006.1713209>
263. Chen, Z., Zheng, D., Li, J., Wu, X., Qiu, J.: Temperature Field Online Reconstruction for In-Service Concrete Arch Dam Based on Limited Temperature Observation Data Using AdaBoost-ANN Algorithm. *Math Probl Eng.* 1–10 (2021)
264. Zhou, Z.-H., Yu, Y.: AdaBoost. *The Top Ten Algorithms in Data Mining.* 141–164 (2009)
265. Kearns, M.J., Valiant, L.G.: Learning Boolean formulae or finite automata is as hard as factoring. Harvard University, (1988)
266. Schapire, R.E.: *Boosting: Foundations and Algorithms,* (2013)
267. Probst, P., Wright, M.N., Boulesteix, A.L.: Hyperparameters and tuning strategies for random forest. *Wiley Interdiscip Rev Data Min Knowl Discov.* 9, e1301 (2019). <https://doi.org/10.1002/WIDM.1301>
268. Yang, L., Shami, A.: On hyperparameter optimization of machine learning algorithms: Theory and practice. *Neurocomputing.* 415, 295–316 (2020)
269. Schratz, P., Muenchow, J., Iturritxa, E., Richter, J., Brenning, A.: Hyperparameter tuning and performance assessment of statistical and machine learning algorithms using spatial data. *Ecol Modell.* 406, 109–120 (2019)
270. Probst, P., Boulesteix, A.L., Bischl, B.: Tunability: Importance of Hyperparameters of Machine Learning Algorithms. *Journal of Machine Learning Research.* 20, (2018). <https://doi.org/10.48550/arxiv.1802.09596>
271. Hoque, K.E., Aljamaan, H.: Impact of hyperparameter tuning on machine learning models in stock price forecasting. *IEEE Access.* 9, (2021). <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3134138>
272. Shi, C., Chiu, A.K., Xu, H.: Evaluating Designs for Hyperparameter Tuning in Deep Neural Networks. *The New England Journal of Statistics in Data Science.* (2023). <https://doi.org/10.51387/23-nejsds26>
273. *Hyperparameter Tuning for Machine and Deep Learning with R.* (2023)
274. Burnham, K.P., Anderson, D.: *Model Selection and Multimodel Inference: A Practical Information-theoretic Approach.* (2002)
275. Merrick, L., Taly, A.: The Explanation Game: Explaining Machine Learning Models Using Shapley Values. *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics).* 12279 LNCS, 17–38 (2020). https://doi.org/10.1007/978-3-030-57321-8_2/TABLES/8
276. Ekanayake, I.U., Meddage, D.P.P., Rathnayake, U.: A novel approach to explain the black-box nature of machine learning in compressive strength predictions of concrete using Shapley additive explanations (SHAP). (2022). <https://doi.org/10.1016/j.cscm.2022.e01059>
277. Burkart, N., Huber, M.F.: A survey on the explainability of supervised machine learning. *Journal of Artificial Intelligence Research.* 70, 245–317 (2021)

278. Hart, S.: Shapley Value. *Game Theory*. 210–216 (1989). https://doi.org/10.1007/978-1-349-20181-5_25
279. Rozemberczki, B., Watson, L., Bayer, P., Yang, H.T., Kiss, O., Nilsson, S., Sarkar, R.: The Shapley Value in Machine Learning. *IJCAI International Joint Conference on Artificial Intelligence*. 5572–5579 (2022). <https://doi.org/10.48550/arxiv.2202.05594>
280. Winter, E.: Chapter 53 The shapley value. *Handbook of Game Theory with Economic Applications*. 3, 2025–2054 (2002). [https://doi.org/10.1016/S1574-0005\(02\)03016-3](https://doi.org/10.1016/S1574-0005(02)03016-3)
281. Rodríguez-Pérez, R., Bajorath, J.: Interpretation of compound activity predictions from complex machine learning models using local approximations and shapley values. *J Med Chem*. 63, 8761–8777 (2020). https://doi.org/10.1021/ACS.JMEDCHEM.9B01101/ASSET/IMAGES/MEDIUM/JM9B01101_M009.GIF
282. Aas, K., Jullum, M., Løland, A.: Explaining individual predictions when features are dependent: More accurate approximations to Shapley values. *Artif Intell*. 298, (2019). <https://doi.org/10.1016/j.artint.2021.103502>
283. Lundberg, S.M., Allen, P.G., Lee, S.-I.: A Unified Approach to Interpreting Model Predictions. *Adv Neural Inf Process Syst*. 30, (2017)
284. Lundberg, S.M., Lee, S.I.: A Unified Approach to Interpreting Model Predictions. *Adv Neural Inf Process Syst*. 2017-December, 4766–4775 (2017)
285. Mitchell, R., Cooper, J., Frank, E., Holmes, G.: Sampling Permutations for Shapley Value Estimation. *Journal of Machine Learning Research*. 23, (2022)
286. Csóka, P., Illés, F., Solymosi, T.: On the Shapley value of liability games. *Eur J Oper Res*. 300, (2022). <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.10.012>
287. Lipovetsky, S.: Game theory in regression modeling: A brief review on Shapley Value regression, (2021)
288. Lee, J., Lumley, D.E., Lim, U.Y.: Improving total organic carbon estimation for unconventional shale reservoirs using Shapley value regression and deep machine learning methods. *Am Assoc Pet Geol Bull*. 106, (2022). <https://doi.org/10.1306/02072221021>
289. Petrosyan, L., Yeung, D.: Shapley Value For Differential Network Games: Theory And Application. *Journal of Dynamics and Games*. 8, (2021). <https://doi.org/10.3934/JDG.2020021>
290. Luo, X., Jiang, Y., Xiao, X.: Feature Inference Attack on Shapley Values. W: *Proceedings of the ACM Conference on Computer and Communications Security* (2022)
291. Deutch, D., Frost, N., Kimelfeld, B., Monet, M.: Computing the Shapley Value of Facts in Query Answering. W: *Proceedings of the ACM SIGMOD International Conference on Management of Data* (2022)
292. Xue, B., Li, D., Lu, C., King, C.R., Wildes, T., Avidan, M.S., Kannampallil, T., Abraham, J.: Use of Machine Learning to Develop and Evaluate Models Using Preoperative and Intraoperative Data to Identify Risks of Postoperative Complications. *JAMA Netw Open*. 4, (2021). <https://doi.org/10.1001/jamanetworkopen.2021.2240>
293. Lyngdoh, G.A., Zaki, M., Krishnan, N.M.A., Das, S.: Prediction of concrete strengths enabled by missing data imputation and interpretable machine learning. *Cem Concr Compos*. 128, (2022). <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2022.104414>
294. Rodríguez-Pérez, R., Bajorath, J.: Interpretation of machine learning models using shapley values: application to compound potency and multi-target activity predictions. *J Comput Aided Mol Des*. 34, (2020). <https://doi.org/10.1007/s10822-020-00314-0>

9. Spis rysunków

Rysunek 1 Schemat podziału kruszyw alternatywnych (opracowanie własne).	13
Rysunek 2 Relacje pomiędzy polami związanymi z przetwarzaniem danych.	33
Rysunek 3 Relacja między sztuczną inteligencją, uczeniem maszynowym i głębokim uczeniem.	34
Rysunek 4 Modelowanie i predykcja z wykorzystaniem modelu uczenia nadzorowanego.	35
Rysunek 5 Tendencyjność w doborze próby i wariancja.	36
Rysunek 6 Schemat badań własnych wykonanych w ramach niniejszej pracy.	43
Rysunek 7 Szczegółowy zakres pracy.	44
Rysunek 8. Żużel wielkopiecowy – zdjęcie EDS.	47
Rysunek 9. Żużel wielkopiecowy – skład chemiczny.	47
Rysunek 10. Żużel wielkopiecowy – krzywe uziarnienia.	49
Rysunek 11. Żużel wielkopiecowy – wykresy określające wewnętrzną stabilność kruszywa.	50
Rysunek 12. Żużel wielkopiecowy – zdjęcie SEM.	51
Rysunek 13. Żużel paleniskowy – zdjęcie EDS.	52
Rysunek 14. Żużel paleniskowy – skład chemiczny.	53
Rysunek 15. Żużel paleniskowy – krzywe uziarnienia.	54
Rysunek 16. Żużel paleniskowy – zdjęcie SEM.	55
Rysunek 17. Żużel paleniskowy – wykresy określające wewnętrzną stabilność kruszywa.	56
Rysunek 18 Kruszywo betonowe I oraz II – zdjęcia EDS.	57
Rysunek 19. Kruszywo betonowe I i II – skład chemiczny.	58
Rysunek 20 Kruszywa betonowe I oraz II – krzywe uziarnienia.	59
Rysunek 21 Zdjęcia SEM – Kruszywa betonowego I oraz II.	60
Rysunek 22. Wykresy określające wewnętrzną stabilność kruszywa – Kruszywo betonowe I.	61
Rysunek 23. Wykresy określające wewnętrzną stabilność kruszywa – Kruszywo betonowe II.	62
Rysunek 24. Schemat ideowy permeametry.	66
Rysunek 25. Algorytmy wybrane do dalszej analizy.	73
Rysunek 26. Schemat funkcjonowania modelu LR.	74
Rysunek 27. Schemat funkcjonowania modelu ANN w odniesieniu do neuronu biologicznego.	77
Rysunek 28. Schemat funkcjonowania modelu k-NN.	78
Rysunek 29. Schemat funkcjonowania modelu RF.	80
Rysunek 30. Schemat funkcjonowania modelu GB.	82
Rysunek 31. Schemat funkcjonowania modelu AB.	83
Rysunek 32 Zestawienie hiperparametrów w podziale na algorytmy zgodne z nomenklaturą pakietów środowiska języka programowania R.	85
Rysunek 33. Schemat przeprowadzonej analizy.	86
Rysunek 34. Struktura zgromadzonych danych.	88
Rysunek 35. Krzywe uziarnienia badanych piasków.	89
Rysunek 36 Charakterystyka statystyczna współczynnika filtracji względem energii zagęszczania.	90
Rysunek 37. Heatmap korelacji właściwości materiału ze współczynnikiem filtracji. ...	91

Rysunek 38. Drzewo decyzyjne zależności parametrów.....	92
Rysunek 39. Wyznaczanie istotnych K dla algorytmu k-NN – ujęcie graficzne.	92
Rysunek 40. Porównanie wyników modelowania z obserwacjami.....	97
Rysunek 41. Wykresy normalności rozkładu reszt histogram zagęszczenia reszt (po lewej) i QQ-plot (po prawej) dla poszczególnych modeli.....	101
Rysunek 42. Wykresy normalności rozkładu reszt histogram zagęszczenia reszt (po lewej) i wykres Q-Q (po prawej) dla poszczególnych modeli.....	103
Rysunek 43. Wykresy normalności rozkładu reszt (P-P plot) dla poszczególnych modeli.	110
Rysunek 44. Wykresy heteroskedastyczności dla poszczególnych modeli.....	112
Rysunek 45. Wykresy predykcji założonego modelu dla poszczególnych algorytmów.	118
Rysunek 46. Wykresy analizy wpływowych obserwacji dla poszczególnych modeli.	121
Rysunek 47. Graficzna interpretacja analizy wyników wydajności modeli dla zestawów danych uczącego i testowych.....	124
Rysunek 48. Mechanizm funkcjonowania walidacji krzyżowej.	125
Rysunek 49. Porównanie wyników modelowania z obserwacjami.....	129
Rysunek 50. Wykresy normalności rozkładu reszt histogram zagęszczenia reszt (po lewej) i QQ-plot (po prawej) dla poszczególnych modeli faza treningowa – Cross Validation.	131
Rysunek 51. Wykresy normalności rozkładu reszt histogram zagęszczenia reszt (po lewej) i QQ-plot (po prawej) dla poszczególnych modeli faza testowa – Cross Validation.	133
Rysunek 52. Wykresy normalności rozkładu reszt (P-P plot) dla poszczególnych modeli.	136
Rysunek 53. Wykresy heteroscedastyczności dla poszczególnych modeli.....	139
Rysunek 54. Wykresy predykcji założonego modelu dla poszczególnych algorytmów.	142
Rysunek 55. Wykresy analizy wpływowych obserwacji dla poszczególnych modeli.	144
Rysunek 56. Graficzna interpretacja analizy wyników wydajności modeli dla zestawu danych walidacyjnych.....	146
Rysunek 57. Struktura zgromadzonych danych.	147
Rysunek 58. Heatmap korelacji.	149
Rysunek 59. Heatmap korelacji w zależności od analizowanego materiału.	151
Rysunek 60. Analiza klasyfikacyjna parametrów z wykorzystaniem techniki drzewa decyzyjnego (3 rozgałęzienia).	152
Rysunek 61. Analiza klasyfikacyjna parametrów z wykorzystaniem techniki drzewa decyzyjnego (4 rozgałęzienia).	153
Rysunek 62 Wyniki badań współczynnika filtracji z uwzględnieniem zastosowanej energii zagęszczenia.	154
Rysunek 63. Porównanie wyników modelowania z obserwacjami.....	158
Rysunek 64. Wykresy normalności rozkładu reszt histogram zagęszczenia reszt (po lewej) i wykres Q-Q (po prawej) dla poszczególnych modeli.....	161
Rysunek 65. Wykresy normalności rozkładu reszt histogram zagęszczenia reszt (po lewej) i wykresie Q-Q (po prawej) dla poszczególnych modeli.....	163
Rysunek 66. Wykresy normalności rozkładu reszt (P-P plot) dla poszczególnych modeli.	166
Rysunek 67. Wykresy heteroscedastyczności dla poszczególnych modeli.....	168
Rysunek 68. Wykresy predykcji założonego modelu dla poszczególnych algorytmów.	172

Rysunek 69. Wykresy analizy wpływowych obserwacji dla poszczególnych modeli.	174
Rysunek 70. Graficzna interpretacja analizy wyników wydajności modeli dla zestawów danych uczącego i testowych.	176
Rysunek 71. Porównanie wyników modelowania z obserwacjami.	179
Rysunek 72. Wykresy normalności rozkładu reszt histogram zagęszczenia reszt (po lewej) i wykresie Q-Q (po prawej) dla poszczególnych modeli.	182
Rysunek 73. Wykresy normalności rozkładu reszt histogram zagęszczenia reszt (po lewej) i QQ-plot (po prawej) dla poszczególnych modeli.	184
Rysunek 74. Wykresy normalności rozkładu reszt (P-P plot) dla poszczególnych modeli.	187
Rysunek 75. Wykresy heteroskedestyczności dla poszczególnych modeli.	189
Rysunek 76. Wykresy predykcji założonego modelu dla poszczególnych algorytmów.	193
Rysunek 77. Wykresy analizy wpływowych obserwacji dla poszczególnych modeli.	195
Rysunek 78. Graficzna interpretacja analizy wyników wydajności modeli dla zestawu danych walidacyjnych.	197
Rysunek 79. Wykres słupkowy pokazujący ranking i względny wpływ zmiennych na przewidywane przez model wartości w oparciu o wartości SHAP dla każdej zmiennej.	201
Rysunek 80. Wykresy siły lub pojedynczy przypadek, który odpowiada medianie przewidywania współczynnika filtracji.	205
Rysunek 81. Wykresy uszeregowane według średniej bezwzględnej wartości SHAP prezentujący zmienne wpływające na przewidywania modelu w odniesieniu do wszystkich danych dla poszczególnych modeli.	207
Rysunek 82. Drzewa decyzyjne ukazujące schemat działania algorytmu w oparciu o parametry zjawiska.	210
Rysunek 83. Wykres porównujący wyniki obserwacji współczynnika filtracji i wyniki szacowania z wykorzystaniem wzorów empirycznych.	211
Rysunek 84. Wykres porównujący wyniki obserwacji z wynikami modeli ML oraz wzorami empirycznymi.	212
Rysunek 85. Wykres porównujący wyniki obserwacji współczynnika filtracji i predykcji z wykorzystaniem modeli ML.	212

10. Spis tabel

Tabela 1. Modele uczenia maszynowego w podziale rodzaje algorytmów.....	38
Tabela 2. Zawartość metali ciężkich w żużlach wielkopieczowych.	48
Tabela 3. Właściwości fizyczne – żużel wielkopieczowy.....	51
Tabela 4. Zawartość metali ciężkich w żużlach paleniskowych.	53
Tabela 5. Właściwości fizyczne – żużel paleniskowy.....	56
Tabela 6. Zawartość metali ciężkich w kruszywie betonowym I i II.	59
Tabela 7. Właściwości fizyczne – Kruszywo betonowe I.	62
Tabela 8. Właściwości fizyczne – Kruszywo betonowe II.....	63
Tabela 9. Mocne i słabe strony algorytmów Machine Learning.	69
Tabela 10. Limity zastosowanych do modelowania parametrów.....	90
Tabela 11. Wyniki estymacji dla zestawów danych uczącego i testowych.....	94
Tabela 12. Wyniki kurtozy i skośności estymacji reszt dla zestawów danych uczącego i testowych.	106
Tabela 13. Wyniki testów Breuscha-Pagana, Durbin-Watsona oraz Breusch-Godfrey na autokorelacje reszt.....	115
Tabela 14. Analiza wyników wydajności modeli dla zestawów danych uczącego i testowych.	123
Tabela 15. Wyniki estymacji dla zestawów danych uczącego i testowych.....	126
Tabela 16. Wyniki kurtozy i skośności estymacji dla walidacji.....	134
Tabela 17. Wyniki testów Breuscha-Pagana, Durbin-Watsona oraz Breusch-Godfrey na autokorelacje reszt.....	139
Tabela 18. Analiza wyników wydajności modeli dla zestawu danych walidacyjnych.....	145
Tabela 19. Limity zastosowanych do modelowania parametrów.....	147
Tabela 20. Wyniki estymacji dla zestawów danych uczącego i testowych.....	155
Tabela 21. Wyniki kurtozy i skośności estymacji reszt dla zestawów danych uczącego i testowych.	163
Tabela 22. Wyniki testów Breuscha-Pagana, Durbin-Watsona oraz Breusch-Godfrey na autokorelacje reszt.....	169
Tabela 23. Analiza wyników wydajności modeli dla zestawów danych uczącego i testowych.	175
Tabela 24. Wyniki estymacji dla zestawów danych uczącego i testowych – Cross Validation.	176
Tabela 25. Wyniki kurtozy i skośności estymacji reszt dla walidacji.	184
Tabela 26. Wyniki testów Breuscha-Pagana, Durbin-Watsona oraz Breusch-Godfrey na autokorelacje reszt.....	190
Tabela 27. Analiza wyników wydajności modeli dla zestawów danych uczącego i testowych.	196

Wyrażam zgodę na udostępnienie mojej pracy w czytelniach Biblioteki SGGW
w tym w Archiwum Prac Dyplomowych SGGW

.....Justyna Dziwił
(czytelny podpis autora pracy)